3. त्रिकोण

Extra Question

प्र. 1) एका त्रिकोणाच्या मापाचे गुणोत्तर 3 : 5 : 7 आहे तर त्याच्या सर्व कोनांची मापे काढा.

उकल : त्या कोनांची मापे $3x, 5x, 7x$ मानू.

$$3x + 5x + 7x = 180^0$$

$$15x = 180^0$$

$$x = \frac{180}{15}$$

$$x = 12^0$$

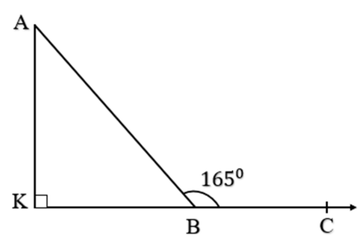
$$3x = 3 \times 12 = 36$$

$$5x = 5 \times 12 = 60$$

$$7x = 7 \times 12 = 84$$

त्रिकोणाच्या कोनांची मापे $36^0, 60^0, 84^0$ **आहेत.**

प्र. 2) दिलेल्या आकृतीवरून $\angle A$ चे माप काढा.



उकल : Δ AKB चा $\angle$ ABC हा बाहयकोन आहे.

$\therefore \angle ABC = \angle AKB + \angle KAB$ ... (दूरस्थ आंतरकोनाचे प्रमेय)

$\therefore 165^0 = 90^0 + \angle KAB$

$165^0 - 90^0 = \angle KAB$

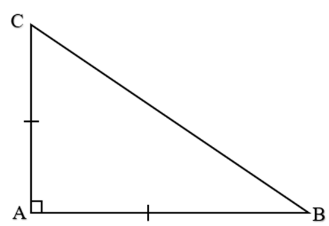
$75^0 = \angle KAB$

$\therefore \angle KAB = 75^0$

$\therefore \angle A = 75^0$

प्र. 3) ABC हा काटकोन त्रिकोण आहे. $\angle A = 90^0$ आणि

$AB = AC$ तर $\angle B$ आणि $\angle C$ काढा.



उकल : Δ ABC मध्ये,

$AB = AC$ ...... (दिलेले आहे)

समान बाजूसमोरील कोन समान असतात.

$\angle ACB = \angle ABC$

आता, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$

$90^0 + \angle B + \angle C = 180^0$ ..... ($\angle A = 90^0$ दिलेले आहे)

$\angle B + \angle C = 180^0 - 90^0$

$= 90^0$

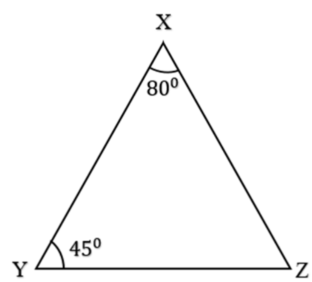
परंतु, $\angle ABC = \angle ACB$

तसेच, $\angle B = \angle C$

$\therefore \angle B = \angle C = \frac{90^0}{2} = 45^0$

$\therefore \angle B = 45^0$ आणि $\angle C = 45^0$

प्र. 4) ΔXYZ मध्ये $\angle X = 80^0, \angle Y = 45^0$ तर $\angle Z$ चे माप काढा.



उकल : ΔXYZ मध्ये,

$\angle X + \angle Y + \angle Z = 180^0$ .... (त्रिकोणाच्या आंतरकोनाच्या मापांची बेरीज)

$\therefore 80^0 + 45^0 + \angle Z = 180^0$

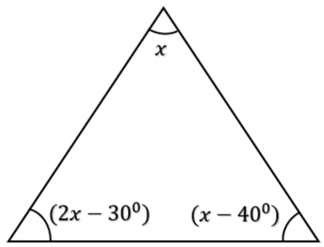
$125^0 + \angle Z = 180^0$

$\angle Z = 180^0 - 125^0$

$\angle Z = 55^0$

BUDDHIRAJ

प्र. 5) त्रिकोणाच्या कोनांची मापे $x^0, (2x - 30^0), (x - 40^0)$ असतील तर प्रत्येक कोनाचे माप किती?



उकल : $x^0 + (2x - 30^0) + (x - 40^0) = 180^0$

.... (त्रिकोणाच्या आंतरकोनाच्या मापांची बेरीज)

$x + 2x - 30^0 + x - 40^0 = 180^0$

$4x - 30^0 - 40^0 = 180^0$

$4x - 70^0 = 180^0$

$4x = 180^0 + 70^0$

$4x = 250$

$x = \frac{250}{4}$

$x = 62.5$

$\therefore x = 62.5$

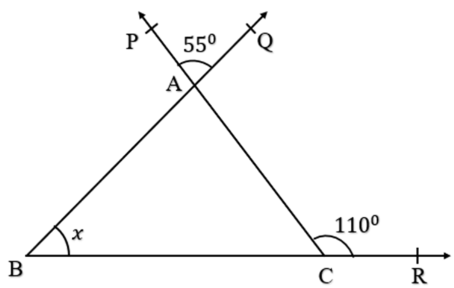
$\therefore 2x - 30 = 2(62.5) - 30 = 125 - 30 = 95^0$

$x - 40 = 62.5 - 40 = 22.5$

$\therefore$ त्रिकोणाच्या कोनांची मापे अनुक्रमे $62.5, 95, 22.5$ **आहेत.**

BUDDHIRAJ

प्र.6) खाली दिलेल्या आकृतीवरून x ची किंमत काढा



उकल :

$\angle PAQ = \angle BAC$ .... (विरुद्ध कोन)

$\because \angle PAQ = 55^0$

$\therefore \angle BAC = 55^0$

आता,

$\angle ACR = \angle ABC + \angle BAC$ ...... (बाह्यकोनाचे प्रमेय)

$110^0 = \angle ABC + 55^0$

$110^0 - 55^0 = \angle ABC$

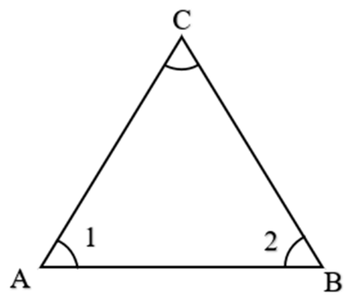
$55^0 = \angle ABC$

$\therefore \angle ABC = 55^0$

$\therefore x = 55^0$

BUDDHIRAJ

प्र. 7) ΔABC मध्ये $BC = CA$ आणि $\angle A = 40^0$ कोणती बाजू लंब आहे. AB का BC



उकल :

ΔABC मध्ये बाजू AC = बाजू BC

$\because \angle 1 = \angle 2$ ..... $(\because AC = BC)$

आणि $\angle A = \angle 1 = 40^0$ (समान लांबीच्या बाजूसमोरील कोन समान मापाचे असतात.)

$\angle 2 = 40^0$

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle C = 180^0$

... (त्रिकोणाच्या कोनांची बेरीज 180^0 असते.)

$40^0 + 40^0 + \angle C = 180^0$

$80^0 + \angle C = 180^0$

$\angle C = 180^0 - 80^0$

$\angle C = 100^0$

$\therefore \angle C > \angle A \Rightarrow AB > BC$

$\therefore$ बाजू AB ही मोठी आहे.

BUDDHIRAJ

प्र. 8) ΔABC मध्ये, जर $\angle A + \angle B = 110^0$ आणि $\angle B + \angle C = 132^0$ तर $\angle A$, $\angle B$ आणि $\angle C$ काढा.

उकल : $\angle A + \angle B = 110^0$ ……. (1)

$\angle B + \angle C = 132^0$ ….. (2)

आता, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$

….. (त्रिकोणाच्या कोनांची बेरीज 180^0 असते.)

