संकीर्ण प्रश्नसंग्रह 2

1. पुढील प्रश्नांसाठी पर्यायी उत्तरे दिली आहेत. त्यांपैकी योग्य पर्याय निवडा.

(1) एका वर्तुळाचे क्षेत्रफळ 1386 चौसेमी असेल तर त्याचा परीघ किती असेल ?

(A) 132 चौसेमी (B) 132 सेमी

(C) 42 सेमी (D) 21 चौसेमी

उत्तर : (B) 132 सेमी

स्पष्टीकरण : वर्तुळाचे क्षेत्रफळ = 1386 चौसेमी

वर्तुळाचे क्षेत्रफळ = πr^2 …… सूत्र

$$\therefore 1386 = \frac{22}{7} \times r^2$$

$$\therefore r^2 = \frac{1386 \times 7}{22}$$

$$= 63 \times 7$$

$$= 441$$

$$\therefore r = 21$$

वर्तुळाचा परीघ = $2\pi r$ …… सूत्र

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 21$$

$$= 2 \times 22 \times 3$$

= 132 सेमी

(B) एका घनाची बाजू 4 मी आहे. ती दुप्पट केली तर त्याचे घनफळ किती पटीने वाढेल ?

(1) दोन पटीने **(B)** तीन पटीने

(C) चार पटीने **(D)** आठ पटीने

उत्तर : **(D)** आठ पटीने

स्पष्टीकरण : घनाची बाजू 4 मी आहे.

घनाचे घनफळ = l^3 …… सूत्र

घनाचे घनफळ = $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ मी^{3}…… (i)

बाजू दुप्पट केली असता घनाची बाजू $= 4 \times 2 = 8$ मी.

∴ बाजू दुप्पट केलेल्या घनाचे घनफळ $= l^3$

$= 8^3$

$= 8 \times 8 \times 8$

$= 512$ मी^{3}…… (ii)

बाजू दुप्पट केली असता त्याच्या घनफळाची वाढणारी पट $= \frac{512}{64} = 8$

∴ बाजू दुप्पट केली तर त्याचे घनफळ 8 पटीने वाढेल.

2. प्रणाली 100 मीटर धावण्याच्या शर्यतीचा सराव करत होती. त्यासाठी ती 100 मीटर अंतर 20 वेळा धावली. प्रत्येक वेळी त्यासाठी लागलेला वेळ सेकंदांत खालील प्रमाणे होता.

18,	17,	17,	16,	15,
16,	15,	14,	16,	15,
15,	17,	15,	16,	15,
17,	16,	15,	14,	15

धावण्यासाठी तिला लागलेल्या वेळांचा मध्य काढा.

उकल :

वेळ (सेकंद) x_i	ताळयांच्या खूणा	वारंवारता f_i	$x_i \times f_i$
14	||	2	$14 \times 2 = 28$
15	𝍸 |||	8	$15 \times 8 = 120$
16	𝍸	5	$16 \times 5 = 80$
17	||||	4	$17 \times 4 = 68$
18	|	1	$18 \times 1 = 18$
		N = 20	$\Sigma f_i x_i = 314$

$\therefore$ मध्य $(\bar{x}) = \frac{\sum f_i x_i}{N}$

$= \frac{314}{20}$

$= 15.7$

$\therefore$ धावण्यासाठी लागलेल्या वेळांचा मध्य 15.7 सेकंद आहे.

3. ΔDEF आणि ΔLMN हे त्रिकोण $EDF \leftrightarrow LMN$ या एकास एक संगतीत एकरुप आहेत. तर या संगतीनुसार होणाऱ्या एकरुप बाजूंच्या आणि एकरुप कोनांच्या जोड्या लिहा.

उकल :

एकरुप बाजूंच्या जोड्या	एकरुप कोनांच्या जोड्या
(i) रेख ED $\cong$ रेख LM	(i) $\angle E \cong \angle L$
(ii) रेख DF $\cong$ रेख MN	(ii) $\angle D \cong \angle M$
(iii) रेख EF $\cong$ रेख LN	(iii) $\angle F \cong \angle N$

4. एका यंत्राची किंमत **2,50,000** रुपये आहे. ती दरसाल **4%** दराने घटते. तर यंत्र घेतल्यापासून तीन वर्षांनी त्या यंत्राची किंमत किती असेल?

