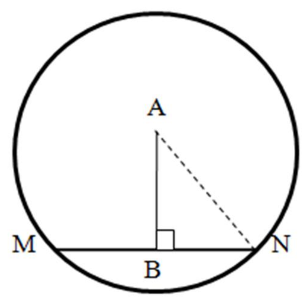
6.वर्तुळ

Extra Questions

प्र. 1) वर्तुळाची त्रिज्या 13 सेमी असून जीवेची लांबी 10 सेमी आहे तर त्या जीवेचे केद्रबिंदूपासूनचे अंतर काढा.



उकल : दिलेल्या आकृतीमध्ये, जीवेची लांबी MN = 10 सेमी.

आणि वर्तुळ केंद्र A आहे.

वर्तुळाच्या केंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.

∴ MB = BN = 5 सेमी आणि

AN = 13 सेमी ... (दिलेले आहे)

काटकोन Δ ABN मध्ये,

$AB^2 + BN^2 = AN^2$ ... (पायथागोरसच्या प्रमेयावरून)

$AB^2 + (5)^2 = (13)^2$

$AB^2 = (13)^2 - (5)^2$

$AB^2 = 169 - 25$

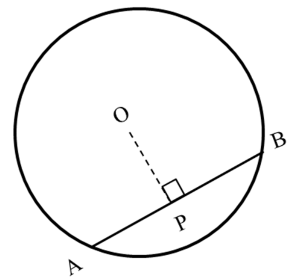
$AB^2 = 144$

AB = 12 सेमी.

∴ जीवेचे केंद्रापासूनचे अंतर 12 सेमी आहे.

BUDDHIRAJ

प्र. 2) शेजारील आकृतीमध्ये, O हा वर्तुळाचा केंद्र आहे त्याची जीवा AB = 10 सेमी आणि OP ⊥ AB आहे तर AP लांबी काढा.



उकल : OP ⊥ AB ... दिलेले आहे.

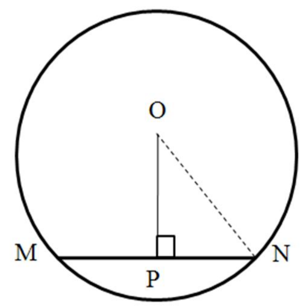
AB चा P हा मध्यबिंदू आहे.

$\therefore AP = \frac{1}{2} AB$

$AP = \frac{1}{2} \times 10$ – – – [∵ AB = 10 सेमी]

AP = 5 सेमी.

प्र. 3) वर्तुळाची त्रिज्या 41 सेमी आहे. वर्तुळाचे केंद्रापासून जीवेपर्यंतचे अंतर 9 सेमी आहे तर जीवेची लांबी काढा.



BUDDHIRAJ

उकल : O हा वर्तुळाचा केंद्र आहे.

∴ त्रिज्या ON = 41 सेमी.

∴ OP = 9 सेमी.

रेख OP ⊥ जीवा MN

MN = PN ... (केंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.)

काटकोन Δ OPN मध्ये,

$OP^2 + PN^2 = ON^2$ ... (पायथागोरसच्या प्रमेयावरून)

$(9)^2 + PN^2 = (41)^2$

$PN^2 = (41)^2 - (9)^2$

$PN^2 = 1681 - 81$

$PN^2 = 1600$

$PN = 40$

∴ MP = PN = 40 सेमी.

आणि, MN = MP + PN ... (M - P - N)

MN = 40 + 40

MN = 80 सेमी.

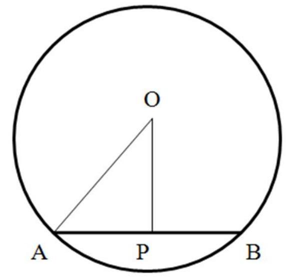
जीवेची लांबी 80 सेमी आहे.

प्र. 4) शेजारील आकृतीमध्ये, O हा वतुळाचा केंद्र आहे. जर AB = 8 सेमी आणि OP = 3 सेमी तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा.

उकल : रेख OP ⊥ रेख AB

AB चा मध्यबिंदू P आहे.

$$AP = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4\ cm$$



काटकोन Δ OPA मध्ये,

त्रिज्या $OA = \sqrt{OP^2 + AP^2}$

$$= \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{9 + 16}$$

$$= \sqrt{25}$$

= 5 सेमी.

∴ रेख OA = 5 सेमी म्हणजेच वर्तुळाची त्रिज्या = 5 सेमी.

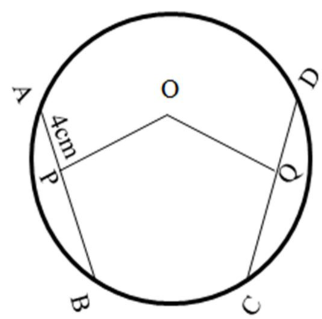
प्र. 5) शेजारील आकृतीमध्ये वर्तुळाचा केंद्र O आहे, आणि OP = OQ. जर AP = 4 सेमी आहे तर CD ची लांबी काढा.

उकल : जीवा AB आणि जीवा CD हे केंद्रापासून समान अंतरावर आहेत.

$$\overline{AB} = \overline{CD}$$

$$\frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{CD}$$

$$\overline{AP} = \frac{1}{2}\overline{CD}$$ ..... **(AB चा मध्यबिंदू P आहे.)**



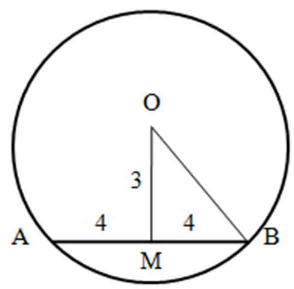
$$4\ cm = \frac{1}{2}\overline{CD}$$

$$\overline{CD} = 2 \times 4cm$$

CD = 8 cm.

BUDDHIRAJ

प्र. 6) वर्तुळकेंद्र O पासून जीवा AB चे अंतर 3 सेमी आहे. जीवा AB ची लांबी 8 सेमी आहे तर वर्तुळाचा व्यास काढा.



उकल : जीवा AB = 8 सेमी.

वर्तुळाचा व्यास (d) = ?

वर्तुळकेंद्रापासून जीवा AB चे अंतर

$AB = AM + MB$

$= AM + AM$ ... ($\because AM = MB$)

$\therefore AB = 2AM$

$AM = MB = \frac{8}{2} = 4$ सेमी.

काटकोन Δ OMB, $\angle OMB = 90^0$

OM = 3 सेमी आणि MB = 4 सेमी.

$OB^2 = OM^2 + MB^2$ ... (पायथागोरसच्या प्रमेयावरून)

BUDDHIRAJ

$\therefore OB^2 = (3)^2 + (4)^2$

$\therefore OB^2 = 9 + 16$

$\therefore OB^2 = 25$

$\therefore$ **OB = 5 सेमी.**

OB = वर्तुळाची त्रिज्या = 5 सेमी.

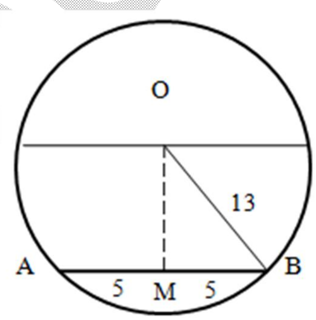
वर्तुळाचा व्यास = 2 × त्रिज्या

= 2 × 5

= 10 सेमी.

वर्तुळाचा व्यास हा 10 सेमी आहे.

प्र. 7) एका वर्तुळाचा व्यास 26 सेमी असून जीवेची लांबी 10 सेमी आहे तर त्या जीवेचे केंद्रापासूनचे अंतर काढा.



उकल : वर्तुळाची त्रिज्या = OB = $\frac{26}{2}$ = 13 सेमी.

RUDHIRAJ

जीवा AB = 10 सेमी.

केंद्रापासून अंतर OM

जीवेची लांबी AB = 10 सेमी.

$\therefore$ AM = MB = $\frac{AB}{2} = \frac{10}{2}$ = 5 cm.

.... (केंद्रातून जीवेस टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.)

काटकोन Δ OMB, $\angle$ OMB = 90^0

OB = 13 सेमी, MB = 5 सेमी,

$OB^2 = OM^2 + MB^2$ ... (पायथागोरस प्रमेयावरून)

$(13)^2 = OM^2 + (5)^2$

$OM^2 = (13)^2 - (5)^2$

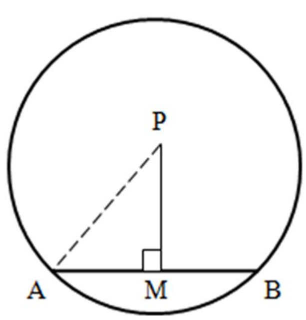
$OM^2 = 169 - 25$

$OM^2 = 144$

OM = 12 सेमी.

जीवेचे केंद्रापासून अंतर 12 सेमी आहे.

प्र. 8) वर्तुळाची त्रिज्या 25 सेमी आहे. जीवेची लांबी 48 सेमी आहे. तर P पासूनचे अंतर काढा.



BUDDHIRAJ

उकल : वर्तुळाची त्रिज्या PA = 25 सेमी.

PM $\perp$ AB ... (रचना)

PM हा AB चा दुभाजक आहे.