$110^0 + \angle C = 180^0$ …… ($\because \angle A + \angle B = 110^0$)

$\angle C = 180^0 - 110^0$

$\angle C = 70^0$

$\angle B + \angle C = 132^0$ ….. ((2) वरून)

$\angle B + 70^0 = 132^0$ ……. $\because \angle C = 70^0$)

$\angle B = 132^0 - 70^0$

$\angle B = 62^0$

$\angle A + \angle B = 110^0$ …… (1 वरून)

$\angle A + 62^0 = 110^0$

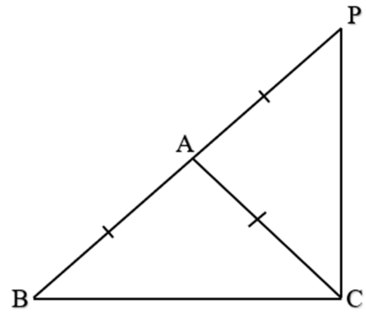
$\angle A = 110^0 - 62^0$

$\angle A = 48^0$

$\therefore \angle A = 48^0$, $\angle B = 62^0$ आणि $\angle C = 70^0$

BUDDHIRAJ

प्र. 9) दिलेल्या आकृतीमध्ये, ABC हा त्रिकोण आहे आणि AB = AC बाजू BA ही P ही पर्यंत वाढवली तर AB = AP सिद्ध करा की $\angle BCP = 90^0$



उकल : AB = AC ….. (दिलेले आहे)

बाजू AB आणि AC समान आहेत.

$\angle ABC = \angle ACB$ …… (I) …. (पायालगतचे कोन)

$\because$ बाजू AB = बाजू AP

$\therefore$ AC = AP …… (दिलेले आहे)

$\angle APC = \angle ACP$ …… (II)

(I) आणि (II) ची बेरीज करू,

$\angle ABC + \angle APC = \angle ACB = \angle ACP$

$\angle ABC = \angle APC = \angle BCP = \angle APC = \angle PBC$ आणि

$\angle PBC + \angle BPC = \angle BCP = \angle APC = \angle BPC$

$\angle PBC + \angle BPC + \angle BCP = \angle BCP + \angle BCP$ ….

($\angle BCP$ दोन्ही बाजू मिळवू.)

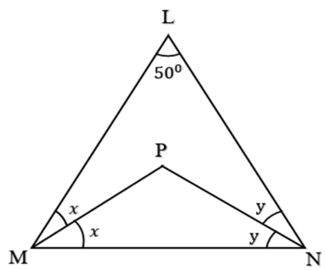
$180^0 = 2\angle BCP$ ….. (त्रिकोणाच्या कोनांची बेरीज 180^0 असते.)

$\frac{180^0}{2} = \angle BCP$

$90^0 = \angle BCP$

$\therefore \angle BCP = 90^0$

प्र. 10) Δ LMN मध्ये $\angle$ L व $\angle$M चे दुभाजक बिंदू P मध्ये छेदतात. जर $\angle N = 50^0$ तर $\angle$ MPN चे माप काढा.



उकल : $\angle LMP \cong \angle PMN$

...... (किरण MP चा $\angle$ LMN हा दुभाजक आहे)

$\angle LMP = \angle PMN = x^0$ ..... (I)

$\angle LNP \cong \angle PNM$ ...... (किरण NP चा $\angle$ LNM हा दुभाजक आहे)

$\angle LNP = \angle PNM = y^0$ ...... (II)

$\angle LMN = \angle LMP + \angle PMN$ ......(कोनाच्या बेरजेचे गृहीतक)

$\angle LMN = x + x^0$ .... ((I) वरून)

$\angle LMN = 2x^0$ .... (III)

तसेच, $\angle LNM = 2y^0$ ...... (IV)

Δ LMN मध्ये,

$\angle MLN + \angle LMN + \angle LNM = 180^0$

... (त्रिकोणाच्या सर्व कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.)

$\therefore 50^0 + 2x + 2y = 180^0$ ...... ((III) आणि (IV) वरून)

$\therefore 50^0 + 2(x + y) = 180^0$

$\therefore 2(x + y) = 180^0 - 50^0$

$\therefore 2(x + y) = 130^0$

BUDDHIRAJ

$x + y = \frac{130^0}{2}$

$x + y = 65^0$ ..... (V)

Δ MPN मध्ये,

$\angle MPN + \angle PMN + \angle PNM = 180^0$

.... (त्रिकोणाच्या सर्व कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.)

$\therefore \angle MPN + x + y = 180^0$ ...... ((I) आणि (II) वरून)

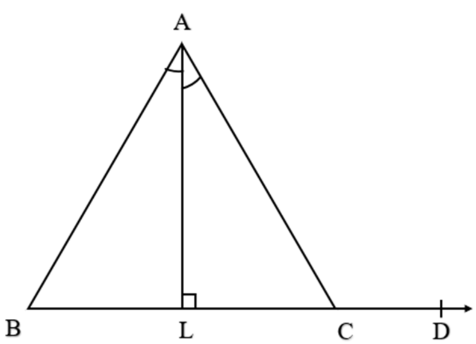
$\therefore \angle MPN + 65^0 = 180^0$ ..... ((IV) वरून)

$\therefore \angle MPN = 180^0 - 65^0$

$\therefore \angle MPN = 115^0$

$\therefore \angle MPN = 115^0$

प्र. 11) शेजारील आकृतीमध्ये, बाजू BC ही D वाढवली Δ ABC मध्ये रेषाखंड AL हा $\angle$BAC चा कोनदुभाजक आहे आणि B – L – C – D सिद्ध करा की| $\angle ABC + \angle ACD = 2 \angle ALC$



उकल : Δ ABC मध्ये,

$\angle$ BAC चा कोनदुभाजक रेख AL हा आहे·

$\therefore \angle BAL = \angle CAL = \frac{1}{2} \angle BAC$ ...... (I)

$\angle$ ACD चा Δ ABE हा बाह्यकोन आहे.

$\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$ ...(II) .... (दूरस्थ आंतरकोनाचे प्रमेय)

ΔABL चा $\angle ALC$ हा बाह्यकोन आहे.

$\therefore \angle ALC = \angle ABL + \angle BAL$ ... (दूरस्थ आंतरकोनाचे प्रमेय)

$\therefore \angle ALC = \angle ABC + \frac{1}{2}$ (BAC ..... (B – L - C) ...... ((I) वरून)

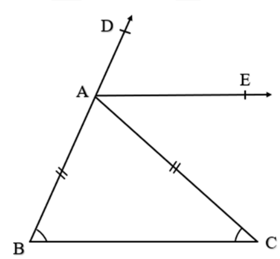
$\therefore 2 \angle ALC = 2 \angle ABC + \angle BAC$ ...... (दोन्ही बाजूंना 2 ने गुणू)

$\therefore 2 \angle ALC = \angle ABC + \underline{\angle ABC + \angle BAC}$

$\therefore 2 \angle ALC = \angle ABC + \angle ACD$ ...... (II वरून)

म्हणजेच $\therefore \angle ABC + \angle ACD = 2 \angle ALC$

प्र. 12) शेजारील आकृतीमध्ये, ΔABC हा समद्विभूज त्रिकोण असून AB = AC आणि $\angle CAD$ चा AE दुभाजक आहे तर सिद्ध करा की $AE \parallel BC$



उकल : समद्विभूज त्रिकोणाच्या समान बाजू समोरील कोन समान असतात.

$\therefore AB = AC$

$\Rightarrow \angle B = \angle C$

आता, ΔABC ची बाजू BA ही D पर्यंत वाढवा.

$\therefore \angle CAD = \angle B + \angle C$

..... (*बाह्यकोन = विरुध्द आंतरकोनांची बेरीज*)

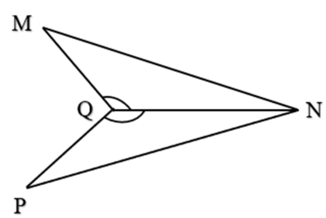
$2\angle CAE = 2\angle C$ ... ($\because \angle B = \angle C$ आणि $\angle CAD = 2\angle CAE$)

$\angle CAE = \angle C$

परंतु, ते आंतरव्युत्क्रम कोन आहेत.