उकल :

दिलेले : यंत्राची किंमत P = 2,50,000 , N = मुदत = 3 वर्षे,

यंत्राची किंमत दरसाल 4% दराने घटते.

$\therefore R = -4\%$

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^{N} \text{....... (सूत्र)}$$

$$= 250000\left(1+\frac{(-4)}{100}\right)^{3}$$

$$= 250000\left(1-\frac{4}{100}\right)^{3}$$

$$= 250000\left(\frac{100-4}{100}\right)^{3}$$

$$= 250000\left(\frac{96}{100}\right)^{3}$$

$$= 250000 \times \frac{96}{100} \times \frac{96}{100} \times \frac{96}{100}$$

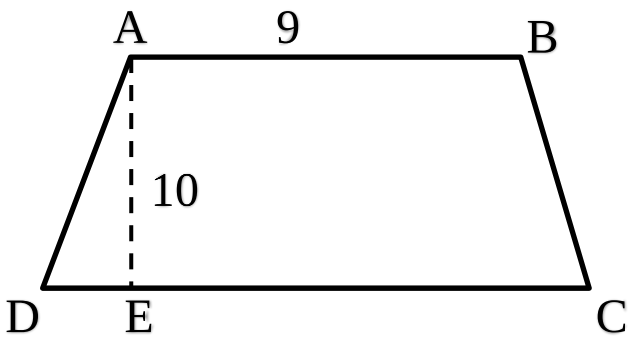
$$= \frac{25 \times 96 \times 96 \times 96}{100}$$

$$= 24 \times 96 \times 96$$

= 221184 रुपये

∴ ते यंत्र घेतल्यापासून तीन वर्षांनी त्या यंत्राची किंमत 221184 रुपये असेल.

5. □ ABCD मध्ये बाजू AB ∥ बाजू DC, रेख AE ⊥ बाजू DC जर l(AB) = 9 सेमी, l(AE) = 10 सेमी, A(□ ABCD) = 115 सेमी², तर l(DC)काढा.



उकल :

□ ABCD मध्ये

बाजू AB ∥ बाजू DC,

रेख AE ⊥ बाजू DC

l(AB) = 9 सेमी, l(AE) = 10 सेमी,

A(□ABCD) = 115 सेमी²

□ABCD हा समलंब चौकोन आहे.

A(□ABCD) = $\frac{1}{2}$ (समांतर बाजूंची बेरीज) × लबांतर ……. (सूत्र)

$115 = \frac{1}{2}\,[\,l(AB) + l(DC)] \times l(AE)$

$115 = \frac{1}{2}\,(9 + l(DC)) \times 10$

$= 5\,[9 + l(DC)]$

$\frac{115}{5} = 9 + l(DC)$

$23 = 9 + l(DC)$

$\therefore l(DC) = 23 - 9 = 14$

∴ l(DC) = 14 सेमी

6. वृत्तचिती आकाराच्या एका टाकीच्या तळाचा व्यास 1.75 मी आणि उंची 3.2 मी आहे. तर त्या टाकीची क्षमता किती लीटर आहे ? $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

उकल : टाकीच्या तळाचा व्यास = 1.75 मी

∴ त्रिज्या = $\frac{1.75}{2}$ मी, उंची = 3.2 मी

∴ वृत्तचितीचे घनफळ = $\pi r^2 h$ ...... (सूत्र)

$$= \frac{22}{7} \times \frac{1.75}{2} \times \frac{1.75}{2} \times 3.2$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{1.75 \times 100}{2 \times 100} \times \frac{1.75 \times 100}{2 \times 100} \times \frac{3.2 \times 10}{10}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{175}{2 \times 100} \times \frac{175}{2 \times 100} \times \frac{32}{10}$$

$$= \frac{11 \times 25 \times 175 \times 16}{100 \times 100 \times 100}$$

$$= \frac{11 \times 25 \times 175 \times 16}{100000}$$

$$= \frac{770000}{100000}$$

= 7.7 घ.मी.

