संकीर्ण प्रश्नसंग्रह – 1

1. पुढील प्रश्नांसाठी पर्यायी उत्तरे दिली आहेत त्यापैकी योग्य पर्याय निवडा.

(1) □ **PQRS** मध्ये **$m\angle P = m\angle R = 108^0$** व **$m\angle Q = m\angle S = 72^0$** तर पुढीलपैकी कोणत्या बाजू समांतर आहेत ?

(A) बाजू **PQ** व बाजू **QR**

(B) बाजू **PQ** व बाजू **SR**

(C) बाजू **SR** व बाजू **SP**

(D) बाजू **PS** व बाजू **PQ**

उत्तर : **(B)** बाजू **PQ** व बाजू **SR**

(2) खालील विधाने वाचा, त्याखाली दिलेल्या पर्यायातून योग्य पर्याय निवडा.

(i) आयताचे कर्ण परस्परांचे लंबदुभाजक असतात.

(ii) समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांचे लंबदुभाजक असतात.

(iii) समांतरभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांचे लंबदुभाजक असतात.

(iv) पतंगाचे कर्ण परस्परांचे दुभाजक असतात.

(A) विधान **(ii)** व **(iii)** सत्य आहेत.

(B) फक्त विधान **(ii)** सत्य आहे.

(C) विधान **(ii)** व **(iv)** सत्य आहेत.

(D) विधान **(i)** व **(iii), (iv)** सत्य आहेत.

उत्तर : **(B)** फक्त विधान **(ii)** सत्य आहे.

(3) $19^3 = 6859$ यावरुन $\sqrt[3]{0.006859}$ = किती ?

(A) 1.9 (B) 19 (C) 0.019 (D) 0.19

उत्तर : **(D) 0.19**

स्पष्टीकरण : ∵ $\sqrt[3]{0.006859}$

$$= \sqrt[3]{\frac{6859}{1000000}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{6859}}{\sqrt[3]{1000000}}$$

$$= \frac{19}{100}$$

$$= 0.19$$

2. पुढील संख्यांची घनमुळे काढा.

(1) 5832

उकल : 5832 चे घनमूळ = $\sqrt[3]{2 \times 2916}$

$$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 1458}$$

$$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 729}$$

$$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 9 \times 9 \times 9}$$

$$= 2 \times 9$$

$$= 18$$

∴ 5832 चे घनमूळ = 18

(2) 4096

उकल :

4096 चे घनमूळ

$= \sqrt[3]{2 \times 2048}$

$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 1024}$

$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 512}$

$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 256}$

$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 128}$

$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 64}$

$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 32}$

$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 16}$

$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 8}$

$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 4}$

$= \sqrt[3]{\underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2}}$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= 16$

$\therefore$ **5832 चे घनमूळ** $= 16$

3. $m \propto n$, जेव्हा $m = 25$ तेव्हा $n = 15$ यावरुन

(1) $n = 87$ असताना m किती ?

उकल :

$\because m \propto n$

$\therefore m = kn$

$\therefore k = \frac{m}{n}$

जेव्हा $m = 25$ तेव्हा $n = 15$

$\therefore k = \frac{25}{15}$

$\therefore k = \frac{5}{3}$ …. (चलनाचा स्थिरांक)

चलनाचे समीकरण $m = \frac{5}{3} n$

जेव्हा $n = 87$ तेव्हा $m = ?$

$\therefore m = \frac{5}{3} \times 87$

$= 5 \times 29$

$= 145$

$\therefore n = 87$ असताना $m = 145$

(2) m = 155 तर n = ?

उकल :

$m = \frac{5}{3} n$ .... (चलनाचे समीकरण)

$\therefore 155 = \frac{5}{3} n$

$\therefore n = \frac{3 \times 155}{5}$

$= 3 \times 31$

$= 93$

$\therefore$ m = 155 तर n = 93

4. x आणि y यात व्यस्त चलन आहे, जेव्हा x =12 तेव्हा y = 30 असते

(1) जर x = 15 तर y = किती ?