$\therefore AE \parallel BC$

प्र. 13) खाली दिलेल्या आकृतीमध्ये त्रिकोणाच्या जोड्या कोणत्या कसोटीनुसार एकरूप होतात ते लिहा.



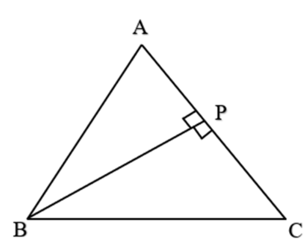
उकल : $\Delta PQN \cong \Delta MQN$ ...... (*बाकोबा कसोटी*)

रेख $PN \cong$ रेख MN .... (एकरूप त्रिकोणाच्या संगत बाजू)

$\angle QPN \cong \angle QMN$ आणि ..... (एकरूप त्रिकोणाचे संगत कोन)

$\angle PNQ \cong \angle MNQ$

प्र. 14) खाली दिलेल्या आकृतीवरून त्रिकोणाची नावे त्याच्या शिरोबिंदूतील योग्य संगतीनुसार लिहा.



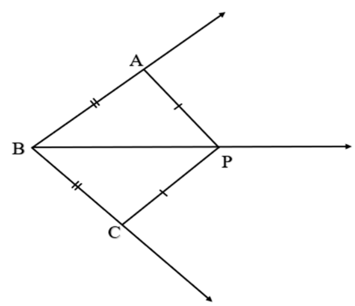
BUDDHIRAJ

उकल : $\Delta ABP \cong \Delta CBP$ ..... (कोबाको कसोटी)

$\angle BAP \cong \angle BCP$ ...... (एकरूप त्रिकोणाचे संगत कोन)

रेख $AB \cong$ रेख CB
आणि रेख $AP \cong$ रेख CP } ...... एकरूप त्रिकोणाच्या संगत बाजू

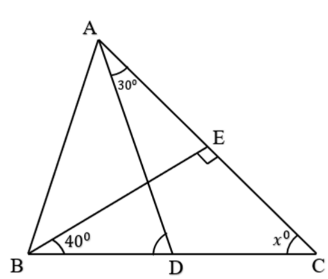
प्र. 15) खाली दिलेल्या आकृतीवरून एकरूप घटकाची नावे लिहा.



उकल : $\Delta ABP \cong \Delta CBP$ ...... (*बाबाबा कसोटी*)

$\angle ABP \cong \angle CBP$
व $\angle BAP \cong \angle BCP$
$\angle APB \cong \angle CPB$ } ...... (एकरूप त्रिकोणाचे संगत कोन)

प्र. 16) ΔABC मध्ये $BE \perp AC$, $\angle EBC = 40^0$ आणि $\angle CAD = 30^0$ तर $\angle ACD = x^0$ आणि $\angle ADB = y^0$, x आणि y च्या किंमती काढा.



उकल : त्रिकोणाच्या कोनाची बेरीज 180^0 असते.

$\angle$BCE मध्ये,

$\angle CBE + \angle BEC + \angle ECB = 180^0$

$40^0 + 90^0 + x^0 = 180^0$

$130^0 + x = 180^0$

$x = 180^0 - 130^0$

$x = 50^0$

आता, $\angle$ACD मध्ये बाजू CD ही B पर्यंत वाढवा.

$\angle BDA = \angle DAC + \angle ACD$

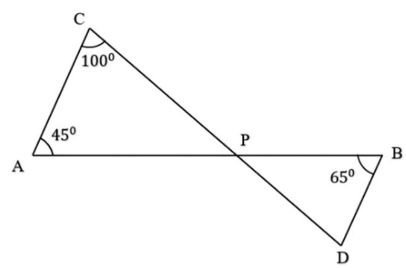
$y^0 = 30^0 + x^0$

$y^0 = 30^0 + 50^0$ ..... $(\because x = 50^0)$

$y^0 = 80^0$

$\therefore x = 50^0, y = 80^0$

प्र. 17) शेजारील आकृतीमध्ये, रेख AB आणि CD हे P बिंदूत छेदतात. तर $\angle PAC = 45^0, \angle ACP = 100^0$ आणि $\angle PBD = 65^0$, $\angle CPA, \angle DPB$ आणि $\angle BDP$ काढा.



उकल : त्रिकोणाच्या कोनाची बेरीज 180^0 असते.

ΔACP *मध्ये,*

$\angle PAC + \angle ACP + \angle CPA = 180^0$

$45^0 + 100^0 + \angle CPA = 180^0$

$145^0 + \angle CPA = 180^0$

$\angle CPA = 180^0 - 145^0$

$\angle CPA = 35^0$

$\therefore \angle DPB = \angle CPA = 35^0$ ..... **(विरुध्द कोन)**

ΔPBD *मध्ये,*

$\angle DPB + \angle PBD + \angle BDP = 180^0$

.... ***(त्रिकोणाच्या कोनाची बेरीज)***

$35^0 + 65^0 + \angle BDP = 180^0$

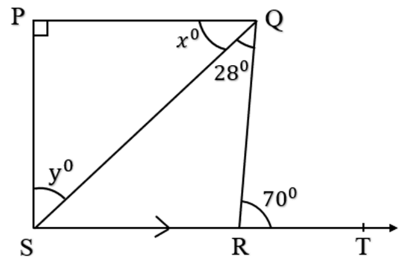
$100^0 + \angle BDP = 180^0$

$\angle BDP = 180^0 - 100^0$

$\angle BDP = 80^0$

$\therefore \angle CPA = 35^0$, $\angle DPB = 35^0$, $\angle BDP = 80^0$

प्र. 18) शेजारील आकृतीमध्ये, $PQ \perp PS$, $PQ \parallel SR$, $\angle SQR = 28^0$ आणि $\angle QRT = 70^0$ जर $\angle PQR = x^0$ आणि $\angle PSQ = y^0$ x आणि y **च्या किंमती काढा.**



उकल : PQ ∥ SRT आणि QR ही छेदिका आहे.

$\therefore \angle PQR = \angle QRT$ ...... (आंतरव्युत्क्रम कोन)

$\angle PQS + \angle SQR = \angle QRT$

$x + 28 = 70$

$x = 70 - 28$

$x = 42$

काटकोन Δ PQS मध्ये,

$\angle SPQ + \angle PQS + \angle QSP = 180^0$

..... (त्रिकोणाच्या कोनाची बेरीज 180^0 असते)

$90^0 + x^0 + y^0 = 180^0$

$90^0 + 42^0 + y = 180$

$132^0 + y = 180$

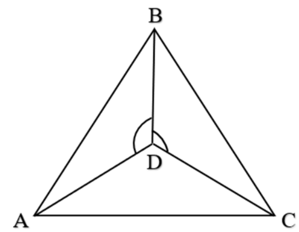
$y = 180^0 - 132^0$

$y = 48^0$

$\therefore x = 42^0, \quad y = 48^0$

BUDDHIRAJ

प्र. 19) खाली दिलेल्या आकृतीवरून, त्रिकोणाच्या जोड्या कोणत्या कसोटीनुसार एकरूप होतात ते लिहा.



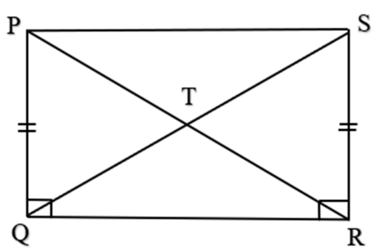
उकल : $\Delta ABD \cong \Delta CBD$ ..... (बाकोको कसोटी)

$\angle ABD \cong \angle CBD$ ...... (संगत एकरूप घटकांच्या जोड्या)

रेख AB ≅ रेख CB

रेख AD ≅ रेखCD

प्र. 20) खाली दिलेल्या आकृतीवरून, त्रिकोणाच्या जोड्या बाकोबा कसोटीनुसार एकरूप होतात का ते पडताळा.