∵ 1 घ.मी. = 1000 लीटर

= 7.7 × 1000 लीटर

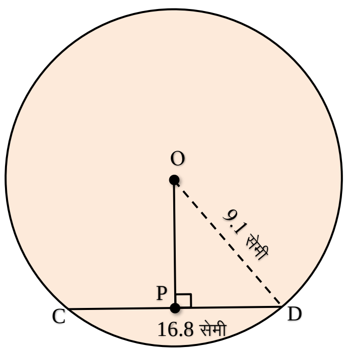
= 7700 लीटर

∴ टाकीची क्षमता = 7700 लीटर

7. त्रिज्या 9.1 सेमी असलेल्या वर्तुळाच्या एका जीवेची लांबी 16.8 सेमी आहे. तर ती जीवा केंद्रापासून किती अंतरावर आहे?

उकल : l(OD) = 9.1 सेमी व l(CD) = 16.8 सेमी ...(दिले आहे.)

रेख OP ⊥ जीवा CD



वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला दुभागतो.

$\therefore l(PD) = \frac{1}{2} l(CD)$

$\therefore l(PD) = \frac{1}{2} \times 16.8$

$\therefore l(PD) = 8.4$ सेमी.

ΔOPD या काटकोन त्रिकोणामध्ये,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(OD)^2 = l(PD)^2 + l(OP)^2$

$(9.1)^2 = (8.4)^2 + l(OP)^2$

$82.81 = 70.56 + l(OP)^2$

$\therefore l(OP)^2 = 82.81 - 70.56$

$\therefore l(OP)^2 = 12.25$

$\therefore l(OP) = 3.5$ सेमी.

∴ जीवेचे वर्तुळ केंद्रापासूनचे अंतर 3.5 सेमी आहे.

8. रोजगार हमी योजनेखाली **A, B, C, D** या गावांत सुरु असलेल्या कामांवरील पुरुष व स्त्री कामगारांची संख्या खालील सारणीत दिली आहे.

गाव	A	B	C	D
स्त्रिया	150	240	90	140
पुरुष	225	160	210	110

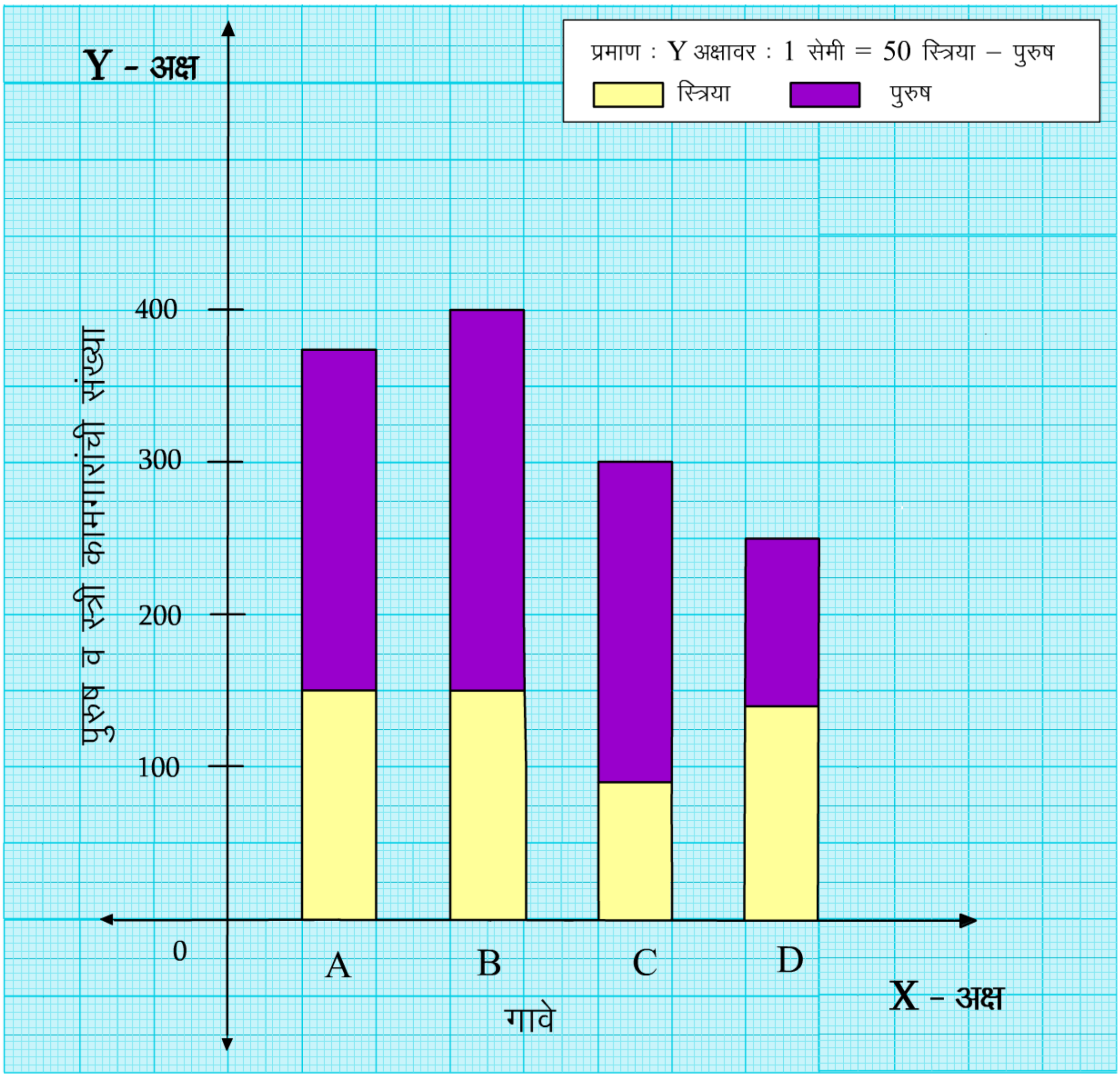
(1) ही माहिती विभाजित स्तंभालेखाने दाखवा.