AM $\cong$ MB

$\therefore$ AM = MB = $\frac{1}{2}$ AB = $\frac{1}{2} \times$ 48 = 24 सेमी

काटकोन Δ PMA मध्ये, $\angle$ PMA = 90^0

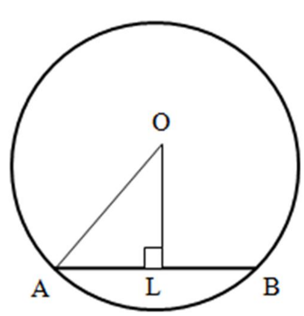
पायथागोरसच्या प्रमेयावरून,

$$PA^2 = PM^2 + AM^2$$
$$(25)^2 = PM^2 + (24)^2$$
$$PM^2 = (25)^2 - (24)^2$$
$$PM^2 = (25 + 24)(25 - 24)$$
$$PM^2 = (49) - (1)$$
$$PM = 7 \times 1$$

PM = 7 सेमी.

वर्तुळाचे केंद्रापासूनचे जीवेचे अंतर 7 सेमी आहे.

प्र. 9) वर्तुळाची त्रिज्या **13** सेमी आहे. एका जीवेची लांबी **10** सेमी आहे तर केंद्रापासूनचे जीवेचे अंतर काढा.



BUDDHIRAJ

उकल : AB ही जीवा आहे.

वर्तुळकेंद्र O पासून त्रिज्या 13 सेमी

OA = 13 सेमी.

∴ O पासून OL ⊥ AB काढा.

वर्तुळाच्या केंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.

$AL = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ सेमी.

काटकोन Δ OLA मध्ये,

$OA^2 = OL^2 + AL^2$

$OL^2 = OA^2 - AL^2$

$OL^2 = (13)^2 - (5)^2$

$OL^2 = 169 - 25$

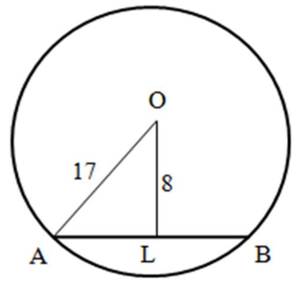
$OL^2 = 144$

$\therefore OL = 12$ सेमी.

केंद्रापासूनचे जीवेचे अंतर 7 सेमी आहे.

प्र. 10) जीवेची लांबी काढा. जीवेचे वर्तुळकेंद्रापासूनचे अंतर 8 सेमी असेल आणि त्रिज्या 17 सेमी आहे.

BUDHIRAJ



उकल : O केंद्रातून जाणारी AB ही जीवा आहे आणि त्रिज्या 17 सेमी आहे.

OL ⊥ AB काढा. OA जोडा.

तर , OL = 8 सेमी आणि OA = 17 सेमी

काटकोन Δ OLA मध्ये,

पायथागोरसच्या प्रमेयावरून,

$$OA^2 = OL^2 + AL^2$$

$$AL^2 = OA^2 - OL^2$$

$$= (17)^2 - (8)^2$$

$$= (17 + 18)(17 - 8)$$

$$= 225$$

∴ AL = 15 सेमी.

वर्तुळाच्या केंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.

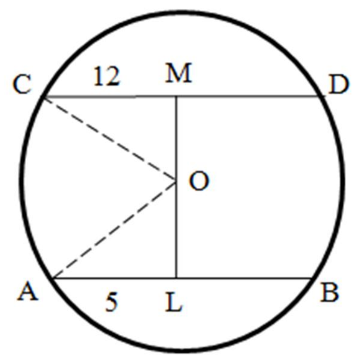
AB = 2 × AL

= 2 × 15

= 30 सेमी.

BUDDHIRAJ

प्र. 11) AB आणि CD वर्तुळांच्या दोन समांतर जीवा आहेत आणि केंद्राच्या विरूद्ध बाजूस आहेत तर AB = 10 सेमी, CD = 24 सेमी आणि AB आणि CD मधील अंतर 17 सेमी आहे तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा.



उकल : AB आणि CD वर्तुळांच्या दोन समांतर जीवा आहेत.

C (o, r) तर AB ∥ CD.

AB = 10 सेमी, CD = 24 सेमी

OL ⊥ AB आणि OM ⊥ CD काढा.

OA आणि OC जोडा.

तर OA = OC = r सेमी

... (वर्तुळाच्या त्रिज्या)

आता, OL ⊥ AB आणि OM ⊥ CD आणि AB ∥ CD . तर बिंदू L, O, M हे एकरेषीय आहेत.

∴ LM = 17 सेमी.

OL = x मानू तर OM = (17 - x) सेमी

वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.

BUDDHIRAJ

$AL = \frac{1}{2} AB = \left(\frac{1}{2} \times 10\right)$ सेमी = 5 सेमी.

आणि

$CM = \frac{1}{2} CD = \left(\frac{1}{2} \times 24\right)$ सेमी = 12 सेमी.

काटकोन Δ OLA मध्ये,

$OA^2 = OL^2 + AL^2$

$OA^2 = x^2 + (5)^2$ ... (i)

काटकोन Δ OMC मध्ये,

$OC^2 = OM^2 + CM^2$

$OC^2 = (17 - x)^2 + (12)^2$ ... (ii)

(i) आणि (iii) वरून

$x^2 + (5)^2 = (17 - x)^2 + (12)^2$

$x^2 + 25 = (x^2 - 34x + 289) + 144$

$x^2 + 25 = x^2 - 34x + 433$

$34x = 433 - 25$

$34x = 408$

$x = \frac{408}{34}$

x = 12 सेमी.

x = 12 सेमी ही किंमत (i) मध्ये ठेवू.

$OA^2 = (12)^2 + (5)^2$

$OA^2 = 144 + 25$

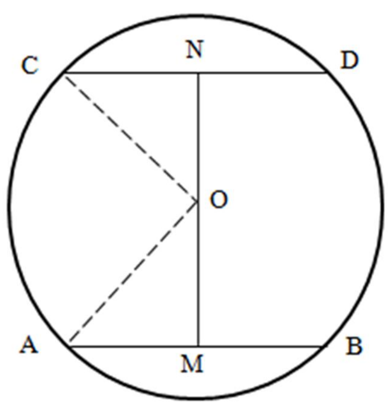
$OA^2 = 169$

OA = 13 सेमी.

∴ वर्तुळाची त्रिज्या 13 सेमी आहे.

BUDHIRAJ

प्र. 12) केंद्र O असलेल्या वर्तुळात AB = 16 सेमी, CD = 14 सेमी रेख OM ⊥ रेख AB व रेख ON ⊥ रेख CD जर OM = 6 सेमी, तर रेख ON काढा.



उकल: केंद्र O असलेल्या वर्तुळात AB = 16 सेमी, रेख OM ⊥ रेख AB

A - M - B

$\therefore AM = BM = \frac{1}{2} AB$

$= \frac{1}{2} \times 16 = 8$ सेमी.

काटकोन Δ OMA मध्ये,

$OA^2 = OM^2 + AM^2$ ... (पायथागोरस प्रमेयावरून)

$OA^2 = 6^2 + 8^2$

$OA^2 = 36 + 64$

$OA^2 = 100$

$\therefore OA = 10$ सेमी.

$\therefore OA = OC = 10$ सेमी ... (एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या

त्याचप्रमाणे,

$CN = \frac{1}{2} CD$ .... (वर्तुळकेंद्रकातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो)

$CN = \frac{1}{2} \times 14 = 7$ सेमी.

काटकोन Δ CON मध्ये,

$CO^2 = ON^2 + CN^2$ ... (पायथागोरस प्रमेयावरून)

$10^2 = ON^2 + 7^2$

$100 = ON^2 + 49$

$ON^2 = 100 - 49$

$ON^2 = 51$

$\therefore ON = \sqrt{51}$ सेमी.

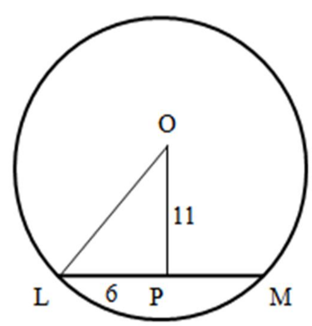
$\therefore$ रेख ON ची लांबी $\sqrt{51}$ सेमी आहे.

प्र. 13) एका वर्तुळाच्या जीवेची लांबी 12 सेमी आहे आणि जीवेचे केंद्रापासूनचे अंतर 11 सेमी आहे तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा.

उकल : रेख OP $\perp$ रेख LM

LM चा मध्यबिंदू P आहे.

$\therefore LP = \frac{1}{2} LM = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ सेमी.



काटकोन Δ OPL मध्ये,

त्रिज्या $OL = \sqrt{OP^2 + LP^2}$

$OL = \sqrt{(11)^2 + (6)^2}$

$= \sqrt{121 + 36}$

$OL = \sqrt{157}$ सेमी.

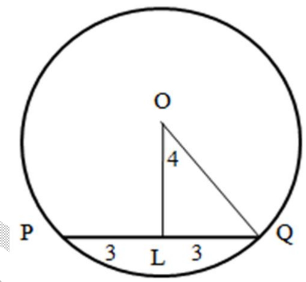
BUDHIRAJ

प्र. 14) वर्तुळकेंद्र O पासून जीवा PQ चे अंतर 4 सेमी आहे जीवा PQ ची लांबी 6 सेमी आहे तर वर्तुळाचा व्यास काढा.

उकल : जीवा PQ = 6 सेमी

वर्तुळाचा व्यास (d) = ?

वर्तुळाकेंद्रापासून जीवा PQ चे अंतर



$PQ = PL + LQ$

$PQ = PL + PL$ ... ($\because LQ = PL$)

$\therefore PQ = 2PL$

$\therefore PQ = QL = \frac{6}{2} = 3$ सेमी.

काटकोन Δ OLQ, $\angle OLQ = 90^0$

OL = 4 सेमी आणि LQ = 3 सेमी.