(2) जर y = 18 तर x = किती ?

उकल : x आणि y यात व्यस्त चलन आहे.

$\therefore x \propto \frac{1}{y}$

$\therefore x = \frac{k}{y}$

$\therefore k = xy$

जेव्हा x =12 तेव्हा y = 30

$\therefore$ k = 12 × 30

$\therefore$ k = 360 .... (चलनाचा स्थिरांक)

$\therefore$ चलनाचे समीकरण xy = 360

(1) जर x = 15 तर y = ?

$\therefore$ xy = 360 .... (चलनाचे समीकरण)

$\therefore$ 15 × y = 360

$$\therefore \; y = \frac{360}{15} = 24$$

जर x = 15 तर y = 24

(2) जर y = 18 तर x = ?

$\therefore$ xy = 360 .... (चलनाचे समीकरण)

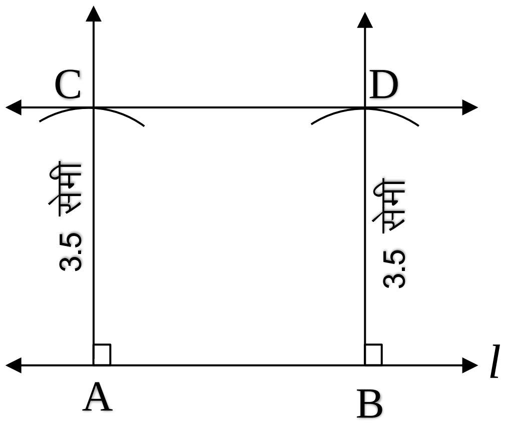
$\therefore$ x × 18 = 360

$$\therefore \; x = \frac{360}{18} = 20$$

जर y = 18 तर x = 20

5. एक रेषा ***l*** काढा. त्या रेषेपासून **3.5** सेमी अंतरावर एक समांतर रेषा काढा.

उत्तर :



रचना : **(i)** रेषा ***l*** काढा.

(ii) रेषा ***l*** वर **A ,B** हे दोन बिंदू घ्या.

(iii) बिंदू **A** व बिंदू **B** मधून ***l*** रेषेला लंब रेषा काढा.

(iv) लंब रेषांवर बिंदू **A** आणि बिंदू **B** पासून **3.5** सेमी अंतरावर बिंदू **C** आणि बिंदू **D** घ्या.

(v) रेषा **CD** काढा.

(vi) रेषा **CD** ही रेषा ***l*** ला **3.5** सेमी अंतरावर समांतर असलेली रेषा आहे.

6. $(256)^{\frac{5}{7}}$ ही संख्या कोणत्या संख्येच्या कितव्या मूळाचा कितवा घात आहे ते लिहा.

उत्तर : $(256)^{\frac{5}{7}}$ ही संख्या **256** च्या सातव्या मूळाचा पाचवा घात आहे.

7. विस्तार करा.

(1) $(5x-7)(5x-9)$

उकल : ∵ $(5x-7)(5x-9)$

$$(x+a)(x-b) = x^2 + (a+b)x + ab \text{ .... (सूत्र)}$$

∴ $(5x-7)(5x-9) = (5x)^2 + [(-7)+(-9)](5x) + (-7)(-9)$

$= 25x^2 - 16 \times 5x + 63$

$= 25x^2 - 80x + 63$

∴ $(5x-7)(5x-9) = 25x^2 - 80x + 63$

(2) $(2x-3y)^3$

उकल : ∵ $(2x-3y)^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ ...(सूत्र)

∴ $(2x-3y)^3 = (2x)^3 - 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 - (3y)^3$

$= 8x^3 - 3(4x^2)(3y) + 3(2x)(9y^2) - 27y^3$

$= 8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$

∴ $(2x-3y)^3 = 8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$

(3) $\left(a + \frac{1}{2}\right)^3$

उकल : ∵ $\left(a + \frac{1}{2}\right)^3$

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ...(सूत्र)