(2) ही माहिती शतमान स्तंभालेखाने दाखवा.

उकल :

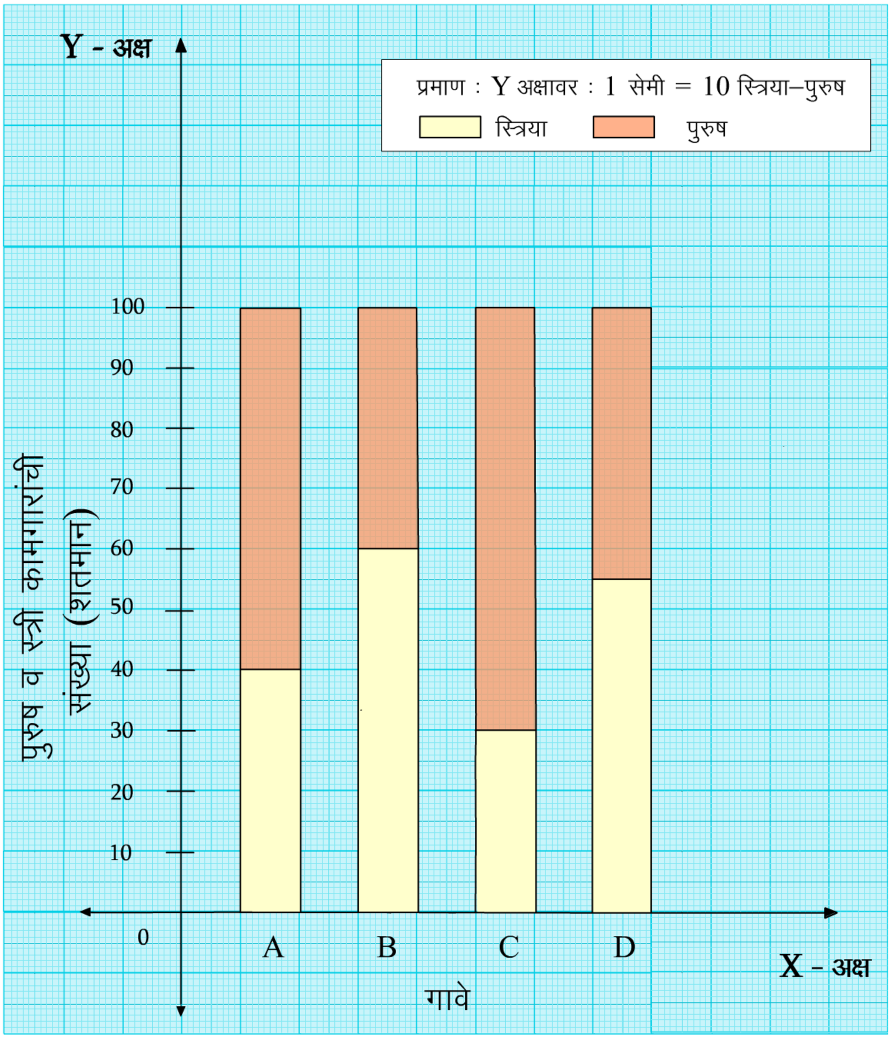
(1) विभाजित स्तंभालेखाची सारणी :

गाव	A	B	C	D
स्त्रिया	150	240	90	140
पुरुष	225	160	210	110
एकूण	375	400	300	250



(2) शतमान स्तंभालेखाची सारणी दाखवा.