उकल : $\Delta PQR \cong \Delta SRQ$ ...... (बाकोबा कसोटी)

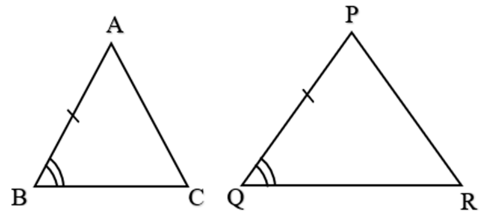
रेख PR ≅ रेख SQ ...... (एकरूप त्रिकोणाच्या संगत बाजू)

$\angle QPR \cong \angle RSQ$

आणि $\angle PRQ \cong \angle SQR$ ..... (एकरूप त्रिकोणाचे संगत कोन)

BINDHIRAJ

प्र. 21) खाली दिलेल्या आकृतीवरून, त्रिकोणाच्या जोड्या कोबाको कसोटीनुसार एकरूप होतात का ते पडताळा.



उकल : $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ..... (कोबाको कसोटी)

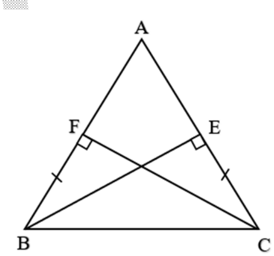
$\angle ABC \cong \angle PQR$ ...... (संगत एकरूप घटकांच्या जोड्या)

रेख BC $\cong$ रेखQR

$\angle ACB \cong \angle PRQ$

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta PQR$

प्र. 22) ΔABC चे BE आणि CF शिरोलंब आहेत आणि AC आणि AB त्याच्या समान बाजू आहेत तर $\Delta ABE \cong \Delta ACF$ *हे दाखवा.*



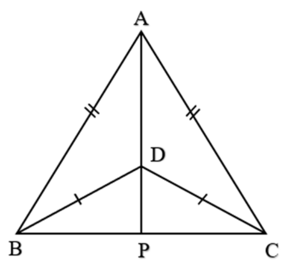
उकल* : ΔABE आणि ΔACF *मध्ये,

$\angle AEB \cong \angle AFC$ ... (*प्रत्येकी* $\angle E$ आणि $\angle F$ = 90^0 $\because BE \perp AC$ आणि $CF \perp AB$)

बाजू AB = बाजू AC ...... (दिलेले *आहे*)

$\therefore \Delta ABE \cong \Delta ACF$ ….. (*कोबाको कसोटी*)

प्र. 23) ΔABC आणि ΔDBC हे दोन समद्विभूज त्रिकोण असून त्याचा पाया BC एकच आहे बाजू BC वरती शिरोबिंदू A आणि D आहेत. जर AD हा वाढवला तर BC वरती P बिंदूत छेदतो तर $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ दाखवा.



उकल :

ΔABD आणि ΔACD मध्ये,

$AB = AC$ …… (दिलेले आहे)

$BD = CD$ ….. (दिलेले आहे)

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$ ….. (बाबाबा कसोटी)

प्र 24) ΔABC मध्ये $\angle A - \angle B = 33^0$ आणि $\angle B - \angle C = 18^0$ त्रिकोणाच्या कोनांची नावे काढा.

उकल : $\angle A - \angle B = 33^0$ आणि $\angle B - \angle C = 18^0$

$\therefore \angle A = 33^0 + \angle B$ आणि $\angle C = \angle B - 18^0$ …… (2)

त्रिकोणाच्या कोनांची बेरीज 180^0 असते.

BUDDHIRAJ

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^0$

$(33^0 + \angle B) + \angle B + (\angle B - 18^0) = 180^0$ (I) वरून)

$33^0 + \angle B + \angle B + \angle B - 18^0 = 180^0$

$3\angle B + 33^0 - 18^0 = 180^0$

$3\angle B + 15^0 = 180^0$

$3\angle B = 180^0 - 15^0$

$3\angle B = 165^0$

$\angle B = \frac{165}{3}$

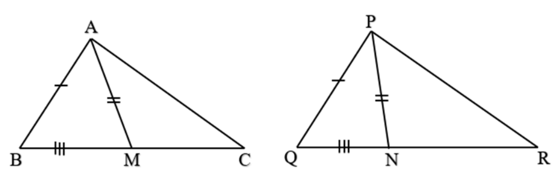
$\angle B = 55$

$\therefore \angle A = 33 + \angle B = 33 + 55 = 88^0$

आणि $\angle C = \angle B - 18^0 = 55^0 - 18^0 = 37^0$

$\therefore \angle A = 88^0$, $\angle B = 55^0$ आणि $\angle C = 37^0$

प्र. 25) Δ ABC मध्ये बाजू AB आणि बाजू BC आहेत आणि AM ही मध्यगा आहे. तसेच Δ PQR मध्ये बाजू PQ आणि QR आहेत. PN ही मध्यगा आहे. दाखवा (1) $\Delta ABM \cong \Delta PQN$, (2) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$



BUDDHIRAJ

उकल : Δ ABC मध्ये बाजू AB आणिबाजू BC मध्ये AM ही मध्यगा आहे तसेच Δ PQR मध्ये बाजू PQ आणि QR मध्ये PN ही मध्यगा आहे.

(i) Δ ABM आणि Δ PQN मध्ये,

AB = PQ …… (2) …… (दिलेले आहे)

AM = PN ……. (II) ….. (दिलेले आहे)

BC = QR

2BM = 2QN ….. (BC आणि QR चे मध्यबिंदू M आणि N आहेत)

BM = QN …… (3)

(I), (II) आणि (III) वरून,

Δ ABM $\cong$ Δ PQN …… (बाबाबा कसोटी)

(ii) Δ ABM $\cong$ Δ PQN ….. ((1) सिद्ध केलय)

$\therefore$ $\angle$ ABM $\cong$ $\angle$ PQN ….. (त्रिकोणाचा संगत भाग एकरूप असतो)

$\angle$ ABC $\cong$ $\angle$ PQR …… (IV)

Δ ABC आणि Δ PQR मध्ये,

AB = PQ ……. (दिलेले आहे)

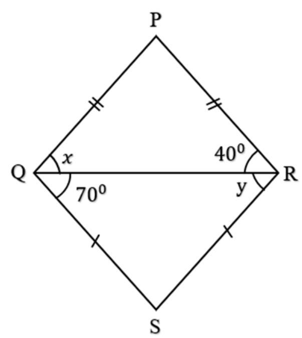
BC = QR ….. (दिलेले आहे)

$\angle$ ABC $\cong$ $\angle$ PQR ……. (iv) वरून

$\therefore$ Δ ABC $\cong$ Δ PQR …… (बाबाबा कसोटी)

BUDDHIRAJ

प्र. 26) खाली दिलेल्या आकृतीमध्ये x आणि y च्या किंमती काढा तसेच ∠PQS आणि ∠PRS ची मापे काढा.



उकल : Δ PQR मध्ये,

रेख PQ ≅ रेख PR …… (दिलेले आहे)

∠PQR ≅ ∠PRS …… (समद्विभूज त्रिकोणाचे प्रमेय)

∠PRS = 40^0 ….. (दिलेले आहे)

∴ ∠PQR = 40^0

$x = 40^0$

∠RQS = 70^0

∠PQS = ∠PQR + ∠RQS …… (त्रिकोणाच्या बेरजेचे गृहीतक)

∠PQS = $40^0 + 70^0$

∠PQS = 110^0

Δ RQS मध्ये,

रेख SQ ≅ रेख SR …… (दिलेले आहे)

∴ ∠SRQ ≅ ∠SQR ….. (समद्विभूज त्रिकोणाचे प्रमेय)

∠SRQ = 70^0

BUDDHIRAJ

$\therefore \angle SRQ = 70^0$, $y = 70^0$

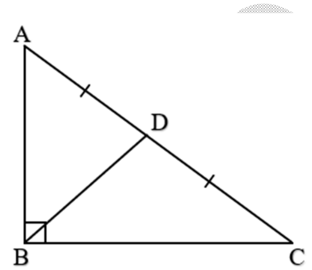
$\angle PRS = \angle PRQ + \angle SRQ$ ..... (त्रिकोणाच्या बेरजेचे गृहीतक)

$\therefore \angle PRS = 40^0 + 70^0$

$\angle PRS = 110^0$

$\therefore x = 40^0 \quad y = 70^0$, $\angle PQS = 110^0$, $\angle PRS = 110^0$

प्र. 27) काटकोन त्रिकोणात कर्णाची लांबी 27 असेल तर त्यावर काढलेल्या मध्यगेची लांबी काढा.



