सांख्यिकी

दीर्घोत्तरी प्रश्न

Q. 1 कामगारांच्या रोजच्या पगाराची व वारंवारता सारणी पुढी दिली आहे त्यावरुन त्यांचा रोजच्या पगाराचा मध्य काढा.

रोजचा पगार (₹)	300 – 350	350 – 400	400 – 450	450 – 500	500 – 550	550 – 600
कामगारांची संख्या	2	7	9	8	6	4

कामगारांचा दैनंदिन पगार

रीत : $A = 425$ आणि $g = 50$ आहे असे मानू.

वर्ग रोजचा पगार	वर्ग मध्य x_i	$d_i = x_i - A = x_i – 275$	$u_i = \frac{d_i}{g} = \frac{d_i}{50}$	वांरवारता (कामगारांची संख्या) f_i	$f_i u_i$
300-350	325	-150	-3	2	-6
350 – 400	375	-50	-1	7	-7
400 – 450	425	0	0	9	0

450 – 500	475→	50	1	8	8
500 – 550	525	100	2	6	12
550 – 600	575	150	3	4	12
Total			$\sum f_i = 36$		$\sum f_i u_i = 19$

$$\overline{u} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = \frac{19}{36} = 0.5277$$

मध्य = $\overline{X} = A + \overline{u}g$

$= 425 + (0.5277) \times 50$

$= 425 + 26.385$

$= 451.385$

उत्तर : कामगारांच्या रोजच्या पगाराचा मध्य ₹ 451.39

Q. 2 पुढील उदाहरणाचे मध्यक काढा

16, 22, 56, 45, 32, 28, 27,

रीत:

दिलेल्या संख्या चढत्या क्रमाने मांडू

56, 45, 32, 28, 27 ,16, 22,

एकूण प्राप्तांक n = 7 (विषम)

$\therefore$ **मध्यक** $= \left(\frac{7+1}{2}^{th}\right)$ **प्राप्तांक**

$= 4^{th}$ **प्राप्तांक**

$= 28$

म्हणून मध्यक 28

Q. 3

काही विद्यार्थ्यांनी रोजच्या अभ्यासासाठी व्यतीत केलेले तास यांची वारंवारता वितरण सारणी दिलेली आहे. त्यावरुन विद्यार्थ्यांनी अभ्यासासाठी दिलेल्या वेळेचा मध्य सरळ पध्दतीने काढा.

वेळ (तास)	2 – 4	4 – 6	6 – 8	8 – 10	10– 12
विद्यार्थी संख्या	7	18	12	10	3

रीत :

वर्ग / वेळ (तास)	वर्गमध्य x_i	वारंवारता f_i मुलांची संख्या	वरंवारता x वर्गमध्य $f_i x_i$
2-4	3	7	21
4-6	5	18	90
6-8	7	12	84
8-10	9	10	90
10-12	11	3	33
एकुण		$\sum f_i = 50$	$\sum f_i x_i = 318$

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{318}{50} = 6.36$$

उत्तर : विद्‌यार्थ्यांनी रोजच्या अभ्यासासाठी व्यतीत केलेल्या वेळेचा मध्य 6.36 तास

Q. 4

एका रुग्णालयात डॉक्टरांनी 30 महिलांची तपासणी केली आणि दर मिनिटाला हृदयाच्या धडधडयाची संख्या नोंदविली गेली व त्यांचा सारांश खाली दिलेला आहे. तर त्या महिलांच्या हृदयाच्या धडधडण्याचा मध्य कोणत्याही योग्य पद्धतीने काढा.

हृदयाच्या प्रतिमिनिट धडधड	महिलांची संख्या

65-68	4
68-71	8
71-74	6
74-77	16
77-80	14
80-83	8
83-86	4

रीत :

दिलेला वर्ग	वारंवारता (f_i)	वर्गमध्य (x_i)	$f_i x_i$
65-68	4	66.5	266.00
68-71	8	69.5	556.00
71-74	6	72.5	435.00
74-77	16	75.5	1208.00
77-80	14	78.5	1099.00
80-83	8	81.5	652.00
83-86	4	84.5	338.00

	$\sum f_i = 60$		$\sum f_i x_i = 4554$

$\therefore$ मध्य $= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{4563}{60} = 75.9$

उत्तर : हृदयाच्या धडधडीचा प्रतिमिनिटाचा मध्य 75.9

Q. 5

पुढील सारणीत एका सॉफ्टवेअर कंपनीतील दैनंदिन कामांचे तास व तेवढा वेळ काम करणाऱ्या कर्मचाऱ्यांची संख्या दिली आहे. त्यावरुन कंपनीतील कर्मचाऱ्यांच्या दैनंदिन कामाच्या तासांचे मध्यक काढा.