$OQ^2 = OL^2 + LQ^2$

$OQ^2 = (4)^2 + (3)^2$

$OQ^2 = 16 + 9$

$OQ^2 = 25$

$\therefore OQ = 5$ सेमी.

$\therefore$ OQ = वर्तुळाची त्रिज्या = 5 सेमी.

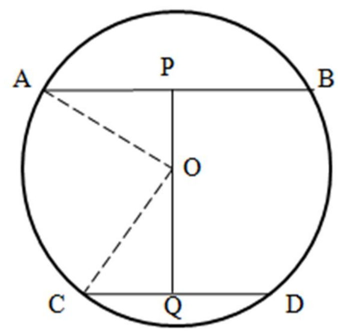
$\therefore$ वर्तुळाचा व्यास = 2 × त्रिज्या

= 2 × 5

= 10 सेमी.

$\therefore$ वर्तुळाचा व्यास हा 10 सेमी आहे.

प्र. 15) दिलेल्या आकृतीमध्ये वर्तुळाच्या दोन समांतर जीवा AB आणि CD आहेत. आणि त्रिज्या 5 सेमी, AB = 8 सेमी आणि CD = 6 सेमी जर OP ⊥ AB आणि OQ ⊥ CD तर PQ काढा



उकल : वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.

$\therefore AP = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ सेमी.

$\therefore CQ = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ सेमी.

OA आणि OC जोडा.

आता OA = OC = 5 सेमी. ... (दिलेले आहे.)

काटकोन Δ OPA मध्ये,

$OP^2 = OA^2 - AP^2$

$= (5)^2 - (4)^2$

$= 25 - 16$

$OP^2 = 9$

OP = 3 सेमी.

काटकोन Δ OQC मध्ये,

$$OQ^2 = OC^2 - CQ^2$$
$$= (5)^2 - (3)^2$$
$$= 25 - 9$$
$$OQ^2 = 16$$

OQ = 4 सेमी

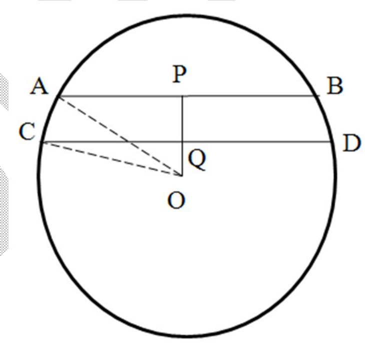
आता , OP ⊥ AB, OQ ⊥ CD आणि AB ∥ CD,

बिंदू P, O, Q हे एकरेषीय आहेत.

∴ PQ = OP + OQ = (3 + 4) = 7 सेमी.

∴ PQ ची लांबी 7 सेमी आहे.

प्र. 16) शेजारील आकृतीमध्ये AB आणि CD हया दोन समांतर जीवा आहेत आणि त्रिज्या 5 सेमी आहे. AB = 6 सेमी आणि CD = 8 सेमी आहे. जर OP ⊥ AB आणि OQ ⊥ CD तर PQ ची लांबी काढा.



उकल : OP ⊥ AB आणि OQ ⊥ CD आणि AB ∥ CD

बिंदू O, Q, P हे एकरेषीय आहेत. वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.

BUDDHIRAJ

$\therefore AP = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ सेमी.

$\therefore CQ = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ सेमी.

OA आणि OC जोडा.

काटकोन Δ OPA मध्ये,

$OP^2 = OA^2 - AP^2$

$= (5)^2 - (3)^2$

$= 25 - 9$

$OP^2 = 16$

OP = 4 सेमी.

काटकोन Δ OQC मध्ये,

$OQ^2 = OC^2 - CQ^2$

$= (5)^2 - (4)^2$

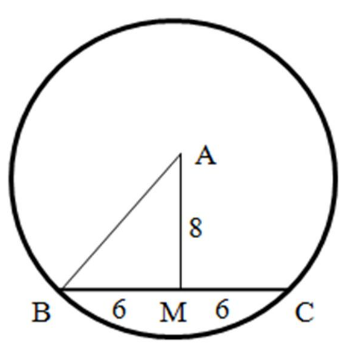
$= 25 - 16$

$OQ^2 = 9$

OQ = 3 सेमी.

$\therefore$ PQ = OP - OQ = 4 - 3 = 1 सेमी.

प्र. 17) जीवेची लांबी 12 सेमी, वर्तुळ केंद्रापासून त्याचे अंतर 8 सेमी आहे. तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा.



BUDDHIRAJ

उकल : $AM \perp BC$

BC चा मध्यबिंदू A आहे.

$BM = MC = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ सेमी.

काटकोन ΔAMB मध्ये,

त्रिज्या $AB = \sqrt{AM^2 + BM^2}$

$= \sqrt{(8)^2 + (6)^2}$

$= \sqrt{64 + 36}$

$= \sqrt{100}$ सेमी.

AB = 10 सेमी.

प्र. 18) वर्तुळाच्या जीवेची लांबी त्रिज्यपासून 13 सेमी आहे त्यातील अंतर 5 सेमी आहे तर जीवेची लांबी किती असेल?

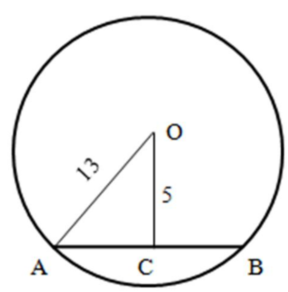
उकल : काटकोन ΔOAC मध्ये,

$AC = \sqrt{OA^2 - OC^2}$

$= \sqrt{(13)^2 - (5)^2}$

$= \sqrt{169 - 25}$

$= \sqrt{144}$ सेमी.

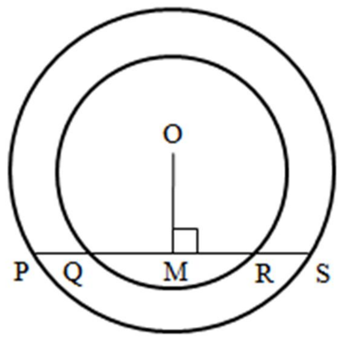


$\therefore AC = 12$ सेमी.

जीवेची लांबी $AB = 2 \times AC = 2 \times 12 = 24$ सेमी.

BUDHIRAJ

प्र. 19) **शेजारील आकृतीमध्ये OM ⊥ PS जर PS = 20 सेमी आणि QR = 15 सेमी तर PQ काढा.**



उकल : OM ⊥ PS

वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.

$QM = MR = \frac{1}{2} QR = \frac{15}{2}$ सेमी.

$PM = MS = \frac{1}{2} PS = \frac{20}{2} = 10$ सेमी.

$\therefore PQ = QM - PM$

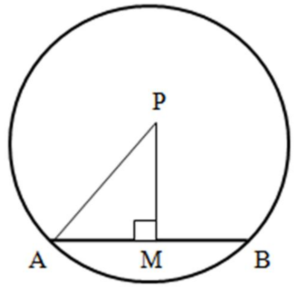
$= \frac{10-15}{2}$

$= \frac{20-15}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$

$\therefore PQ = 2.5$ सेमी.

प्र. 20) एका वर्तुळाकृती तलावात केंद्रबिंदूवर एक होडी आहे त्या बिंदूपासून 10 मी अंतरावर एक 40 मी लांबीचा पूल आहे जर होडीला पुलाच्या डाव्या बाजूच्या अंतिम टोकाला जायचे असल्यास किती अंतर जावे लागेल ?

BUDDHIRAJ



उकल : समजा वर्तुळाकृती तलावाचा केंद्रबिंदू P आहे.

∴ AB हा पूल आहे.

∴ AB = 40 मी.

रेख PM ⊥ जीवा AB

$\therefore AM = \frac{1}{2} AB$

.... (वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर काढलेला लंब जीवेस दुभागतो.)

$\therefore AM = \frac{1}{2} \times 40$

∴ AM = 20 मी.

∴ PM = 10 मी.

PM = पुलाचे होडीपासूनचे अंतर

होडीला पुलाच्या डाव्या बाजूच्या टोकाला जाण्यासाठी कापावे लागणारे अंतर = PA

काटकोन Δ PMA मध्ये,

$PA^2 = PM^2 + AM^2$ ... (पायथागोरसचे प्रमेय)

$= 10^2 + 20^2$

$= 100 + 400$

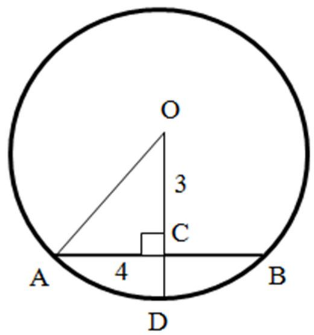
$PA^2 = 500$

$PA = 10\sqrt{5}$

होडीला पुलाच्या डाव्या बाजूच्या टोकाला जाण्यासाठी $10\sqrt{5}$ मी अंतर कापावे लागेल.

BUDDHIRAJ

प्र. 21) दिलेल्या आकृतीमध्ये जर OA = 5 सेमी, AB = 8 सेमी आणि OD ⊥ AB तर CD = ?



उकल : OD ⊥ AB

वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.

$AC = CB = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ सेमी.

काटकोन Δ OCA मध्ये,

$OA^2 = OC^2 + AC^2$ ... (पायथागोरसचे प्रमेय)

$OC^2 = AC^2 - OA^2$

$= (4)^2 + (5)^2$

$= 16 - 25$

$= 9$

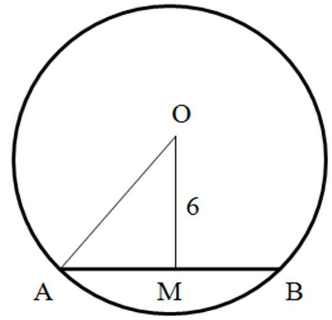
∴ OC = 3 सेमी.