उकल : समजा ΔABC मध्ये $\angle ABC = 90^0$

$\therefore AC$ हा कर्ण आहे आणि $AC = 27$

रेख BD ही मध्यगा आहे.

काटकोन त्रिकोणात कर्णावर काढलेल्या मध्यगेची लांबी कर्णाच्या निम्मी असते.

$\therefore BD = \frac{1}{2} AC$

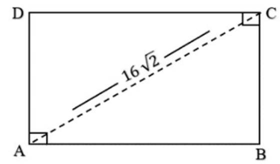
$= \frac{1}{2} \times 27$

$= 13.5$

$\therefore BD = 13.5$

$\therefore$ मध्यगेची लांबी 13.5 **एकक**

प्र. 28) $16\sqrt{2}$ सेमी कर्ण असलेल्या चौरसाची बाजू काढा.



उकल : □ ABCD हा चौरस आहे.

$\therefore \angle B = 90^0$ ….. (चौरसाचे कोन)

आणि $AB = BC$ ….. (1) चौरसाच्या बाजू

काटकोन Δ ABC मध्ये,

$AB^2 + BC^2 = AC^2$ …… (पायथागोरस प्रमेय)

$AB^2 + AB^2 = (16\sqrt{2})^2$ …… (AB = BC)

$2\,AB^2 = 256 \times 2$

$AB^2 = \frac{256 \times 2}{2}$

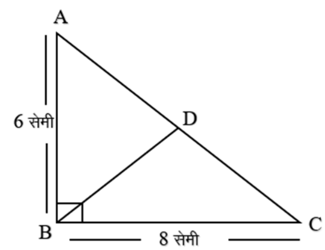
$AB^2 = 256$

$AB = 16$ ……. (दोन्ही बाजूचे वर्गमूळ)

$\therefore$ चौरसाची बाजू = 16 सेमी.

BUDDHIRAJ

प्र. 29) Δ ABC मध्ये $\angle B = 90^0$, AB = 6 सेमी BC = 8 सेमी आणि रेख BD ही मध्यगा आहे तर BD काढा.



उकल : Δ ABC मध्ये $\angle B = 90^0$

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$= (6)^2 + (8)^2$

$= 36 + 64$

$AC^2 = 100$

$\therefore AC = 10$

$\therefore$ BD ही AC ची मध्यगा आहे.

काटकोन त्रिकोणात कर्णावर काढलेल्या मध्यगेची लांबी कर्णाच्या निम्मी असते.

$\therefore BD = \frac{1}{2} \times BC$

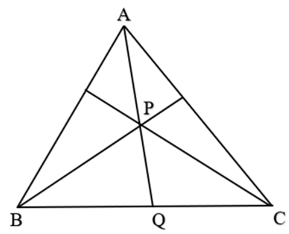
$= \frac{1}{2} \times 10$

$\therefore BD = 5$

$\therefore$ BD = 5 *एकक*

BUDDHIRAJ

प्र. 30) आकृतीमध्ये Δ ABC चा P हा संपातबिंदू आहे. जर PQ = 3.5 सेमी तर AP आिण RQ यांची लांबी काढा.



उकल : Δ ABC चा P हा मध्यगा संपातबिंदू आहे. मध्यगा संपातबिंदू प्रत्येक मध्यगेचे 2 : 1 या प्रमाणात विभाजन करतो.

AQ ही मध्यगा आहे.

PQ = 3.5 *सेमी*

$$\frac{AP}{PQ} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{AP}{3-5} = \frac{2}{1}$$

$$AP = \frac{2 \times 3.5}{1}$$

$\therefore$ AP = 7 *सेमी*

AQ = AP + PQ

= 7 + 3.5

= 10.5 *सेमी*

$\therefore$ AP = 7 सेमी आणि AQ = 10.5 सेमी

BUDDHIRAJ

प्र. 31) समभुज त्रिकोणाची *प्रत्येक बाजू* 'a' *एकक लांबीच्या मापांची आहे तर त्या त्रिकोणाची उंची काढा.*

उकल **: आकृतीमध्ये Δ ABC हा समभुज त्रिकोण आहे.**

$\therefore$ AB = BC = AC

समजा, AB = BC = AC = a

रेख AD $\perp$ BC **काढला.**

$\therefore \angle ADB = 90^0$

आता Δ ADB ***मध्ये,***

$\angle ADB = 90^0$

$\angle ABC = 60^0$ ....(***समभुज*** Δ ABC ***चा कोन***)

$\therefore \angle BAD = 30^0$ .... (***त्रिकोणाचा उरलेला कोन***)

$\therefore 30^0 - 60^0 - 90^0$ .... (***त्रिकोणाचा प्रमेयानुसार***)

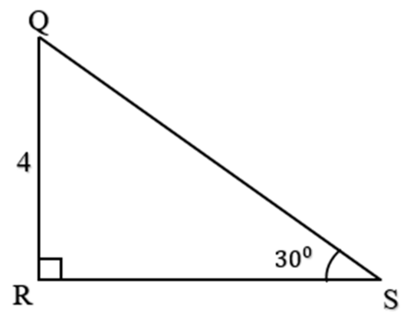
$AD = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$ .... (60^0 ***च्या कोनासमोरील बाजू***)

$\therefore AD = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

$\therefore$ समभुज त्रिकोणाची उंची $= \frac{\sqrt{3}}{2} a$

BUDDHIRAJ

प्र. 32) Δ **QRS मध्ये** $\angle R = 90^0$, $\angle S = 30^0$, **QR = 4 एकक तर RS आणि QS काढा.**



***उकल* :** Δ **QRS हा** $30^0 - 60^0 - 90^0$ **चा त्रिकोण आहे.**

$QR = \frac{1}{2} QS$ ...... (30^0 च्या विरुध्द बाजू)

$4 = \frac{1}{2} QS$

$4 \times 2 = QS$

$8 = QS$

$\therefore QS = 8$ ***एकक***

$RS = \frac{\sqrt{3}}{2} \times QS$ ...... (60^0 च्या विरुध्द बाजू)

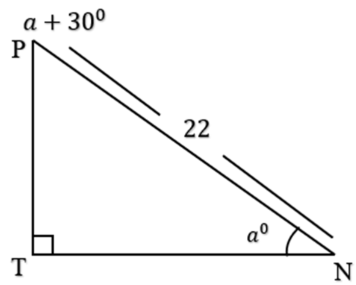
$RS = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8$

$RS = 4\sqrt{3}$ **एकक**

$\therefore QS = 8$, एकक $RS = 4\sqrt{3}$

BUDDHIRAJ

प्र. 33) Δ PTN मध्ये $\angle T = 90^0, \angle N = a^0, \angle P = (a + 30)^0$ जर PN = 22 तर PT आणि TN काढा.



उकल : Δ PTN मध्ये,

$\angle P + \angle T + \angle N = 180^0$

...... (त्रिकोणाच्या कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.)

$\therefore (a + 30)^0 + 90^0 + a^0 = 180^0$

$a + 30^0 + 90^0 + a^0 = 180^0$

$2a^0 + 120^0 = 180^0$

$2a^0 = 180^0 - 120^0$

$2a^0 = 60^0$

$a^0 = \frac{60^0}{2}$

$a^0 = 30^0$

$\angle N = a^0 = 30^0$

$\angle P = (a + 30)^0 = a^0 + 30^0 = 30^0 + 30^0 = 60^0$

Δ PTN हा $30^0 - 60^0 - 90^0$ चा त्रिकोण आहे.