दैनंदिन कामाचे तास	8-10	10-12	12-14	14-16
कर्मचाऱ्यांची संख्या	75	250	150	25

रीत :

वर्ग (दैनंदिन कामाचे तास)	वारंवारता (कर्मचाऱ्यांची संख्या) f_i	संचित वारंवारता (पेक्षा कमी) c.f.
8 – 10	150	$150 \rightarrow f$

10 – 12 (मध्यक वर्ग)	500 → f	650
12 – 14	300	950
14 – 16	50	1000
	$\sum fi = 1000$	

येथे, एकुण वारंवारता $N = \sum f_i = 1000$

$$\frac{N}{2} = \frac{1000}{2} = 500$$

500 वा प्राप्तांक 10–12 या वर्गात आहे.

∴ 10–12 हा वर्ग मध्यक वर्ग असून

$L = 10, f = 500$ (मध्यम वर्गाची वारंवारता)

$c.f. = 150, h = 2$

मध्यक $= L + \left(\frac{\frac{N}{2} - c.f.}{f}\right) \times h$

$$= 10 + \frac{500-150}{500} \times 2$$

$$= 10 + \frac{350}{500} \times 2$$

$$= 10 + \frac{350}{250}$$

$$= 10 + 1.4$$

= **11.4**

उत्तर : कर्मचाऱ्यांच्या दैनदिन कामाच्या तासांचे मध्यक **11.4**

Q. 6

काही कुंटुबाचा मासिक वीजवापर पुढील वर्गीकृत सारणीत दिला आहे. त्यावरुन वीजवापराचे बहुलक काढा.

वीजवापर (युनिट)	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100	100 – 120
No of Families	13	50	70 → f_0	100 → f_1	80 → f_2	17

रीत :

येथे, सर्वात जास्त वारंवारता f_1 = 100 आहे.

त्यांच्याशी संबंधित वर्ग 60 – 80 आहे.

∴ बहुलकीय वर्ग 60 – 80

या उदाहरणामध्ये,

L = बहुलकीय वर्गाची खालची मर्यादा – 60

h = बहुलकीय वर्गाचे वर्गांतर = 20

f_1 = बहुलकीय वर्गाचे वारंवारता = 100

f_0 = बहुलकीय वर्गाच्या आधीच्या वर्गाची वारंवारता = 70

f_2 = बहुलकीय वर्गाच्या पुढच्या वर्गाची वारंवारता = 80

बहुलक = $L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$$= 60 + \left[\frac{100 - 70}{2(100) - 70 - 80}\right] \times 20$$

$$= 60 + \left[\frac{30}{200 - 150}\right] \times 20$$

$$= 60 + \frac{30}{50} \times 20$$

$$= 60 + 12$$

$$= 72$$

उत्तर : वीज वापराचा बहुलक 72 युनिट आहे.

Q. 7 पुढील वारंवारता वितरण सारणीत 200 रुग्णांची वये आणि उपचार घेणाऱ्या रुग्णांची एका आठवडयातील संख्या दिली आहे. त्यावरुन रुग्णांच्या वयाचे बहुलक काढा.

वय (वर्ष)	5 पेक्षा कमी	5 – 9	10 – 14	15 – 19	20 – 24	25 – 29
रुग्णसंख्या	38	32	50	36	24	20

रीत :

येथे पहिला वर्ग 5 पेक्षा कमी म्हणजे 0 ते 4 आहे. येथे, दिलेले वर्ग सलग नाहीत म्हणून

∴ वर्ग सलग करुन नवीन सारणी पुढीलप्रमाणे मिळेल.

वर्ग वय (वर्षे)	वर्ग	सलग केलेले वर्ग f_i	वारंवारता (रुग्णांची संख्या)
5 पेक्षा कमी	0 – 4	0 – 4.5	38
5 – 9	5 – 9	4.5 – 9.5	32 → f_0
10 – 14	10 – 14	9.5 – 14.5	50 → f_1
15 – 19	15 – 19	14.5 – 19.5	36 → f_2
20 – 24	20 – 24	19.5 – 24.5	24
25 – 29	25 – 29	24.5 – 29.5	20

[टीप : वर्ग सलग करुन लिहताना पहिला वर्ग '0 – 4.5' असा लिहला आहे. कारण व्यक्तीचे वय ऋण नसते.