गाव	A	B	C	D
स्त्रिया	150	240	90	140
पुरुष	225	160	210	110
एकूण	375	400	300	250
स्त्रिया शतमान	$\frac{150}{375} \times 100$ = 40	$\frac{240}{400} \times 100$ = 60	$\frac{90}{300} \times 100$ = 30	$\frac{140}{250} \times 100$ = 56
पुरुष	100 – 40 = 60	100 – 60 = 40	100 – 30 = 70	100 – 56 = 44



9. पुढील समीकरणे सोडवा.

(1) $17(x + 4) + 8(x + 6) = 11(x + 5) + 15(x + 3)$

उकल :

$$17(x + 4) + 8(x + 6) = 11(x + 5) + 15(x + 3)$$

$$\therefore 17x + 68 + 8x + 48 = 11x + 55 + 15x + 45$$

$$\therefore 25x + 116 = 26x + 100$$

$$\therefore 26x - 25x = 116 - 100$$

$$\therefore x = 16$$

(2) $\frac{3y}{2} + \frac{y+4}{4} = 5 - \frac{y-2}{4}$

उकल :

$$\frac{3y}{2} + \frac{y+4}{4} = 5 - \frac{y-2}{4}$$

दोन्हीं बाजूंना 4 ने गुणून,

$$\therefore \frac{3y}{2} \times 4 + \frac{y+4}{4} \times 4 = \left(5 - \frac{y-2}{4}\right) \times 4$$

$$\therefore 3y \times 2 + y + 4 = 5 \times 4 - \frac{y-2}{4} \times 4$$

$$\therefore 6y + y + 4 = 20 - (y - 2)$$

$$\therefore 7y + 4 = 20 - y + 2$$

$$\therefore 7y + y = 22 - 4$$

$$\therefore 8y = 18$$

$$\therefore y = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

$$\therefore \quad y = \frac{9}{4}$$

(3) $5(1-2x) = 9(1 - 2x)$

उकल :

$$5(1-2x) = 9(1 - x)$$

$$\therefore \quad 5 - 10x = 9 - 9x$$

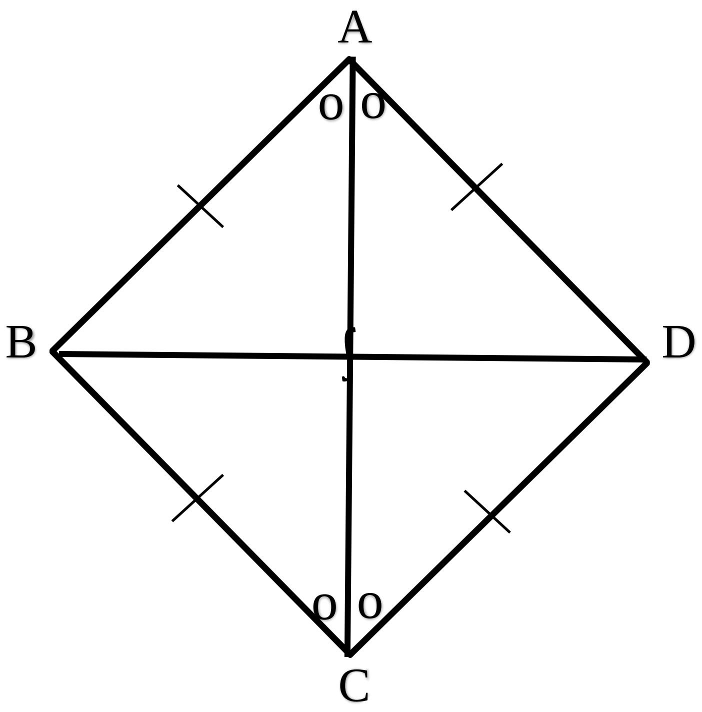
$$\therefore 10x - 9x = -9 + 5$$

$$\therefore \quad x = -4$$

10. पुढील कृती दिलेल्या पायऱ्यांनुसार करा.