$PT = \frac{1}{2} \times PN$ ...... (30^0 च्या विरुध्द बाजू)

$= \frac{1}{2} \times 22$

BUDDHIRAJ

$\therefore$ **PT = 11 *एकक***

TN = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × PN .... **(60^0 *च्या* विरुध्द *बाजू*)**

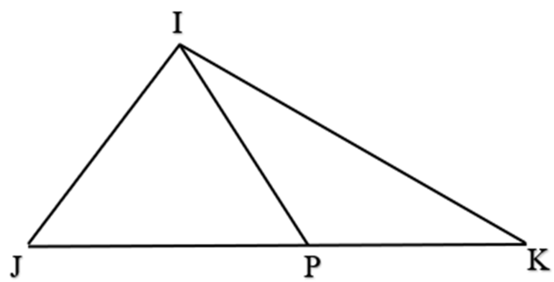
= $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × 22

TN = 11 $\sqrt{3}$ *एकक*

$\therefore$ **PT = 11** , एकक **TN = 11 $\sqrt{3}$ *एकक***

प्र. 34) Δ IJK मध्ये **∠I = 90^0 कर्ण JK** ची मध्यगा रेख **IP** आहे

जर ***l*** **(IP) = 6.7** सेमी असेल तर **JK काढा.**



***उकल* : कर्ण JK** ची मध्यगा रेख **IP *आहे*.**

$\therefore$ **IP = $\frac{1}{2}$ × JK**

.... (*काटकोन त्रिकोणाच्या कर्णावर काढलेला मध्यगा चा गुणधर्म*)

$\therefore$ **6.7 = $\frac{1}{2}$ × JK**

$\therefore$ **6.7 × 2 = JK**

13.4 = JK

$\therefore$ **JK = 13.4 *एकक*.**

प्र. 35) Δ ABC मध्ये AB = 5 सेमी, BC = 8 सेमी, AC = 10 सेमी तर या त्रिकोणाचा लहान व सर्वात मोठा कोन ठरवा व तिन्ही कोन त्याच्या मापांच्या उतरत्या क्रमाने लिहा.

उकल **: Δ ABC मध्ये,**

AB = 5 *सेमी*, BC = 8 *सेमी*, AC = 10 *सेमी*

10 > 8 > 5

∴ AC > BC > AB .... (1)

आता,

AC > BC .... (विधान (i) वरून)

∴ ∠ B > ∠ A ...... (II) (*मोठ्या बाजूसमोरील कोन मोठा*)

आणि BC > ∠ AB ...... (विधान (i) वरून)

∴ ∠ A > ∠ C ...... (III) (*मोठ्या बाजूसमोरील कोन*)

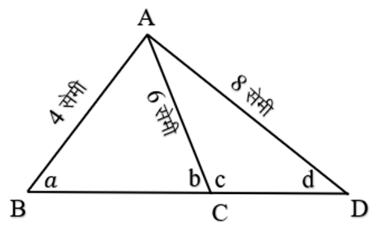
विधान (i) व (iii) वरून,

∠ C सर्वात लहान व ∠ B **हा सर्वात मोठा कोन आहे.**

∴ ∠ B > ∠ A > ∠ C

BUDHIRAJ

प्र. 36) आकृतीमध्ये AB = 4 सेमी, AC = 6 सेमी, AD = 8 सेमी a, b, c, d हे कोन त्यांच्या मापांच्या उतरत्या क्रमाने मांडा. उत्तराचे समर्थन करा.



उकल **: Δ ABC *मध्ये,***

AB = 4 सेमी , AC = 6 सेमी

म्हणजे **AB < AC**

∴ ∠ ACB < ∠ B …… *(मोठ्या बाजूसमोरील कोन मोठा)*

∴ b ∠ a

∴ a > b ……. (i)

∠ ACDहा Δ ABC *चा बाह्यकोन आहे.*

∴ ∠ ACD > ∠ ABC ……. *(बाह्यकोनाचा गुणधर्म)*

∴ C > a …… (ii)

परंतु **a > b** ……(विधान (i) *वरून,*)

∴ C > a > b …… (ii) …. (विधान (i) *व* (ii) *वरून*)

आता, **∠ ACB हा Δ ACD *चा बाह्यकोन आहे.***

∠ ACB > ∠ ADC …… *(बाह्यकोनाचा गुणधर्म)*

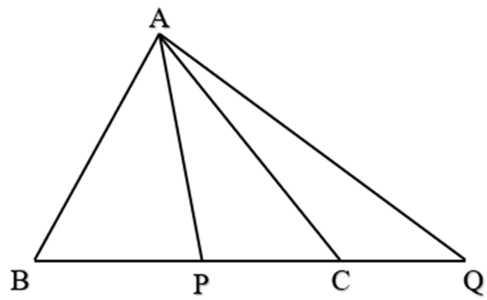
∴ b > d ….. (iv)

(विधान (i) व (ii) वरून)

C > a > b > d

BUDDHIRAJ

प्र. 37) दिलेल्या आकृतीमध्ये AB = BC सिद्ध करा की, PA ∠ AQ



उकल :

Δ ABC चा बाहयकोन हा ∠ APC *आहे.*

∴ ∠APC > ∠B …… (I) …. (बाहय*कोनाचा गुणधर्म*)

परंतू ∠B = ∠ACB ……. (II) …. [ΔABC मध्ये AB = ACदिलेले आहे]

म्हणजेच, ∠B = ∠ ACP …… (III)

∴ ∠ ACB > ∠ACP …….. ((I) *आणि* (II) *वरून*)

∴ AC > AP ……. (IV) ….(*मोठ्या बाजूसमोरील कोन मोठा*)

∴ AB > AP ….. (V) [AB = AC *दिलेले आहे*]

i.e. AP < AB

Δ ACQ चा बाहयकोन ∠ ACB *हा आहे.*

∴ ∠ ACB > AQC …… (बाहय*कोनाचा गुणधर्म*)

परंतु , ∴ ∠ ACB ≅ ∠ B …… (II *वरून*)

∴ ∠ B > ∠ AQC

∴ AQ > AB …… (*मोठ्या बाजूसमोरील कोन मोठा*)

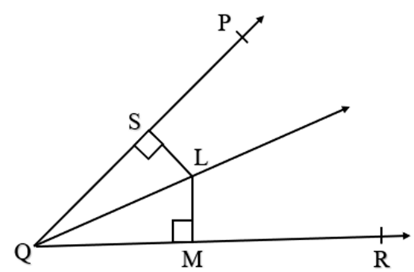
∴ AB < AQ …….. (VI)

∴ AP < AB < AQ ….. [(V) आणि (VI) वरून]

∴ AP < AQ हे सिद्ध होते.

BUDDHIRAJ

प्र. 38) दिलेल्या आकृतीमध्ये, ∠PQR हा बिंदू L ची आतील बाजू आहे LS ⊥ किरण QP] LM ⊥ किरण QR LS = LM = 5 सेमी] ∠ PQR = 76^0 तर ∠ PQL **काढा.**



उकल :

LS ⊥ किरण QP] LM ⊥ किरण QR ... (दिलेले आहे)

LS = LM

∠PQR चा दुभाजक बिंदू L **आहे......** (***कोनदुभाजकाच्या प्रमेयानुसार***)

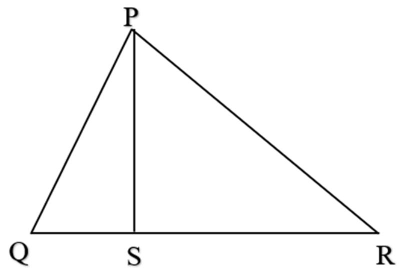
$\angle PQL = \frac{1}{2} \angle PQR$

$\angle PQL = \frac{1}{2} \times 76^0$ ...... (∠ PQR = 76^0 दिलेले आहे)

$\angle PQL = 38^0$

प्र. 39) दिलेल्या आकृतीमध्ये ∠ PQS = 40^0, ∠ PSR = 80^0, ∠ PRS = 35^0, **बाजू PQ बाजू PS, बाजू PR**

त्याच्या लांबीच्या उतरत्या क्रमाने मांडा. सिद्ध करा.