$\therefore \left(a + \frac{1}{2}\right)^3 = (a)^3 + 3(a)^2\left(\frac{1}{2}\right) + 3(a)\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3$

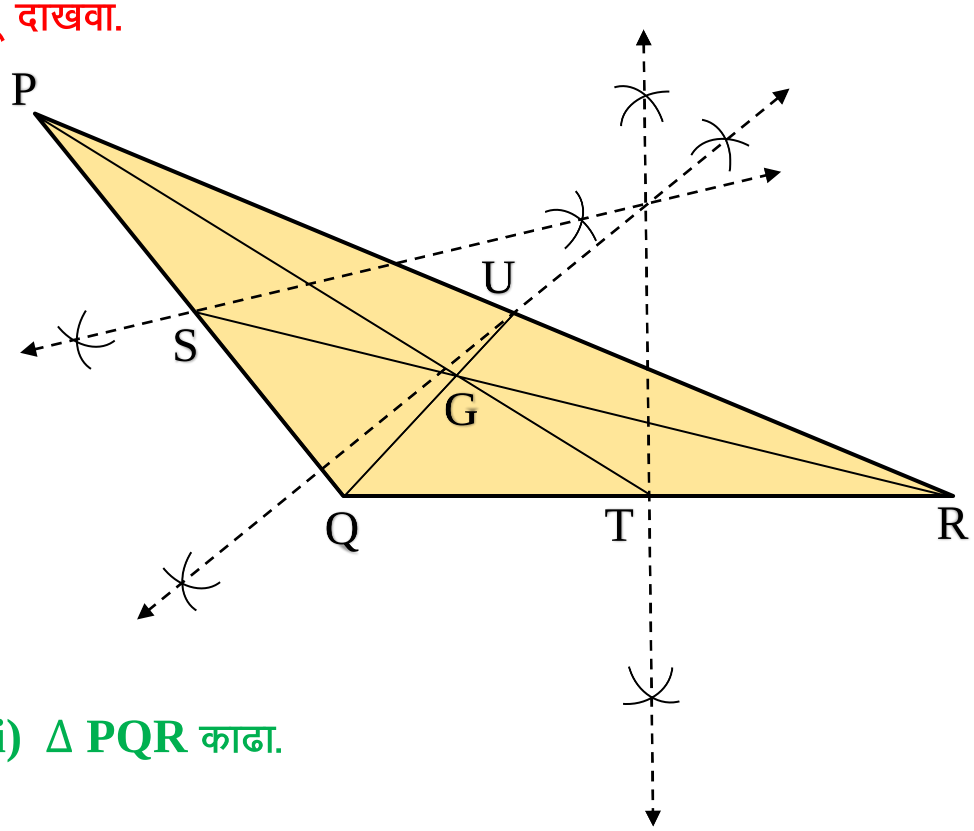
$= a^3 + \frac{3}{2}a^2 + 3(a)\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8}$

$= a^3 + \frac{3a^2}{2} + \frac{3a}{4} + \frac{1}{8}$

$\therefore \left(a + \frac{1}{2}\right)^3 = a^3 + \frac{3a^2}{2} + \frac{3a}{4} + \frac{1}{8}$

8. एक विशालकोन त्रिकोण काढा. त्या त्रिकोणाच्या सर्व मध्यगा काढून त्यांचा संपात बिंदू दाखवा.

उकल :



रचना : (i) Δ PQR काढा.

(ii) बाजू QR चा मध्यबिंदू मिळवा. त्याला T नाव द्या. रेख PT काढा.