(1) समभुज □ ABCD आणि त्याचा कर्ण AC काढा.
(2) एकरुप घटक समान चिन्हाने दाखवा.
(3) ΔADC व ΔABC कोणत्या संगतीत व कोणत्या कसोटीने एकरुप होतात ते लिहा.
(4) $\angle DCA \cong \angle BCA$, तसेच $\angle DAC \cong \angle BAC$ दाखवण्यासाठी कारण लिहा.
(5) वरील पायऱ्यांवरुन लक्षात येणारा समभुज चौकोनाचा गुणधर्म लिहा.

उकल :



ADC ↔ ABC या शिरोबिंदूमधील एकास – एक संगतीनुसार

रेख AB ≅ रेख AD …(समभुज चौकोनाच्या बाजू)

रेख BC ≅ रेख DC …(समभुज चौकोनाच्या बाजू)

रेख AC ≅ रेख AC …(सामाईक बाजू)

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ …(बा–बा–बा कसोटीनुसार)

∴ उरलेले संगत घटक एकरुप होतात.

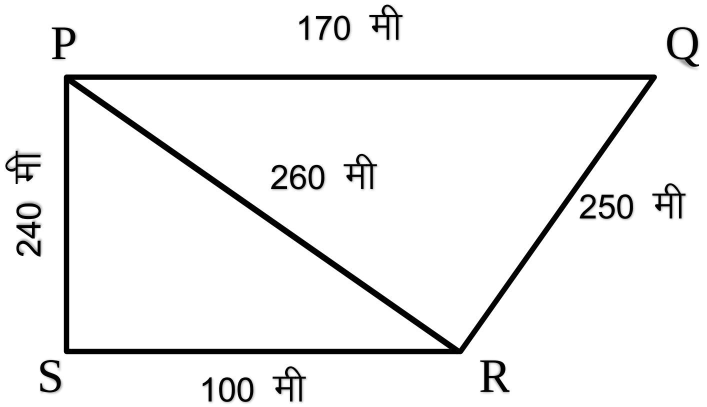
∴ $\angle BCA \cong \angle DCA$

$\angle BAC \cong \angle DAC$ } ...(एकरुप त्रिकोणाचे संगत कोन)

समभुज चौकोनाचा गुणधर्म: समभुज चौकोनाचे कर्ण हे त्याच्या आंतर कोनाचे कोन दुभाजक असतात.

11. एका शेतजमिनीचा आकार चौकोनी आहे. त्याच्या चार कोपऱ्यांना **P, Q, R, S** ही नावे देऊन घेतलेली मोजमापे पुढीलप्रमाणे आली.
$l(PQ) = 170$ मी, $l(QR) = 250$ मी, $l(RS) = 100$ मी, $l(PS) = 240$ मी, $l(PR) = 260$ मी या शेतजमिनीचे क्षेत्रफळ हेक्टरमध्ये काढा.
(1 हेक्टर = 10,000 चौमी)

उकल :



शेतजमिनीचा आकार चौकोनी आहे. त्या कोनांना **P, Q, R, S** ही नावे दिली आहेत.

ΔPQR मध्ये, $l(PQ) = a = 170$मी, $l(QR) = b = 250$मी, आणि $l(PR) = c = 260$ मी.

∴ $A(\square PQRS) = A(\Delta PQR) + A(\Delta PSR)$

ΔPQR ची अर्धपरिमिती $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$

$= \frac{1}{2}(170 + 250 + 260)$

$= \frac{1}{2} \times 680$

= 340 मी.

$\therefore \Delta PQR = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{340(340-170)(340-250)(340-260)}$

$= \sqrt{340 \times 170 \times 90 \times 80}$

$= \sqrt{17 \times 20 \times 17 \times 10 \times 9 \times 10 \times 16 \times 5}$

$= \sqrt{\underline{17 \times 17} \times \underline{5 \times 5} \times \underline{4} \times \underline{10 \times 10} \times \underline{9} \times \underline{16}}$

$= 17 \times 5 \times 2 \times 10 \times 3 \times 4$

$= 85 \times 240$

= 20400 चौ.मी.

$\therefore$ A(ΔPQR) = 20400 चौ.मी.

A(ΔPSR) मध्ये, $l(PS) = a_1 = 240$मी, $l(SR) = b_1 = 100$मी,

आणि $l(PR) = c = 260$ मी.