∴ CD = OD - OC = 5 - 3 = 2 सेमी.

प्र. 22) वर्तुळ केंद्रापासून 6 सेमी अंतरावर जीवा AB आहे वर्तुळाची त्रिज्या जीवा AB पेक्षा 6 सेमी ने कमी असल्यास वर्तुळाची जीवा व त्रिज्या काढा.

BUDHIRAJ

उकल : वर्तुळाचा केंद्रबिंदू O आहे.



रेख OM ⊥ जीवा AB काढला.

OM = 6 सेमी.

समजा जीवा AB ची लांबी x मानू.

रेख OM ⊥ जीवा AB

$\therefore AM = \frac{1}{2} AB$ **... वर्तुळकेंद्रापासून जीवेवर काढलेला लंब जीवेला दुभागतो.**

$= \frac{1}{2} \times x$

$= \frac{x}{2}$

$AO = x - 6.$

काटकोन Δ OMA मध्ये,

$OA^2 = AM^2 - OM^2$

$(x-6)^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + (6)^2$

$x^2 - 12x + 36 = \frac{x^2}{4} + 36$

$4(x^2 - 12x) = x^2$

$4x^2 - 48x = x^2$

$4x^2 - x^2 = 48x$

$4x^2 - x^2 = 48x$

$3x^2 = 48x$

$3x = 48x$

$x = \frac{48}{3}$

$x = 16$

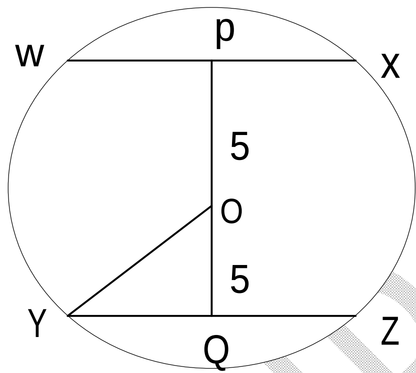
$\therefore$ **जीवेची लांबी = 16 सेमी.**

$\therefore$ **वर्तुळाची त्रिज्या = 16 − 6 = 10 सेमी.**

$\therefore$ **जीवेची लांबी 16 सेमी आणि त्रिज्या 10 सेमी आहे.**

BUDDHIRAJ

प्र. 23) एका वर्तुळाची त्रिज्या **13** सेमी आहे त्या वर्तुळात प्रत्येकी **24** सेमी लांबीच्या दोन जीवा आहेत. तर त्या जीवा वर्तुळकेंद्रापासून किती अंतरावर असतील.



उकल : O केंद्र असलेल्या वर्तुळाची

त्रिज्या OY = 13 सेमी.

रेख OQ ⊥ रेख YZ

Y - Q - Z आणि रेख YQ ≅ रेख ZQ

... (वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला दुभागतो)

$\therefore$ YQ = ZQ = $\frac{1}{2}$ YZ = $\frac{1}{2} \times 24 = 12$ सेमी.

$\therefore$ YQ = ZQ = 12 सेमी.

Δ OYQ या काटकोन त्रिकोणात,

$OY^2 = OQ^2 + YQ^2$ ... (पायथागोरसचे प्रमेय)

$13^2 = OQ^2 + 12^2$

$169 = OQ^2 + 144$

$OQ^2 = 169 - 144$

$OQ^2 = 25$

∴ OQ = 5 सेमी.

आकृतीमध्ये जीवा YZ = जीवा WX ... (दिलेले आहे.)

रेख OP ⊥ जीवा WX

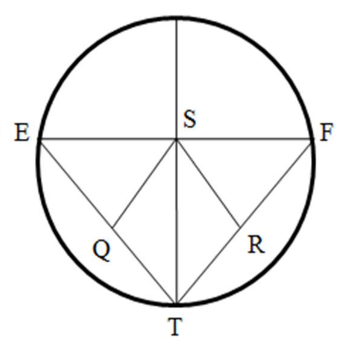
∴ रेख OP = रेख OQ

... (एकाच वर्तुळातील एकरूप जीवा केंद्रापासून समान अंतरावर असतात.)

रेख OP = 5 सेमी.

∴ दिलेल्या एकरूप जीवा वर्तुळकेंद्रापासून 5 सेमी अंतरावरअसतील.

प्र. 24) केंद्र S असलेल्या वर्तुळाच्या रेख ET आणि रेख TF या एकरूप जीवा आहेत. तर किरण TS हा ∠ ETF चा दुभाजक आहे हे सिद्ध करा.



उकल :

पक्ष : केंद्र S असलेल्या वर्तुळात

जीवा ET = जीवा FT

रेख SQ ⊥ जीवा ET

रेख SR ⊥ जीवा FT ... (रचना)

साध्य : किरण TS हा ∠ ETF चा दुभाजक आहे.

सिद्धता : केंद्र S असलेल्या वर्तुळात

जीवा ET = जीवा FT ... पक्ष (I)

रेख SQ ⊥ जीवा ET ... पक्ष (II)

रेख SR ⊥ जीवा FT ... पक्ष (III)

∴ SQ = SR

... एकरूप जीवा वर्तुळकेंद्रापासून समान अंतरावर असतात...(IV)

$TQ = QE = \frac{1}{2} TE$

... (V) (वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.)

तसेच,

$TR = RF = \frac{1}{2} TF$ ... (VI)

∴ TQ = QE = TR = RF ... (I), (V), (VI) वरून ... (VII)

Δ SQT Δ SRT मध्ये

SQ = SR ... (IV) वरून

TQ = TR ... (IV) वरून

ST = ST ... सामाईक भुजा.

∴ Δ SQT ≅ Δ SRT ... बाबाबा कसोटीनुसार,

∴ ∠ STQ ≅ ∠ STR ... (एकरूप त्रिकोणाचे संगत कोन) ...(VIII)

∴ ∠ STE ≅ ∠ STF ... (VIII) वरून (IX)

∴ किरण TS हा ∠ ETF चा दुभाजक आहे. ... (IX) वरून

हे सिद्ध होते.

BUDDHIRAJ

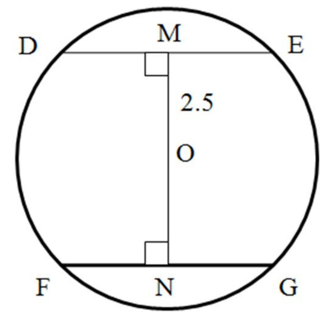
प्र. 25) आकृतीमध्ये बिंदू O हा वर्तुळाचा केंद्रबिंदू आहे. DE = FG. जर OM = 2.5 सेमी तर ON काढा.

उकल : बिंदू O केंद्र असलेल्या वर्तुळात

जीवा DE ≅ जीवा FG

OM ⊥ DE, ON ⊥ FG

आकृतीमध्ये दाखवलेले आहेत.



OM = 2.5 सेमी.

म्हणजेच DE चे O पासूनचे

ON = 2.5 सेमी

...(एका वर्तुळातील एकरूप जीवा केंद्रापासून समान अंतरावर असतात.)

प्र. 26) आकृतीमध्ये बिंदू Q हा वर्तुळाचा केंद्रबिंदू आहे. QM ⊥ AB, QN ⊥ CD. QM = QN = 3 सेमी जर AM = 2 सेमी आहे तर CD ची लांबी काढा.

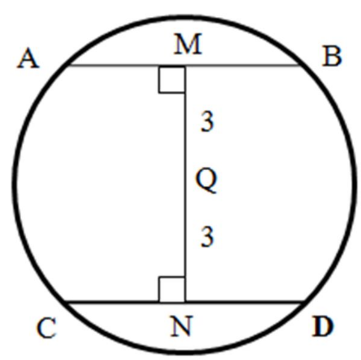
उकल : बिंदू Q केंद्र असलेल्या वर्तुळात,

QM ⊥ AB, QN ⊥ CD

QM = QN = 3 सेमी

∴ AB = CD ... (I)

.... (केंद्रापासून समान अंतरावर असणाऱ्या जीवा एकरूप असतात)



$AM = \frac{1}{2} AB$ ... (II)

.... (वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला दुभागतो.)

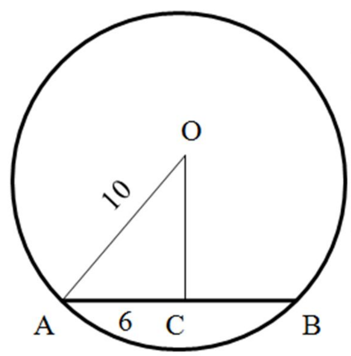
AM = 2

$\therefore AM = \frac{1}{2} AB = 2$ ... (II) वरून

∴ AB = 4 सेमी. ... (III)

∴ CD = 4 सेमी. ... (I) व (III) वरून

प्र. 27) शेजारील आकृतीमध्ये वर्तुळाचा केंद्र O आहे. OA = 10 सेमी. जीवेला लंब OC आहे. OC = 8 सेमी आहे तर जीवा AB ची लांबी काढा.



उकल : $OC \perp AB$

AC = CB ... (केंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.)