वरील सारणीनुसार 9.5 – 14.5 बहुलकीय वर्ग आहे.

L = बहुलकीय वर्गाची खालची मर्यादा : –9

बहुलक = $L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$$= 9.5 + \left[\frac{50-32}{(2\times 50)-32-36}\right]\times 5$$

$$= 9.5 + \left(\frac{18}{100-68}\right)\times 5$$

$$= 9.5 + \frac{18}{32}\times 5$$

= 9.5 + 2.8125

= 9.5 + 2.81

= 12.31

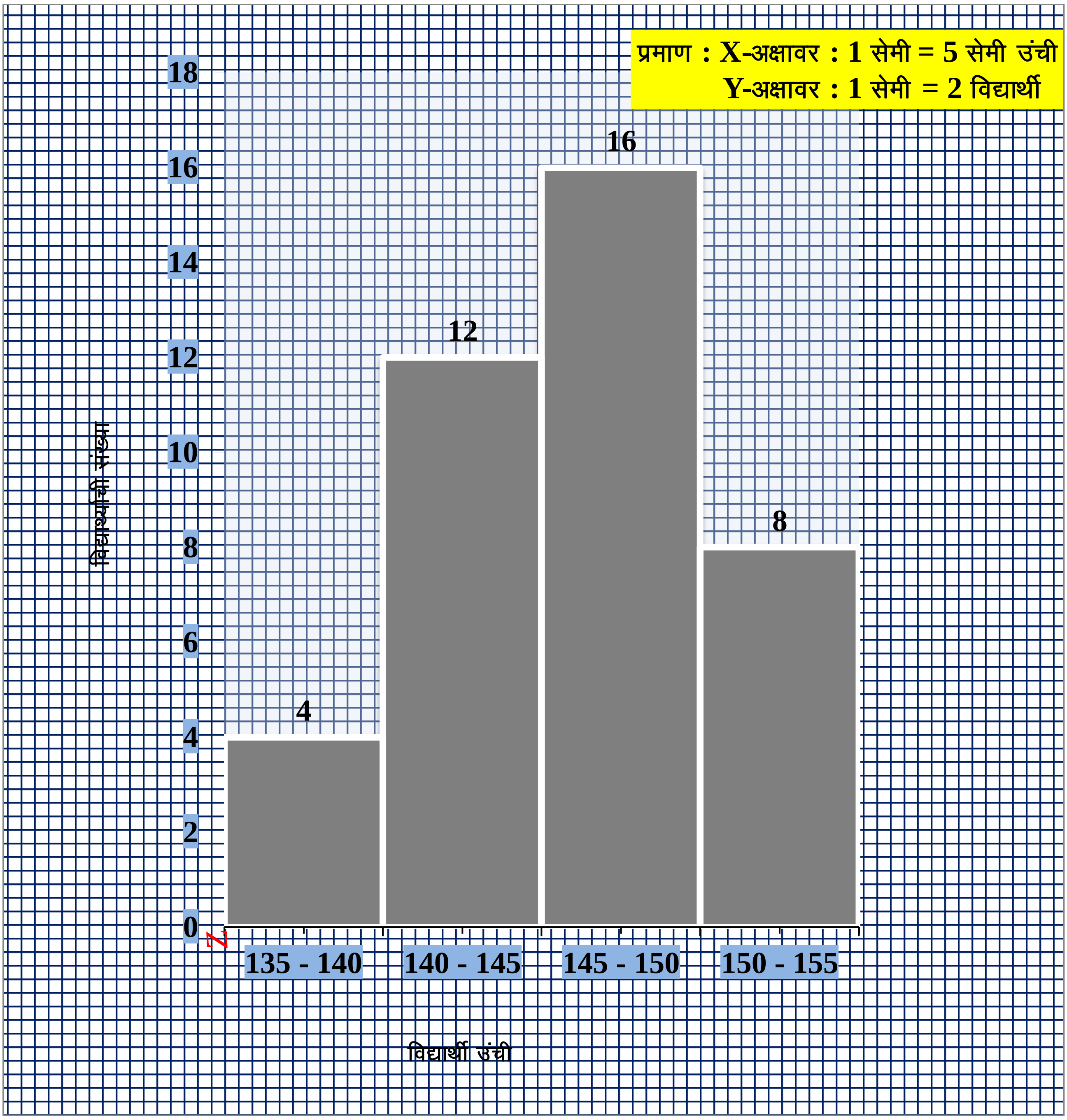
उत्तर : रुग्णांच्या वयाचे बहुलक 12:31 वर्षे आहे.