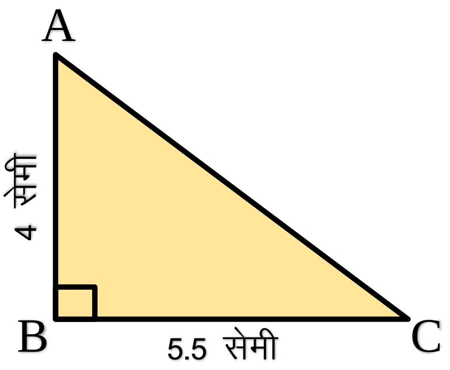
(iii) बाजू PQ चा मध्यबिंदू मिळवा. त्याला S नाव द्या. रेख RS काढा.

(iv) बाजू PR चा मध्यबिंदू मिळवा. त्याला U नाव द्या. रेख QU काढा.

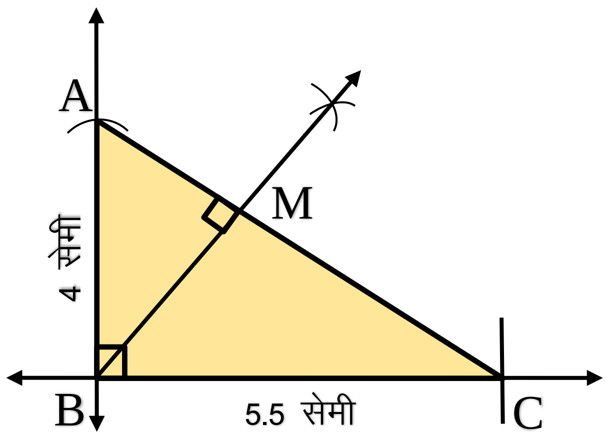
Δ PQR च्या रेख PT , रेख RS , रेख QU या मध्यगा आहेत. ‘ G ’ हा त्यांचा मध्यगासंपात बिंदू आहे.

9. Δ ABC असा काढा की *l*(BC) = 5.5 सेमी, m∠ABC = 90^0, *l*(AB) = 4 सेमी या त्रिकोणाचा शिरोलंबसंपात बिंदू दाखवा.

उत्तर : कच्ची आकृती :



इष्ट आकृती :



$\therefore$ Δ **ABC** मध्ये, रेख **AB**, रेख **BC** आणि रेख **BM** हे शिरोलंब आहेत आणि ते बिंदू **B** मध्ये एकमेकांना छेदतात म्हणून बिंदू **B** हा शिरोलंब संपात बिंदू आहे.

10. बसचा वेग ताशी 48 किमी असताना एका गावाहून दुसऱ्या गावाला जायला 5 तास लागतात. बसचा वेग ताशी 8 किमीने कमी केला, तर तेवढ्याच प्रवासाला किती तास लागतील ते काढा. चलनाचा प्रकार ओळखून उदाहरण सोडवा.

उकल : बसचा वेग s आणि लागणारा वेळ t मानू.

वेग व वेळ यांमध्ये व्यस्त चलन आहे.

$$s \; \alpha \frac{1}{t}$$

$\therefore s \times t = k$ .... (k हा स्थिरांक आहे.)

जेव्हा $s = 48$ तेव्हा $t = 5$

$\therefore k = s \times t = 48 \times 5 = 240$ .... (चलनाचा स्थिरांक)

बसचा वेग ताशी 8. किमीने कमी केला असता, $s = 48 - 8 = 40$

आता, $s = 40$ असेल तर t काढू.

$s \times t = 240$

$\therefore 40 \times t = 240$

$$\therefore t = \frac{240}{40}$$

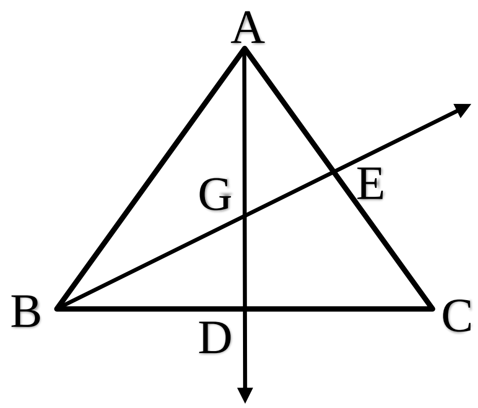
$\therefore t = 6$

बसचा वेग ताशी 8. किमीने कमी केला असता तेवढेच अंतर जाण्यासाठी 6 तास लागतील.