काटकोन Δ OAC मध्ये,

$AC^2 = OA^2 - OC^2$ ... (पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार)

$AC = \sqrt{OA^2 - OC^2}$

$= \sqrt{(10)^2 - (8)^2}$

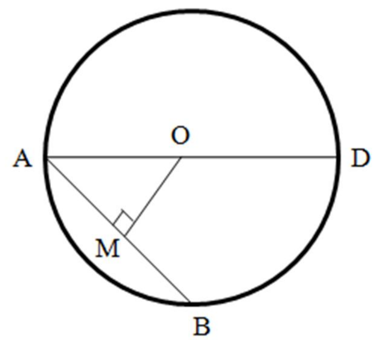
$= \sqrt{100 - 64}$

$= \sqrt{36}$

AC = 6 सेमी.

∴ AB = 2 × AC = 2 × 6 = 12 सेमी.

प्र. 28) वर्तुळाचा व्यास AD आणि जीवा AB आहे. जर AD = 34 सेमी आणि AB = 30 सेमी आहे तर वर्तुळ केंद्रापासून AB चे अंतर किती ?



उकल : वर्तुळाचा व्यास AD = 34 सेमी

$\therefore AD = OD = \frac{1}{2} \times AD$

$= \frac{1}{2} \times 34$

= 17 सेमी.

वर्तुळाची जीवा AB = 30 सेमी

$AM = AB = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 30 = 15$ सेमी

काटकोन Δ OMA मध्ये,

$OA^2 = OM^2 + AM^2$ ... (पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार)

$(17)^2 = OM^2 + (15)^2$

$289 = OM^2 + 225$

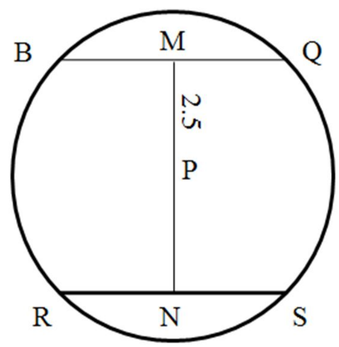
$OM^2 = 289 - 225$

$OM^2 = 64$

OM = 8 सेमी

वर्तुळकेंद्रापासून AB चे अंतर 8 सेमी आहे.

प्र.29) बिंदू P केंद्र असलेल्या वर्तुळामध्ये जीवा BQ = 5 सेमी आहे. जीवा BQ ≅ जीवा RD आणि PM ⊥ BQ, PN ⊥ RS आहे. PM = 2.8 सेमी तर PN ची लांबी काढा.



उकल : बिंदू **P** केंद्र असलेल्या वर्तुळामध्ये

जीवा **BQ** ≅ जीवा **RD**

आणि **PM** ⊥ **BQ**, **PN** ⊥ **RS**

... (आकृतीमध्ये दाखविले आहे.)

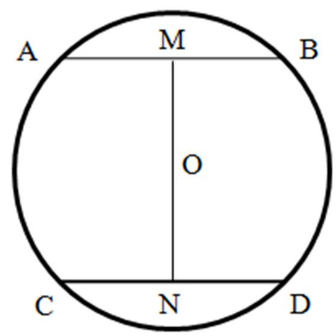
PM = **2.8** सेमी म्हणजेच **BQ** चे **P** पासूनचे अंतर **2.8** सेमी आहे.

∴ **PN** = **2.8** सेमी

...... (एका वर्तुळातील एकरूप जीवा केंद्रपासून समान अंतरावर असतात.)

BUDDHIRAJ

प्र. 30) बिंदू O केंद्र असलेल्या वर्तुळामध्ये OM ⊥ AB, ON ⊥ CD, OM = ON = 3.9 सेमी आहे. जर AB = 8.6 सेमी जीवा CD ची लांबी काढा.



उकल : बिंदू O केंद्र असलेल्या वर्तुळामध्ये

OM ⊥ AB, ON ⊥ CD, आणि

OM = ON = 3.9 सेमी

∴ AB = CD

... (केंद्रापासून समान अंतरावर असणाऱ्या जीवा एकरूप असतात.)

∴ AB = 8.6 सेमी.

∴ CD = 8.6 सेमी.

प्र. 31) Δ PQR असा काढा की ∠ P = 85^0, PQ = 7 सेमी, ∠ Q = 60^0 या त्रिकोणाचे अंतवर्तुळ काढा.

उकल : रचनेच्या पायऱ्या

i) Δ PQR हा दिलेल्या मापाचा त्रिकोण काढा.

ii) कोणत्याही दोन कोनाचे दुभाजक काढा.

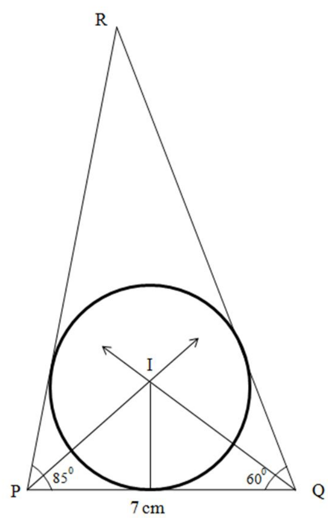
BUDDHIRAJ

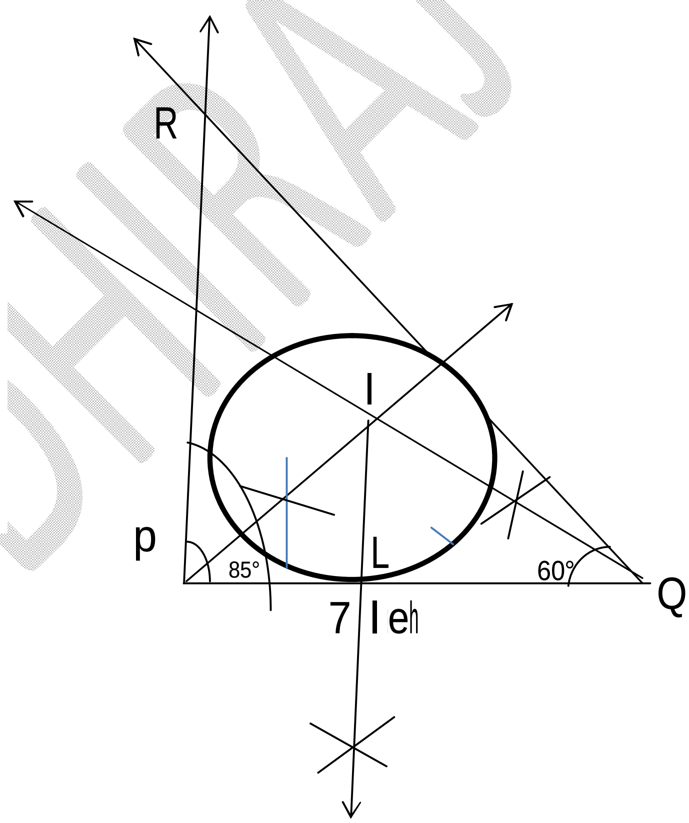
iii) कोनदुभाजकाच्या छेदनबिंदूला I नाव दया.

iv) बिंदू I मधून PQ वर IL हा लंब काढा.

v) IL ही त्रिज्या व I हे केंद्र घेऊन वर्तुळ काढा.

कच्ची आकृती :





BUDHIRAJ

प्र. 32) वर्तुळापासून जीवा PQ चे अंतर 4 सेमी आहे. जीवेची लांबी 4 सेमी आहे. तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा.

$PM = \frac{1}{2}\square$

... (वर्तुळकेंद्रापासून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो)

$\therefore$ $PM = \square$

Δ OMP मध्ये $\angle OMP = 90^0$

$\therefore OP^2 = OM^2 + PM^2$ ... (पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार)

$\therefore OP^2 = \square$

$\therefore OP = \square$ ... (दोन्ही बाजूंची वर्गमुळे काढू.)

उकल : $PM = \frac{1}{2}\boxed{PQ}$

... (वर्तुळकेंद्रापासून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो)

$\therefore PM = \boxed{\frac{1}{2} \times 4 = 2}$ सेमी.

Δ OMP मध्ये $\angle OMP = 90^0$

$\therefore OP^2 = OM^2 + PM^2$ ... (पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार)

$\therefore OP^2 = \boxed{(1)^2 + (2)^2}$

$= \boxed{1 + 4}$

$\therefore OP^2 = 5$ ... (दोन्ही बाजूंची वर्गमुळे काढू.)

$\therefore OP = \boxed{\sqrt{5}}$ सेमी.

BUDHIRAJ

प्र. 33) O केंद्रातून वर्तुळाची त्रिज्या 61 सेमी आहे. जीवेची लांबी AB ही 120 एकक आहे. वर्तुळाच्या जीवेपासून केंद्रापर्यंतच अंतर काढा.

$AP = \frac{1}{2} AB$

... (वर्तुळकेंद्रापासून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो)

$= \square$

Δ OPA मध्ये $\angle OPA = 90^0$

$\therefore OA^2 = OP^2 + AP^2$ ... (पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार)

$\therefore 61^2 = OP^2 + \square$

$OP^2 = (61 - 60) \square$

$\therefore OP = \square$

उकल : $AP = \frac{1}{2} AB$

... (वर्तुळकेंद्रापासून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो)

$= \boxed{\frac{1}{2} \times 120 = 60}$

AP = 60 एकक.

Δ OPA मध्ये $\angle OPA = 90^0$

$\therefore OA^2 = OP^2 + AP^2$ ... (पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार)

$\therefore 61^2 = OP^2 + \boxed{60^2}$

$OP^2 = (61 - 60) \boxed{(61 + 60)}$

$= \boxed{(1)(121)}$

$\boxed{OP^2 = 121}$

$\therefore OP = \boxed{11}$ एकक.

BUDDHIRAJ

प्र. 34) वर्तुळाच्या जीवा एकरूप आहेत आणि त्या केंद्रापासून समान अंतरावर आहेत. पक्ष बिंदू P आणि बिंदू Q चे वर्तुळाचे केंद्र एकरूप आहेत.