A(ΔPSR) मध्ये अर्धपरिमिती $s = \frac{1}{2}(a_1 + b_1 + c)$

$= \frac{1}{2}(240 + 100 + 260)$

$= \frac{1}{2} \times 600$

= 300 मी

$\therefore \Delta PSR = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{300(340-240)(300-100)(300-260)}$

$= \sqrt{300 \times 60 \times 200 \times 40}$

$= \sqrt{3 \times 100 \times 10 \times 6 \times 2 \times 100 \times 4 \times 10}$

$= \sqrt{\underline{100 \times 100} \times \underline{6 \times 6} \times \underline{10 \times 10} \times \underline{4}}$

$= 100 \times 6 \times 10 \times 2$

= 12000 चौ.मी.

∴ A(ΔPSR) = 12000 चौ.मी.

शेतजमीन □PQRS चे क्षेत्रफळ = A(ΔPQR) + A(ΔPSR)

= 20400 + 12000

= 32400 चौ.मी.

∵ 1 हेक्टर = 10000 चौ.मी.

∴ शेतजमीन □PQRS चे क्षेत्रफळ = $\frac{32400}{10000}$ हेक्टर

= 3.24 हेक्टर

∴ शेतजमिनीचे क्षेत्रफळ 3.24 हेक्टर आहे.

12. एका ग्रंथालयातील एकूण पुस्ताकांच्या 50% पुस्तके मराठीची आहेत. मराठीच्या पुस्तकांच्या $\frac{1}{3}$ पुस्तके इंग्रजीची आणि, इंग्रजीच्या पुस्तकांच्या 25% पुस्तके गणिताची आहेत? उरलेली 560 पुस्तके इतर विषयांची आहेत. तर त्या ग्रंथालयात एकूण किती पुस्तके आहेत?

उकल :

ग्रंथालयात एकूण x पुस्तके आहेत असे मानू,

∴ मराठीच्या पुस्तकांची संख्या = x च्या 50% $= x \times \frac{50}{100} = \frac{x}{2}$

इंग्रजीची पुस्तके मराठीच्या पुस्तकांच्या $\frac{1}{3}$ आहेत.

∴ इंग्रजी पुस्तकांची संख्या $= \frac{x}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{x}{6}$

गणिताची पुस्तके इंग्रजीच्या पुस्तकांच्या 25% आहेत.

∴ गणिताच्या पुस्तकांची संख्या $= \frac{x}{6} \times \frac{25}{100} = \frac{x}{24}$

आणि उरलेली पुस्तके = 560 इतर विषयांची आहेत.

∴ ग्रंथालयातील एकूण पुस्तके = मराठीची पुस्तके + इंग्रजीची पुस्तके + गणिताची पुस्तके + इतर विषयांची पुस्तके

$$\therefore x = \frac{x}{2} + \frac{x}{6} + \frac{x}{24} + 560$$

$$\therefore x = \frac{12x}{24} + \frac{4x}{24} + \frac{x}{24} + 560$$

$$\therefore x = \frac{12x + 4x + x}{24} + 560$$

$$\therefore x = \frac{17x}{24} + 560$$

$$\therefore x - \frac{17x}{24} = 560$$

$$\therefore \frac{24x - 17x}{24} = 560$$

$$\therefore \frac{7x}{24} = 560$$

$$\therefore 7x = 560 \times 24$$

$$\therefore x = \frac{560 \times 24}{7}$$

$$= 80 \times 24$$

$$= 1920$$

∴ ग्रंथालयात एकूण 1920 पुस्तके आहेत.

13. $(2x + 1)$ या द्विपदीने $(6x^3 + 11x^2 - 10x - 7)$ या बहुपदीला भागा. भागाकार व बाकी लिहा.

उकल :

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3x^2 + 4x - 7 \\
\hline
2x + 1 & 6x^3 + 11x^2 - 10x - 7 \\
- & \underline{6x^3 \pm 3x^2} \\
 & 0 + 8x^2 - 10x - 7 \\
- & \underline{1 \pm 8x^2 \pm 4x} \\
 & 0 - 14x - 7 \\
- & \underline{\mp 14x \mp 7} \\
 & 0 + 0
\end{array}
$$

$\therefore$ भागाकार $= 3x^2 + 4x - 7$, बाकी $= 0$

*****