∴ दिलेले उदाहरण व्यस्त चलनाचे आहे.

11. Δ ABC च्या रेख AD व रेख BE या मध्यगा आहेत. G हा मध्यगा संपातबिंदू आहे. जर *l*(AG) = 5 सेमी तर *l*(GD) = किती आणि जर *l*(GE) = 2 सेमी तर *l*(BE) = किती ?

उकल :



Δ ABC च्या रेख AD व रेख BE या मध्यगा आहेत. G हा मध्यगा संपातबिंदू आहे.

संपातबिंदूमुळे प्रत्येक मध्यगेचे 2 : 1 या गुणोत्तरात विभाजन होते.

(i) $\frac{l\,(AG)}{l(GD)} = \frac{2}{1}$

$\because\ l\,(AG) = 5$ सेमी

$\therefore \frac{5}{l(GD)} = \frac{2}{1}$

$\therefore l(GD) = \frac{5}{2} = 2.5$

$\therefore l(GD) = 2.5$ सेमी

(ii) $\frac{l\,(BG)}{l\,(GE)} = \frac{2}{1}$

$\because$ $l\,(GE) = 2$ सेमी

$\therefore \frac{l\,(BG)}{2} = \frac{2}{1}$

$\therefore l\,(BG) = 2 \times 2$

$\therefore l\,(BG) = 4$

परंतु, $l(BE) = l(BG) + l(GE)$

$= 4 + 2$

$= 6$ सेमी.

$\therefore l(BE) = 6$ सेमी

12. खालील परिमेय संख्या दशांश रुपात लिहा.

(1) $\frac{8}{13}$

उकल : ∵ $\frac{8}{13}$

```
        0.6153846
   13 ) 8.0000000
      − 78
        ------
          20
      −   13
        ------
           70
      −    65
        ------
            50
      −     39
        ------
            110
      −     104
            ------
            0060
          −   52
             ------
              80   ⟶ येथे अंकांची पुनरावृत्ती सुरु होते.
          −   78
             ------
              02
```

$\therefore \frac{8}{13} = 0.6153846.... = 0.\overline{615384}$

$\therefore \frac{8}{13} = 0.\overline{615384}$

(2) $\frac{11}{7}$

उकल : $\because \frac{11}{7}$

$$
\begin{array}{r}
1.5714285 \\
7 \enclose{longdiv}{11.0000000} \\
-\ 7 \\ \hline
40 \\
-\ 35 \\ \hline
50 \\
-\ 49 \\ \hline
10 \\
-\ 7 \\ \hline
30 \\
-\ 28 \\ \hline
20 \\
-\ 14 \\ \hline
60 \\
-\ 56 \\ \hline
40 \\
-\ 35 \\ \hline
5
\end{array}
$$

→ येथे अंकांची पुनरावृत्ती सुरु होते. (40 येथे)

$\therefore \frac{11}{7} = 1.5714285..... = 1.\overline{571428}$

$\therefore \frac{11}{7} = 1.\overline{571428}$

(3) $\frac{5}{16}$

उकल : ∵ $\frac{5}{16}$

```
      0.3125
16 ) 5.0000
   - 48
   ------
     20
   - 16
   ------
      40
   -  32
   ------
       80
   -   80
   ------
       00    ⟶ येथे भागाकार पूर्ण होतो.
```

$\therefore \frac{5}{16} = 0.3125$

(3) $\frac{7}{9}$

उकल : ∵ $\frac{7}{9}$

```
     0.77
9 ) 7.000
  - 63
  ------
    70      ⟶ येथे अंकांची पुनरावृत्ती सुरु होते.
  - 63
  ------
     7
```

$\therefore \frac{7}{9} = 0.77...... = 0.\dot{7}$

$\therefore \frac{7}{9} = 0.\dot{7}$

13. अवयव पाडा.