रेख PM ⊥ जीवा AB   A - M - B

रेख QN ⊥ जीवा CD   C - N - D

PM = QN

साध्य : जीवा AB ≅ जीवा CD

रचना : रेख PA आणि रेख QC काढा.

सिद्धता : Δ PMA आणि Δ QNC मध्ये,

☐ ≅ ∠ QNC ... (प्रत्येकी 90^0)

रेख PM ≅ रेख QN ... (दिलेले आहे.)

कर्ण PA ≅ कर्ण QC ... (एकरूप वर्तुळाच्या त्रिज्या)

Δ PMA ≅ Δ QNC

रेख AM ≅ ☐

∴ AM = CN

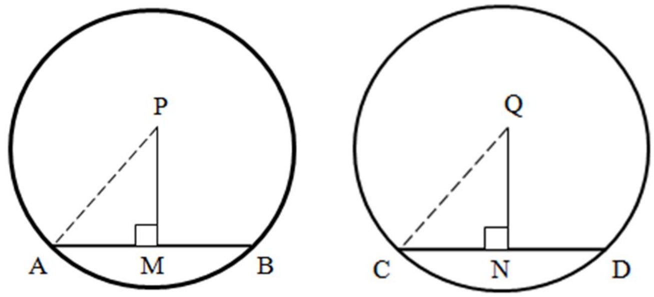
∴ $AM = \frac{1}{2} \times AB$ ... (____________)

$CN = \frac{1}{2} \times CD$

∴ AB = CD

∴ जीवा AB ≅ जीवा CD

BUDDHIRAJ



उकल : Δ PMA आणि Δ QNC मध्ये,

$\angle$ PMA $\cong$ $\angle$ QNC ... (प्रत्येकी 90^0)

रेख PM $\cong$ रेख QN ... (दिलेले आहे.)

कर्ण PA $\cong$ कर्ण QC ... (एकरूप वर्तुळाच्या त्रिज्या)

Δ PMA $\cong$ Δ QNC

रेख AM $\cong$ रेख CN

$\therefore$ AM = CN

$\therefore$ AM = $\frac{1}{2}$ $\times$ AB

..... (वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.)

CN = $\frac{1}{2}$ $\times$ CD

$\therefore$ AB = CD

$\therefore$ जीवा AB $\cong$ जीवा CD

प्र. 35) शेजारील आकृतीमध्ये **P** हा वर्तुळाचा केंद्र आहे जीवा **AB** आणि जीवा **CD** बिंदू **E** च्या व्यासात छेदते. जर $\angle$ **AEP** $\cong$ $\angle$**DEP** तर सिद्ध करा **AB = CD.**

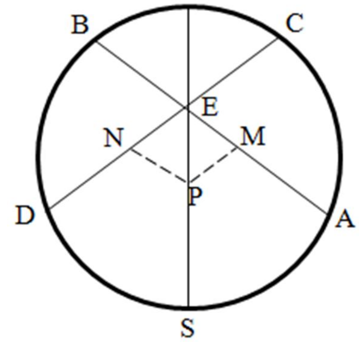
पक्ष : **P** हा वर्तुळाचा केंद्र आहे.

BUDHIRAJ

जीवा AB आणि जीवा CD,

बिंदू E च्या व्यासात छेदते.

$\angle AEP \cong \angle DEP$



साध्य : AB = CD.

रचना : रेख PM $\perp$ जीवा AB A - M - B

रेख PN $\perp$ जीवा CD C - N - D

सिद्धता : $\angle AEP \cong \angle DEP$ ... दिलेले आहे.

रेख ES चा दुभाजक हा ☐

बिंदू P चा दुभाजक हा ☐

$\therefore$ ☐ = PN ... (कोनदुभाजकाचे प्रमेय)

जीवा AB $\cong$ जीवा CD ... (____________)

AB = CD ...... (एकरूप रेषाखंडाची लांबी)

उकल :

सिद्धता : $\angle AEP \cong \angle DEP$ ... दिलेले आहे.

रेख ES चा दुभाजक हा $\boxed{\angle AED}$

बिंदू P चा दुभाजक हा $\boxed{\angle AED}$

$\therefore$ $\boxed{PM}$ = PN ... (कोनदुभाजकाचे प्रमेय)

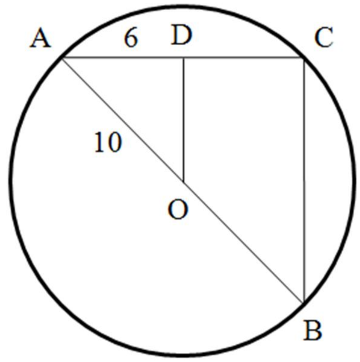
जीवा AB $\cong$ जीवा C

... (एकाच वर्तुळात समान अंतरावर असलेल्या जीवा एकरूप् असतात.)

AB = CD ..... (एकरूप रेषाखंडाची लांबी)

BUDDHIRAJ

प्र. 36) शेजारील आकृतीमध्ये, व्यास AB आणि जीवा AC चा अंत्यबिंदू A आहे. AB ची लांबी 20 सेमी आहे आणि AC = 12 सेमी, वर्तुळकेंद्रापासून AC चे अंतर किती असेल?



उकल :

पक्ष : व्यास AB आणि जीवा AC अंत्यबिंदू एकच आहे.

AB= 20 सेमी आणि AC = 12 सेमी.

साध्य : OD काढा.

सिद्धता : OD ⊥ AC

$\therefore$ AD = DC = $\frac{1}{2}$ AC = $\frac{1}{2} \times 12 = 6$ सेमी

... (वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.)

$\therefore$ OA = OB = $\frac{1}{2}$ AB = $\frac{1}{2} \times 20 = 10$ सेमी

काटकोन Δ ODA मध्ये,

$\therefore OA^2 = OD^2 + AD^2$ ... (पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार)

$(10)^2 = OD^2 + (6)^2$

$100 = OD^2 + 36$

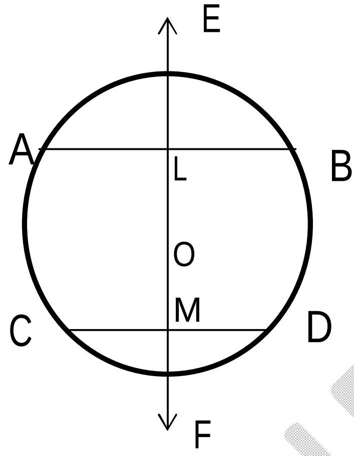
$OD^2 = 100 - 36$

$OD^2 = 64$

$\therefore$ OD = 8 सेमी.

वर्तुळकेंद्रापासून AC चे अंतर 8 सेमी असेल.

प्र. 37) दिलेल्या आकृतीमध्ये,Oवर्तुळकेंद्रातून जाते आणि EF ला छेदते. जीवा AB आणि CD चा दुभाजक EF आहे. तर सिद्ध करा AB ∥ CD.



उकल :

पक्ष : रेख **EF O** वर्तुळकेंद्रातून जाते.

जीवा **AB** आणि **CD** चा दुभाजक **EF** आहे.

साध्य : **AB ∥ CD.**

सिद्धता : जीवा **AB** चा दुभाजक **EF** आहे.

जीवा **AB** चा दुभाजक **OL** आहे.

$\therefore \angle OLB = \angle OLA = 90^0$ ... (1)

... (वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.)

∴ जीवा **CD** चा दुभाजक **EF** आहे.

जीवा **CD** चा दुभाजक **OM** आहे.

$\therefore \angle OMC = \angle OMD = 90^0$ ... (2)

... (वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.)

1) आणि (2) वरून,

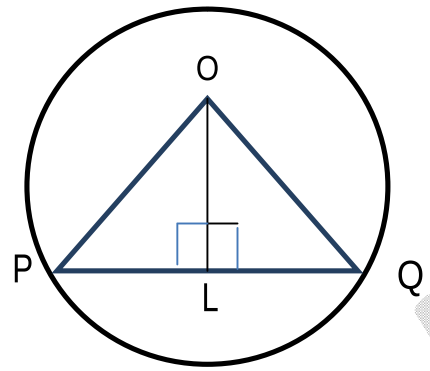
$\angle OLB = \angle OMC = 90^0$

त्यांचे कोन आंतरव्युत्क्रम कोनाची जोडी तयार होते.

$\therefore$ **AB ∥ CD.**

BUDDHIRAJ

प्र. 38) वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला दुभाकतात हे सिद्ध करा.



उकल :

पक्ष : O हा वर्तुळ केंद्र आहे.

वर्तुळाची जीवा PQ आहे.

जीवा PQ वर OL ही लंब असणारी रेषा आहे.

साध्य : PL = QL

रचना : OP आणि OQ जोडा.

सिद्धता : Δ OLP आणि Δ OLQ मध्ये,

OP = OQ ... (वर्तुळाची त्रिज्या)

OL = OL ... (सामाईक)

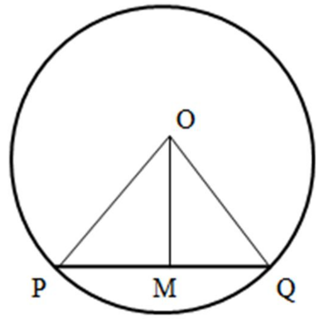
$\angle$OLP = $\angle$OLQ ... प्रत्येकी 90^0.

Δ OLP $\cong$ Δ OLQ ... बाकोबा कसोटी नुसार.

$\therefore$ PL = QL.