Q. 8

पुढील सामग्री आयतालेखाद्वारे दर्शवा :

विद्यार्थ्यांची उंची (सेमी)	135 – 140	140 – 145	145 – 150	150 – 155
विद्यार्थी संख्या	4	12	16	8

रीत:



Q. 9

चहाच्या हॉटेलांना पुरवलेले दुध व हॉटेलाची संख्या यांची वर्गीकृत वारंवारता सारणी दिली आहे. त्यावरुन पुरवलेल्या दुधाचे बहुलक काढा.

दुध (लिटर)	1 – 3	3 – 5	5 – 7	7 – 9	9 – 11	11 – 13
हॉटेलांची संख्या	7	5	15	20 → f_0	35 → f_1	18 → f_2

रीत :

येथे, सर्वात जास्त वारंवारता 9 ते 11 हा बहुलकीय वर्ग आहे.

दिलेल्या उदारहणावरुन...

L = बहुलकीय वर्गाची खालची मर्यादा = 9

h = बहुलकीय वर्गाचे वर्गांतर = 2

f_1 = बहुलकीय वर्गाची वारंवारता = 35

f_0 = बहुलकीय वर्गाच्या आधीच्या वर्गाची वारंवारता = 20

f_2 = बहुलकीय वर्गाच्या पुढच्या वर्गांची वारंवारता = 18

बहुलक = $L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$= 9 + \left[\frac{35 - 20}{2 \times 35 - 20 - 18}\right] \times 2$

$= 9 + \left[\frac{15}{70 - 38}\right] \times 2$

$= 9 + \left[\frac{15}{32}\right] \times 2$

$$= 9 + \frac{15}{16}$$

$$= 9 + 0.9375$$

= 9.94 लिटर

उत्तर : पुरवलेल्या दुधाचे बहुलक 9.94 लिटर आहे.

Q. 10

एका विशिष्ट खेळासाठी गेलेल्या काही वयोगटातील लोकांची सारणी खाली दिली आहे.

त्यांच्या वयाचे बहुलक काढा.

वय (वर्ष)	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
लोकांची संख्या	30	70	50	45	40

रित :

वय (वर्षे)	वारंवारता(लोकांची संख्या)
0 – 10	30 → f_0
10 – 20	70 → f_1

(बहुलकीय वर्ग)	(जास्त वारंवारता)
20 – 30	50 → f_2
30 – 40	45
40 – 50	40

येथे जास्तीत जास्त वारंवारता 70 आहे.

ब्हुलकीय वर्ग 10 – 20

L **= बहुलकीय वर्गाची खालची मर्यादा – 10**

h **= बहुलकीय वर्गांचे वर्गांतर – 10**

f_1 **= बहुलकीय वर्गांची वारंवारता = 70**

f_0 **= बहुलकीय वर्गांची आधीच्या वर्गाची वारंवारता = 30**

f_2 **= बहुलकीय वर्गांच्या पुढच्या वर्गांची वारंवारता = 50**

$$\text{बहुलक} = L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$$

$$= 10 + \left[\frac{70 - 30}{2 \times 70 - 30 - 50}\right] \times 10$$

$$= 10 + \left[\frac{40}{140 - 80}\right] \times 10$$

$$= 10 + \left[\frac{40}{60}\right] \times 10$$

= 10 + 6. 67

= 16.67

उत्तर : वयाचे बहुलक : **16.67**

Q. 11

एका द्राक्षाच्या मोसमात बागाईतदारांना मिळालेल्या उत्पन्नाची वर्गीकृत वारंवारता सारणी पुढे दिली आहे. त्यावरुन उत्पन्नाचे मध्य काढा.

उत्पन्न (रु. हजार)	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80
बागाईतदार	10	11	15	16	18	14

रीत :

उत्पन्नाचा मध्य काढण्यासाठी सरळमध्य पद्धती वापरु.

समजा, **A** = 55 आहे.