(1) $2y^2 - 11y + 5$

उकल :

$2y^2 - 11y + 5$

$2 \times 5 = 10$

$-10 \quad -1$

$= 2y^2 - 10y - y + 5$

$= 2y(y - 5) - 1(y - 5)$

$= (y - 5)(2y - 1)$

$\therefore 2y^2 - 11y + 5 = (y - 5)(2y - 1)$

(2) $x^2 - 2x - 80$

उकल :

-80

$-10 \quad +8$

$x^2 - 2x - 80$

$= x^2 - 10x + 8x - 80$

$= x(x - 10) + 8(x - 10)$

$= (x - 10)(x + 8)$

$\therefore x^2 - 2x - 80 = (x - 10)(x + 8)$

(3) $3x^2 - 4x + 1$

उकल :

$3x^2 - 4x + 1$ $\quad\quad$ $3 \times 1 = 3$

$= 3x^2 - 3x - x + 1$

$= 3x(x-1) - 1(x-1)$ $\quad\quad$ -3 $\quad$ -1

$= (x-1)(3x-1)$

$\therefore 3x^2 - 4x + 1 = (x-1)(3x-1)$

14. एका दूरचित्रवाणी संचाची किंमत 50000 रुपये आहे. तो संच दुकानदाराने 15% सूट देऊन विकला तर त्या गिऱ्हाईकास तो केवढ्यास पडेल ?

उकल : दूरचित्रवाणी संचाची किंमत = 50,000 रु.

शेकडा सूट = 15

$\therefore$ सूट = 50000 चे 15 % $= 50000 \times \frac{15}{100}$

$= 500 \times 15$

= 7500 रु.

$\therefore$ गिऱ्हाईकास दयावी लागणारी रक्कम = दूरचित्रवाणी संचांची किंमत – सूट

= 50,000 – 7500

= 42500 रु.

$\therefore$ गिऱ्हाईकास तो दूरचित्रवाणी संच 42500 रुपयांना पडेल.

15. राजाभाऊंनी आपला फ्लॅट दलालामार्फत वसंतरावांना 88,00000 रुपयास विकला. दलालाने दोघांकडून 2% दराने दलाली घेतली, तर दलालास एकूण किती दलाली मिळाली ?

उकल :

राजाभाऊंनी आपला फ्लॅट दलालामार्फत वसंतरावांना 88,00000 रुपयास विकला.

∴ फ्लॅटची किंमत = **88, 00000**

दलालीचा दर = **2%**

∴ दलाली $= 8800000 \times \frac{2}{100}$

$= 2 \times 88000$

$= 176000$

दलाली दोघांकडून घेतली.

∴ दोघांकडून मिळालेली दलाली $= 176000 + 176000$

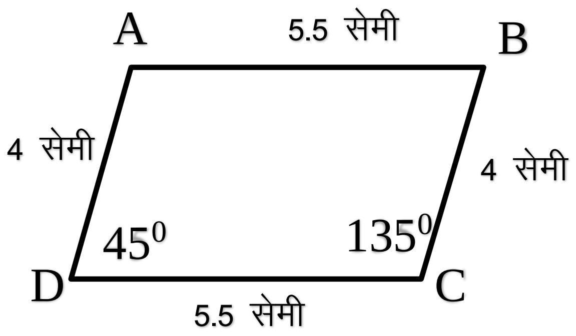
$= 352000$ रु.

∴ दलालास एकूण **352000** रु. दलाली मिळाली.