प्र. 39) वर्तुळकेंद्रातून जाणारी रेषा जीवेला दुभाजक आहे. आणि जीवेला लंब आहे हे सिद्ध करा.

BUDHIRAJ



उकल :

पक्ष : O हा वर्तुळाचा केंद्र आहे.

वर्तुळाची जीवा PQ आहे.

जीवा PQ चा मध्यबिंदू M आहे.

साध्य : OM ⊥ PQ

रचना : OP आणि OQ जोडा.

सिद्धता : Δ OMP आणि Δ OMQ मध्ये,

OP = OQ ... (वर्तुळाची त्रिज्या)

OM = OM ... (सामाईक)

MP = MQ ... (PQ चा मध्यबिंदू M आहे.)

∴ Δ OMP ≅ Δ OMQ ... (बाबाबा कसोटी नुसार.)

∴ ∠ OMP = ∠ OMQ

परंतु,

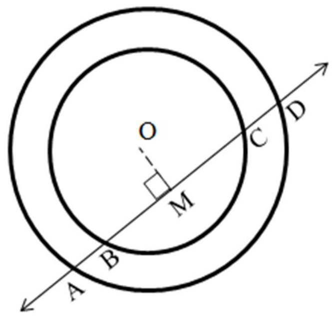
∠ OMP + ∠ OMQ = 180^0 ... (रेषीय जोडी)

∴ ∠ OMP = ∠ OMQ = 90^0

OM ⊥ PQ.

BUDDHIRAJ

प्र. 40) O केंद्रातून जाणारे दोन वर्तुळ काढा. वर्तुळातून जाणारी रेषा त्यावरती बिंदू A, B, C, D घ्या. आणि सिद्ध करा की, AB =CD.



उकल :

पक्ष : O केंद्रातून जाणारी दोन वर्तुळे काढा.

वर्तुळातून जाणारी रेषा त्यावरती A, B, C, D घ्या.

साध्य : AB = CD

रचना : OM ⊥ BC काढा.

सिद्धता : वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.

∴ AM = DM ... (1)

आणि BM = CM ... (2)

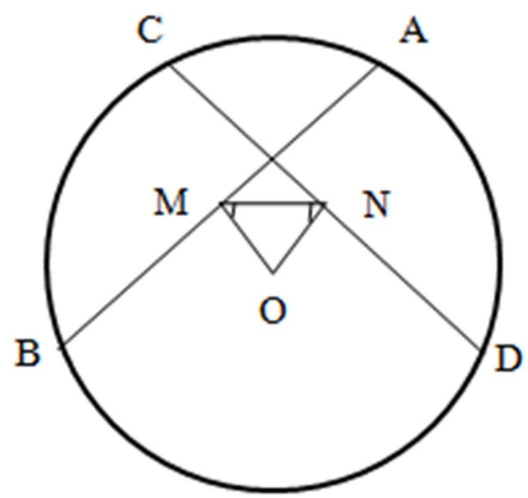
(2) मधून (1) वजा करा.

AM - BM = DM - CM

AB = CD.

BUDDHIKA

प्र. 41) शेजारील आकृतीमध्ये, O वर्तुळकेंद्रातून जाणाऱ्या AB आणि CD समान जीवा आहेत. जर OM ⊥ AB आणि ON ⊥CD तर सिद्ध करा ∠ OMN = ∠ ONM.



उकल :

पक्ष : शेजारील आकृतीमध्ये, O वर्तुळकेंद्रातून जाणाऱ्या AB आणि CD समान लांबीच्या जीवा आहेत.

OM ⊥ AB आणि ON ⊥ CD

साध्य : ∠ OMN = ∠ ONM

सिद्धता : जीवा AB = जीवा CD

OM = ON ... (1)

.... (वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेले लंब समान असतात.)

Δ OMN मध्ये,

OM = ON ... (1) वरून

∴ ∠ OMN = ∠ ONM

... (त्रिकोणाच्या समान बाजू समोरील कोन समान असतात.)

प्र.42) Δ LMN शेजारील असा काढा की,∠M = 4 सेमी, ∠L = 70^0 LN = 4.5 सेमी Δ LMN चे अंतवर्तुळ काढा.

उकल : रचनेच्या पायऱ्या

1) Δ LMN हा दिलेल्या मापाचा त्रिकोण काढा.

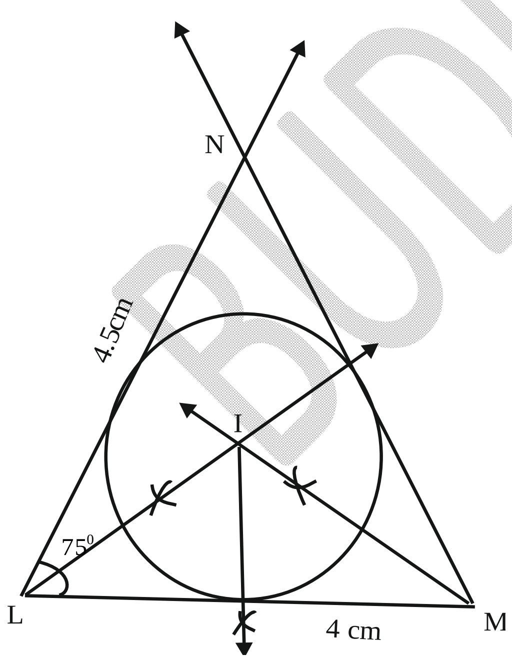
2) ∠L व ∠M चे कोनदुभाजक काढा.

3) कोनदुभाजकांच्या छेदनबिंदूला I नाव दया.

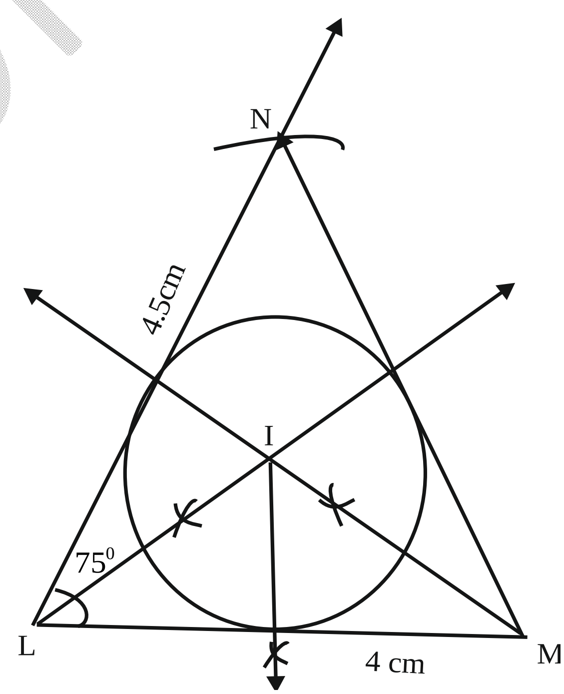
4) बिंदू 1 मधून बाजू LM वर लंब काढा.

5) IA ही त्रिज्या व 1 हे केंद्र घेऊन वर्तुळ काढा.

कच्ची आकृती



बरोबर आकृती



BUDDHIRAJ

Q.43) Δ ABC हा कोणताही एक काटकोन त्रिकोण काढा व त्याचे अंतवर्तुळ काढा

उकल : रचनेच्या पायऱ्या :

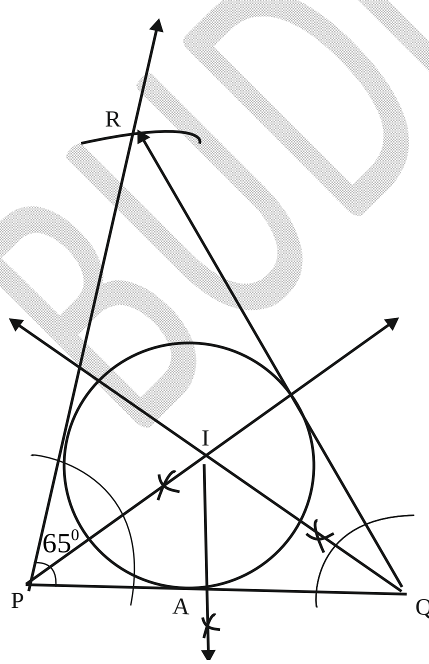
1) कोणत्याही मापाचा काटकोन Δ ABC काढा.

2) ∠ A व ∠ B चे दुभाजक काढा कोन दुभाजकाच्या छेदनबिंदुला ‘I’ नाव दया.

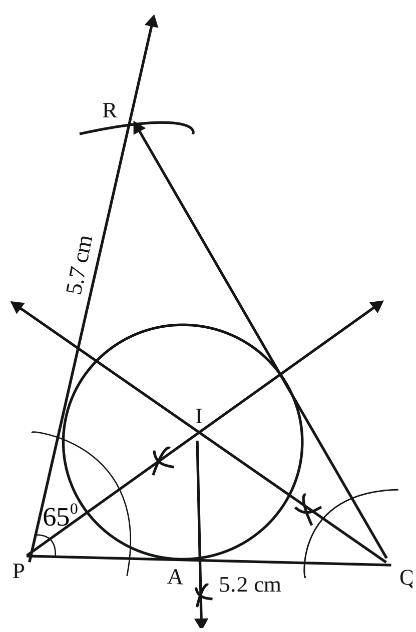
3) रेख IM ⊥ बाजू BC काढा

4) केंद्र I घेऊन IM एवढी त्रिज्या घेऊन वर्तुळ काढा हे वर्तुळ Δ ABC चे अपेक्षित अंतवर्तुळ आहे.