उकल :

Δ PQR मध्ये,

$\angle Q > \angle R$ $\angle Q = 30^0, \angle R = 35$ ...... (दिलेले आहे)

$\therefore PR > PQ$ .... (I) .... (मोठ्या बाजूसमोरील मोठा कोन)

$\therefore \angle PSQ + \angle PSR = 180^0$ .... (रेषीय जोडीतील कोन)

$\therefore \angle PSQ + 80^0 = 180^0$

$\therefore \angle PSQ = 180^0 - 80^0$

$\therefore \angle PSQ = 100^0$

Δ PSQ मध्ये,

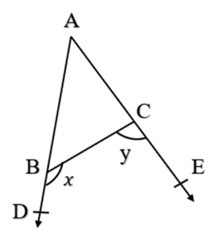
$\angle PSQ > \angle Q$ ...... ($\angle PSQ = 100^0, \angle Q = 40^0$)

$\therefore PQ > PS$ ...... (II) ..... (मोठ्या बाजूसमोरील मोठा कोन)

$\therefore PR > PQ > PS$ ...... ((I) आणि (II) वरून)

BUDDHIRAJ

प्र. 40) दिलेल्या आकृतीमध्ये, Δ ABC ची बाजू AB आणि AC आहे ती बिंदू D आणि E पर्यंत वाढवू. जर $x > y$ तर AB > AC दाखवा.



उकल : $x > y \Rightarrow -x < -y$

$\Rightarrow (180 - x)\ (180 - y)$ ... (*त्रिकोणाला कोनाची बेरीज 180^0 असते*)

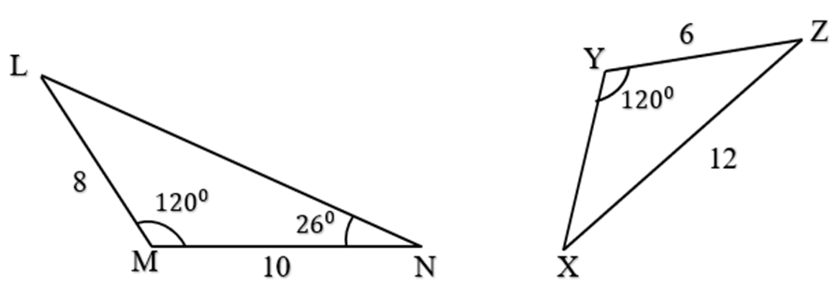
$\Rightarrow \angle ABC < \angle ACB$

$\Rightarrow \angle ACB > \angle ABC$

$\Rightarrow AB > AC$ …….. (*विरुध्द बाजूचे मोठे कोन हे मोठे असतात*)

$\therefore AB > AC$

प्र. 41) दिलेल्या आकृतीमध्ये Δ LMN $\cong$ Δ ZYX तर कोनाची मापे आणि बाजूची लांबी ही शेजारील आकृतीमध्ये दिलेली आहे तर $\angle$ N आणि $\angle$ Z काढा.



BUDDHIRAJ

उकल : $\Delta LMN \cong \Delta ZYX$

$\therefore \angle L = \angle Z, \quad \angle M = \angle Y, \quad \angle N = \angle X$ .... (I)

आणि,

$$\frac{LM}{ZY} = \frac{MN}{YX} = \frac{LN}{ZX} \quad .... (II)$$

$$\frac{LM}{ZY} = \frac{LN}{ZX}$$

$$\therefore \frac{8}{6} = \frac{LN}{12}$$

$\therefore LN = \frac{8 \times 12}{6} = \frac{84}{6} = 16$ एकक

ΔLMN **मध्ये,**

$\angle L + \angle M + \angle N = 180^0$

...... (त्रिकोणाच्या कोनांची बेरीज 180^0 असते)

$\angle L + 120^0 + 26^0 = 180^0$

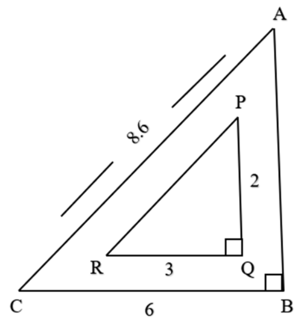
$\therefore \angle L + 146^0 = 180^0$

$\angle L = 180^0 - 146^0$

$\angle L = 34^0$

आता, $\angle L = \angle Z = 34^0$ ...... [(1) वरून]

प्र. 42) आकृतीचे निरीक्षण करून, त्रिकोणाच्या ज्या बाजूंची लांबी दिली नाही त्या बाजूंची लांबी काढा.



उकल : प्रत्येक त्रिकोणाच्या कोनांची बेरीज 180^0 असते.

दिलेल्या माहितीनुसार $\angle C = \angle R, \ \angle B = \angle Q$

$\therefore \angle A = \angle P$

$\therefore$ **$\Delta PQR \ \Delta ABC$ हे समरूप त्रिकोण आहेत.**

$\therefore$ **त्याच्या बाजू प्रमाणात आहेत.**

$$\therefore \frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{PR}{AC}$$

$$\therefore \frac{2}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{PR}{8.6} \qquad \therefore \frac{2}{AB} = \frac{1}{3} = \frac{PR}{8.6}$$

$$\therefore \frac{2}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore AB = 2 \times 2$$

$\therefore AB = \frac{12}{3} = 4$ एकक

$$\therefore \frac{PR}{8.6} = \frac{1}{2}$$

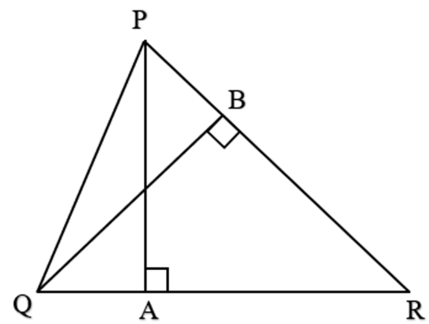
$\therefore PR = \frac{1}{2} \times 8.6 = 4.3$ एकक.

BUDDHIRAJ

प्र. 43) Δ PQR मध्ये रेख PA $\perp$ बाजू QR, Q – A – R

रेख QB $\perp$ बाजू PR P – B – R

सिद्ध करा की, $\Delta PAR \sim \Delta QBR$



उकल :

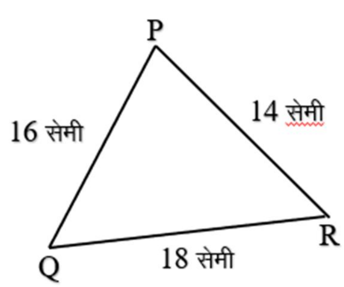
Δ PAR आणि Δ QBR मध्ये,

$\angle PAR \cong \angle QBR$ .... (प्रत्येकी 90^0)

$\angle R \cong \angle R$ ..... (सामाईक कोन)

$\Delta PAR \sim \Delta QBR$ ...... (को - को कसोटी)

प्र. 44) Δ PQR मध्ये, PQ = 16 सेमी, QR = 18 सेमी, PR = 14 सेमी आहे तर Δ PQR चा लहान कोन आणि मोठा कोन कोणता ते ओळखा.



BUDDHIRAJ

Δ PQR मध्ये,

PQ = 16 सेमी, QR = 18 सेमी, PR = 14 सेमी ...(दिलेलेआहे)

∴ 18 > 16 > 14

∴ QR > PQ > PR

∴ □ > ∠PRQ > PQR ...... □

∴ Δ PQR मध्ये □ हा मोठा कोन आहे.

आणि □ हा लहान कोन आहे.