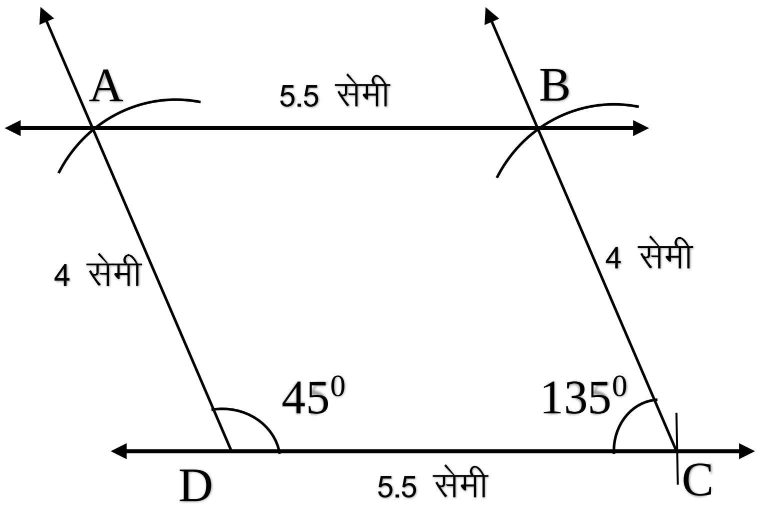
16. □ ABCD समांतरभुज चौकोन असा काढा की l(DC) = 5.5 सेमी.

m∠D = 45^0, l(AD) = 4 सेमी.

उकल : कच्ची आकृती :

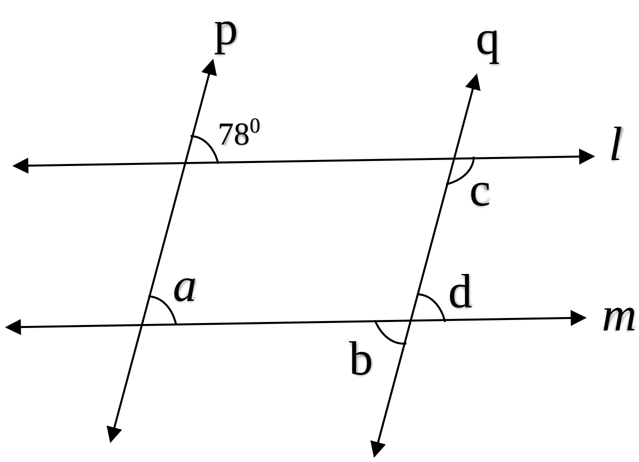


इष्ट आकृती :



17. आकृतीत रेषा l ∥ रेषा m तसेच रेषा p ∥ रेषा q यावरुन

∠a, ∠b, ∠c, ∠d ची मापे काढा.



उकल :

रेषा $l \parallel$ रेषा **m** आणि रेषा **p** ही त्यांची छेदिका आहे.

$\therefore \angle a = 78^0$ ……. (संगत कोन) ……. (i)

रेषा **p** $\parallel$ रेषा **q** आणि रेषा **m** ही त्यांची छेदिका आहे.

$\therefore \angle a \cong \angle b$ ……. (आंतरव्युत्क्रम कोन)

$\therefore \angle a = \angle b = 78^0$ ……. (i) वरुन ……. (ii)

$\angle d$ आणि $\angle b$ हे परस्पर विरुध्द कोन आहेत.

∴ परस्पर विरुध्द कोन नेहमीच एकरुप असतात.

$\therefore \angle d \cong \angle b$

$\therefore m\angle d = m\angle b = 78^0$

$\therefore m\angle d = 78^0$ ……. (ii) वरुन

रेषा l आणि $\parallel$ रेषा **m** आणि रेषा **q** ही त्यांची छेदिका आहे.

$\therefore m\angle c + m\angle d = 180^0$ ……. (आंतर कोन)

$\therefore m\angle c + 78^0 = 180^0$

$\therefore m\angle c = 180^0 - 78^0$

$= 102^0$

$\therefore \angle a = 78^0, \angle b = 78^0, \angle c = 102^0, \angle d = 78^0$

*****