कच्ची आकृती



बरोबर आकृती



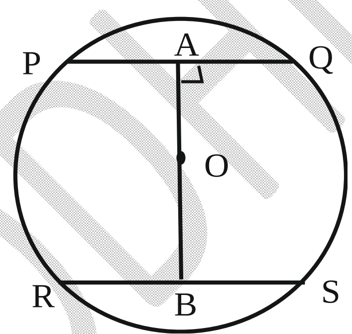
BUDDHIRAJ

Q.44) एका वर्तुळाला **PQ** आणि **RS** या दोन जीवा आहेत त्या एकमेंकींना समांतर आहेत. रेषा **AB** ही **PQ** ची लंबदुभाजक आहे. कोणत्याही रचनेचा वापर न करता सिध्द करा की रेषा **AB** ही **RS** ची लंबदुभाजक आहे.

उकल :

पक्ष : जीवा **PQ** व जीवा **RS** या एका वर्तुळात असून एकमेकींना समांतर आणि रेख **AB** हा **PQ** चा लंबदुभाजक आहे.

आकृती :



साध्य : रेषा **AB** हा रेख **RS** ला दुभागते.

सिध्दता : **AB** हा **PQ** चा लंबदुभाजक आहे.

∴ **AB** हा **O** या केंद्रामधून जातो.

∴ **PQ ∥ RS**

∴ **AB ⊥ RS**

∴ **AB** हा केंद्रामधून जातो.

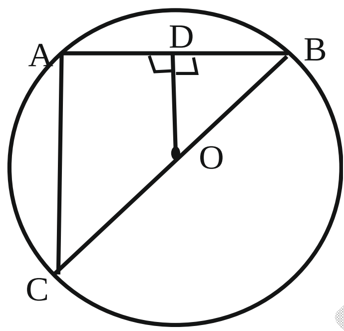
∴ **AB** हा **RS** ला दुभागतो.

[वर्तुळाच्या केंद्रामधून काढलेला लंबदुभाजक जीवेला दुभागतो]

BUDDHIRAJ

Q.45) O एक वर्तुळ दिलेले आहे ज्याचे केंद्रक ‘O’ आहे जीवा AB या जीवेस OD हा लंबदुभाजक आहे. जर BC हा व्यास आहे,तर CA = 20D असे सिध्द करा.

आकृती :



उत्तर : पक्ष : **O** हे केंद्र असलेल्या वर्तुळामध्ये **AB** या जीवेस **OD** हा लंबदुभाजक आहे. **BC** हा वर्तुळाचा व्यास आहे.

साध्य : **CA = 20D**

सिध्दता : **OD ⊥ AB**

∵ **AB**चा मध्यबिंदू **D** आहे.(केंद्रामधून जीवेवर टाकलेला लंब, जीवेस दुभागतो)

Δ **BAC** मध्ये,

∴ **AB** या रेषेचा मध्यबिंदू **D** हा आहे आणि **BC** या रेषेचा मध्यबिंदू **O** हा आहे.

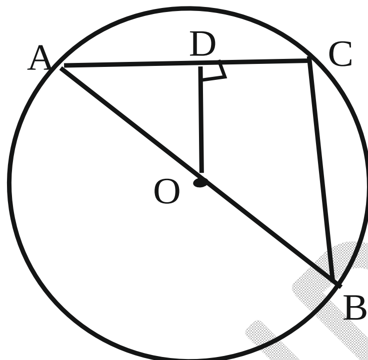
OD ∥ AC …….. (मध्य बिंदूचे प्रमेय)

आणि **OD** = $\frac{1}{2}$ **AC**

∴ **CA = 20D**

BUDDHIRAJ

Q.46) आकृतीमध्ये, व्यास **AB** व जीवा **AC** यांसाठी **A** हा सामाईक अंत्यबिंदू आहे. जर **AB** ची लांबी **20** सेमी व **AC** ची लांबी **12** सेमी आहे **AC** हा वर्तुळाच्या केंद्रापासून किती अंतरावर आहे**?**



पक्ष **:** व्यास **AB** व जीवा **AC** यांसाठी **A** हा सामाईक अंत्यबिंदूआहे.

AB = 20 आणि AC = 12 सेमी

काय शोधायचे आहे **? : OD**

उकल **:** **OD ⊥ AC**

$$AD = DC = \frac{1}{2} AC$$

$$= \frac{1}{2} \times 12$$

= 6 सेमी [केंद्रामधून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.]

$$OA = OB = \frac{1}{2} AB$$

$$= \frac{1}{2} \times 20$$

= 10 सेमी

काटकोन त्रिकोण **ODA,** मध्ये**,**

$\therefore OA^2 = OD^2 + AD^2$...(पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार)

$(10)^2 = OD^2 + (6)^2$

$100 = OD^2 + 36$

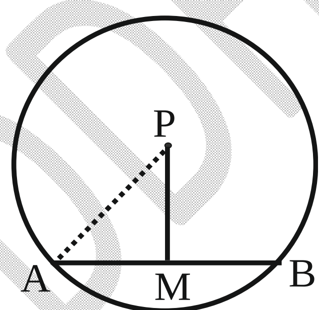
$OD^2 = 100 - 36$

$OD^2 = 64$

$\therefore OD = 8$ सेमी

म्हणून AC हा केंद्रकापासून 8 सेमी अंतरावर आहे

Q.47) एका वर्तुळाचा केंद्र P आहे त्रिज्या 25 सेमी आहे व जीवेची लांबी 48 सेमी आहे P चे केंद्रापासूनचे अंतर काढा.



उकल :

आकृतीमध्ये,

वर्तुळाची त्रिज्या, PA = 25cm

$PM \perp AB$ (रचनेनुसार)

PM ही AB ला दुभागते

$\therefore AM \cong MB$

$\therefore AM = MB = \frac{1}{2} AB$

$= \frac{1}{2} \times 48$

$= 24$ cm

काटकोन त्रिकोण ΔPMA , *मध्ये*, $\angle PMA = 90^0$

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$\therefore PA^2 = PM^2 + AM^2$

$(25)^2 = PM^2 + (24)^2$

$(25)^2 = (24)^2 + (PM)^2$

$(28 + 24)(25 - 24) = PM^2$

$(49 \times 1) = PM^2$

$PM = 7 \times 1$

PM = 7 cm

$\therefore$ केंद्रकापासूनचे अंतर 7 सेमी आहे.

Q.48) **एका वर्तुळाचा व्यास 26 सेमी आहे आणि जीवेची लांबी 24 सेमी आहे. यावरून जीवेचे केंद्रापासूनचे अंतर काढा.**

उकल : वर्तुळाची त्रिज्या, $OB = \frac{26}{2} = 13$ सेमी

जीवा AB = 24 सेमी.

शोधा :- जीवेचे केंद्रापासूनचे अंतर ?

OM हे केंद्रापासून अंतर आहे.

जीवेची लांबी = AB = 24 सेमी

$AM = MB = \frac{AB}{2} = \frac{24}{2} = 12$ सेमी

(केंद्रापासून टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो)

Δ OMB मध्ये, $\angle OMB = 90^0$

BUDDHIRAJ

OB = 13 सेमी, MB = 12 सेमी, OM =?

$\therefore \mathbf{OB^2 = OM^2 + MB^2}$ **...(** पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार **)**

$\mathbf{(OM)^2 = (13)^2 + (12)^2}$

$\mathbf{(OM)^2 = (24)^2 + (PM)^2}$

= 169 – 144

= 25

OM = 5 सेमी

∴ जीवेचे केंद्रापासूनचे अंतर **5 सेमी** आहे**.**

Q.49) दिलेल्या आकृतीमध्ये **'O'** हे वर्तुळाचे केंद्र आहे**.DE ≅ FG.** जर **OM = 2.5 सेमी** असेल तर **ON** काढा**.**

उकल **: 'O'** हे वर्तुळाचे केंद्र आहे**.**

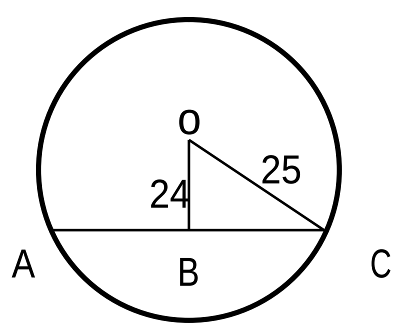
OM ⊥ DE, ON ⊥ FG आणि **DE FG**

∴ OM ≅ ON ..... (एकरूप जीवा एकमेकींपासून समान अंतरावर असतात.)

पण**, OM = 2.5 सेमी**

∴ ON = 2.5 सेमी

Q.50) वर्तुळाची त्रिज्या **25** सेमी आहे जीवेचे वर्तुळापासूचे अंतर **24** सेमी आहे जीवेची लांबी काढा**.**



BUDDHIRAJ

उकल : वर्तुळाची त्रिज्या केंद्र O मानू,

त्रिज्या = OC = 25 सेमी

AC या जीवेचे केंद्रापासूनचे अंतर 24 सेमी आहे.

$OB \perp AC$

$\therefore$ OB = 24 सेमी

AB = BC [वर्तुळाच्या केंद्रातून टाकलेला लंब जीवेस दुभागतो.]

काटकोन त्रिकोण OPD मध्ये,

पायथागोरस प्रमेयानुसार,

$\therefore OB^2 = BC^2 + OC^2$

$(24)^2 + BC^2 = 25^2$

$BC^2 = 625 - 576$

$BC^2 = 49$

BC = 7

BC + AB = 7 + 7 = 14

$\therefore$ जीवेची लांबी 14 सेमी आहे.

****

BUDDHIRAJ