उकल :

Δ PQR मध्ये,

PQ = 16 सेमी, QR = 18 सेमी, PR = 14 सेमी ...... (दिलेले आहे)

∴ 18 > 16 > 14

∴ QR > PQ > PR

∴ ∠QPR > ∠PRQ > PQR ...... □

∴ Δ PQR मध्ये ∠QPR हा मोठा कोन आहे.

आणि ∠PQR हा लहान कोन आहे.

BUDHIRAJ

प्र. 45) जर $\Delta LMN \sim \Delta PQR$ खालील कृती पूर्ण करा.

1) $\angle R \cong \square$ $\angle Q \cong \square$ $\angle P \cong \square$

2) $\dfrac{LM}{\square} = \dfrac{MN}{\square} = \dfrac{\square}{\square}$

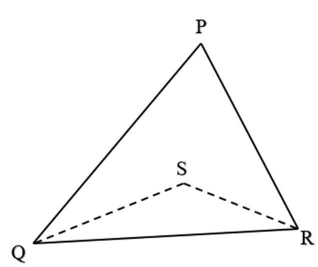
उकल : $\Delta LMN \sim \Delta PQR$

1) $\angle R \cong \boxed{\angle N}$ $\angle Q \cong \boxed{\angle M}$ $\angle P \cong \boxed{\angle L}$

...... (त्रिकोणाचे समान संगतकोन)

2) $\dfrac{LM}{\boxed{PQ}} = \dfrac{MN}{\boxed{QR}} = \dfrac{\boxed{LN}}{\boxed{PR}}$ ...... (त्रिकोणाच्या समान संगत बाजू)

प्र. 46) ΔPQR मध्ये जर $PQ > PR$ आणि $\angle Q$ आणि $\angle R$ चा दुभाजक आहे तो S बिंदूत छेदतो $SQ > SR$ दाखवा. खालील कृती पूर्ण करा



कृती : $\angle SQR = \square$ .... (i) ($\angle PQR$ हा किरण QS चा दुभाजक आहे)

BUDHIRAJ

$\angle SRQ = \frac{1}{2}\angle PRQ$....(ii) .... ($\angle$ PRQ हा किरण RS चा दुभाजक आहे)

Δ PQR मध्ये,

PQ > PR .... (दिलेले आहे)

$\therefore \angle R > \angle Q$ .... ☐

$\therefore \frac{1}{2}(\angle R) > \frac{1}{2}(\angle Q)$....... (दोन्ही बाजूंना $\frac{1}{2}$ ने गुणू)

$\therefore \angle SRQ >$ ☐ ...... (III) ... ((i) आणि (ii) वरून)

Δ SQR मध्ये,

$\angle SRQ > \angle SQR$ .... [(iii) वरून]

$\therefore$ SQ > SR .... ☐

उकल : $\angle SQR = \boxed{\frac{1}{2}\angle PQR}$ ... ($\angle$ PQR हा किरण QS चा दुभाजक आहे)

$\angle SRQ = \frac{1}{2}\angle PRQ$ .... ($\angle$ PRQ हा किरण RS चा दुभाजक आहे)

Δ PQR मध्ये,

PQ > PR ......(दिलेले आहे)

$\therefore \angle R > \angle Q$ ... ...

विरूद्ध बाजूचे कोन मोठे असतात.

$\therefore \frac{1}{2}(\angle R) > \frac{1}{2}(\angle Q)$ .... (दोन्ही बाजूंना $\frac{1}{2}$ ने गुणू)

$\therefore \angle SRQ > \boxed{\angle SQR}$ ...... (III) ... ((i) आणि (ii) वरून)

BUDDHIRAJ

Δ SQR मध्ये,

$\angle SRQ > \angle SQR$ .... [(iii) वरून]

$\therefore SQ > SR$ ....

विरूद्ध बाजूचे कोन मोठे

प्र. 47) Δ ABC च्या बाजूची लांबी 7, 8 आणि 9 एकक आहे. Δ PQR ची परिमिती 360 एकक आहे. जर Δ ABC Δ PQR हे समरूप असतील, तर Δ PQR च्या संगत बाजू लिहा

उकल : Δ ABC च्या बाजूची लांबी 7,8 व 9 एकक आहे.

समजा, Δ PQR च्या संगत बाजूची लांबी अनुक्रमे x, y व z आहे.

Δ PQR ची परिमिती = 360

$\therefore x + y + z = 360$ ...... (i)

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$,

$\therefore \frac{7}{x} = \frac{8}{y} = \frac{9}{z}$ .... (समरूप त्रिकोणाच्या संगत बाजू)

$\therefore \frac{7}{x} = \frac{8}{y} = \frac{9}{z} = \frac{7+8+9}{x+y+z}$ ...... (समान गुणोत्तरांचा सिद्धांत)

$\therefore \frac{7}{x} = \frac{8}{y} = \frac{9}{z} = \frac{24}{360}$ ..... (विधान (i) वरून)

BUDHIRAJ

$\therefore\ \frac{7}{x} = \frac{8}{y} = \frac{9}{z} = \frac{1}{15}$

आता,

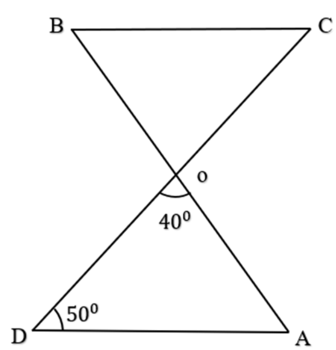
$\frac{7}{x} = \frac{1}{15} \quad \therefore x = 7 \times 15 = 105$

$\frac{8}{y} = \frac{1}{15} \quad \therefore y = 8 \times 15 = 120$

$\frac{9}{z} = \frac{1}{15} \quad \therefore z = 9 \times 15 = 135$

∴ Δ PQR च्या संगत बाजू अनुक्रमे 105 एकक, 120 एकक, 135 एकक आहेत.

प्र.48) शेजारील आकृतीमध्ये ΔOAD ≅ ΔOBC .तर ∠A आणि ∠Bकाढा.



उकल : Δ OAD ≅ Δ OBC

$\therefore \angle A = \angle B$

$\therefore \angle A + \angle D + \angle AOD = 180^0$

…… (त्रिकोणाच्या कोनांची बेरीज 180^0 असते.)

$\therefore \angle A + 50^0 + 40^0 = 180^0$

$\therefore \angle A + 90^0 = 180^0$

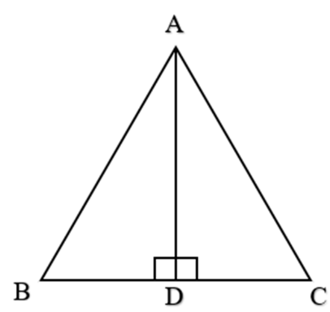
$\therefore \angle A = 180^0 - 90^0$

$\therefore \angle A = 90^0$

$\therefore \angle B = \angle A = 90^0$

$\therefore \angle A = 90^0$ आणि $\angle B = 90^0$

प्र.49) शेजारील आकृतीमध्ये AB = BC = AC तर∠A चे माप काढा.



उकल: AB = BC = BC

$\therefore$ Δ ABC हा समभुज त्रिकोण आहे.

$\angle A = \angle B = \angle C$

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$

….. (त्रिकोणाच्या कोनांची बेरीज 180^0 असते)

$\angle A + \angle A + \angle A = 180^0$

$3 \angle A = 180^0$

$\angle A = \frac{180^0}{3}$

$\angle A = 60^0$

$\therefore \angle A$ चे माप 60^0 आहे.

प्र.50) समद्विभूज त्रिकोणाच्या समान कोन 38° असतील तर तिसऱ्या कोनाचे माप किती

उकल: तिसऱ्या कोनाचे माप x मानू

$x + 38^\circ + 38^\circ$

$X + 76^\circ = 180^\circ$

$X = 180^\circ - 76^\circ$

$X = 104^\circ$

BUDHIRAJ