वर्ग उत्पन (₹ 1000 मध्ये)	वर्गमध्य x_i	वारंवारता (बागायतदार) f_i	वारंवारता x वर्गगुण विचलन $f_i x_i$
20-30	25	10	250
30-40	35	11	385

40-50	45	15	675
50-60	55	16	880
60-70	65	18	1170
70-80	75	14	1050
एकुण		$\sum f_i = 84$	$\sum f_i x_i = 4410$

मध्य = $\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

$= \frac{4410}{84}$

$= 52.5$

= ₹ (52.5 x 1000)

= ₹ 52500

उत्तर : बागाईतदारांच्या उत्पन्नाचा मध्य ₹ 52500

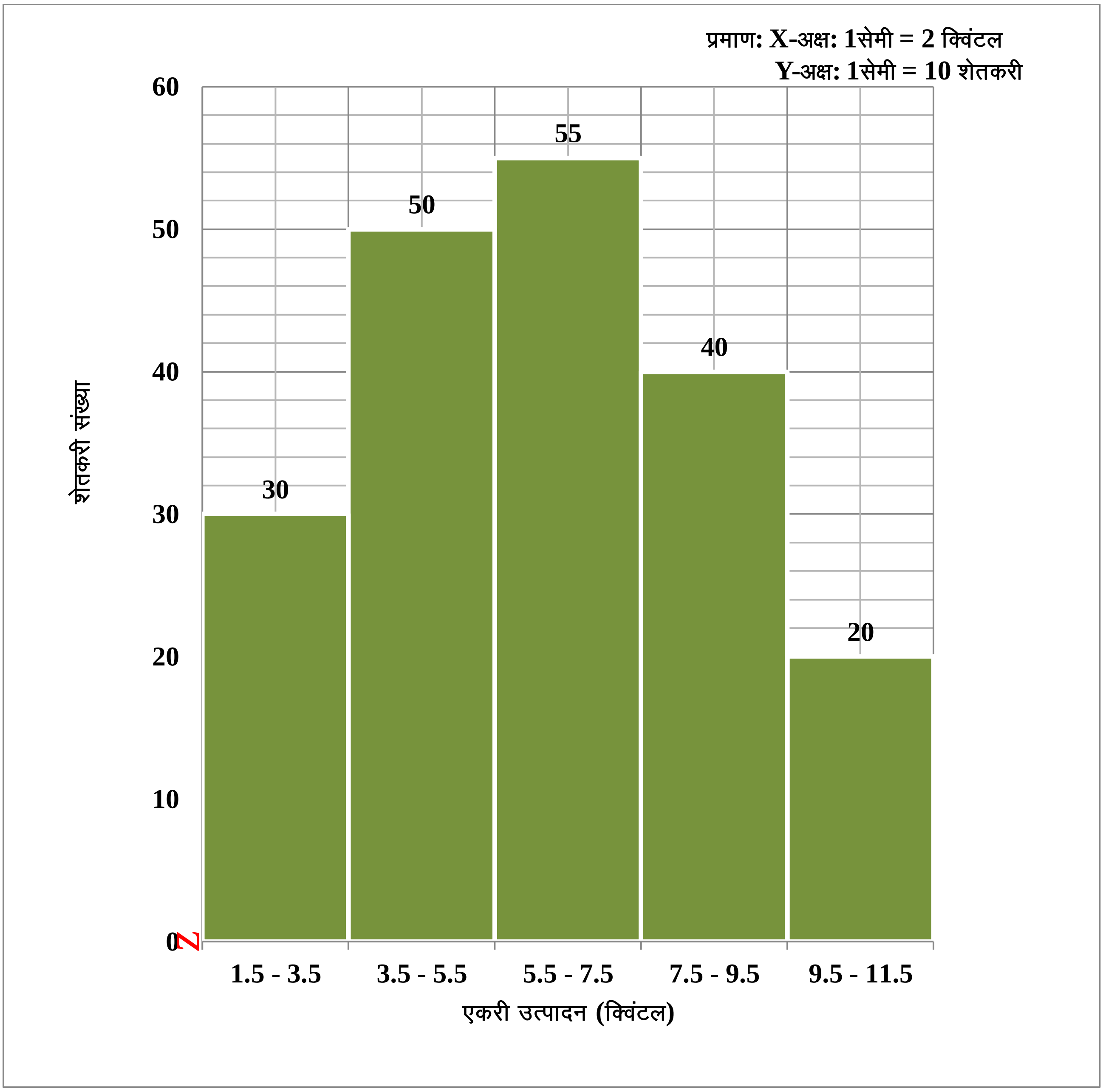
Q. 12 पुढील सारणीत ज्वारीचे एकरी उत्पन्न दिले आहे.

एकरी उत्पन्न (क्विंटल)	2 – 3	4 – 5	6 – 7	8 – 9	10 – 11

शेतकऱ्यांची संख्या	**30**	**50**	**55**	**40**	**20**

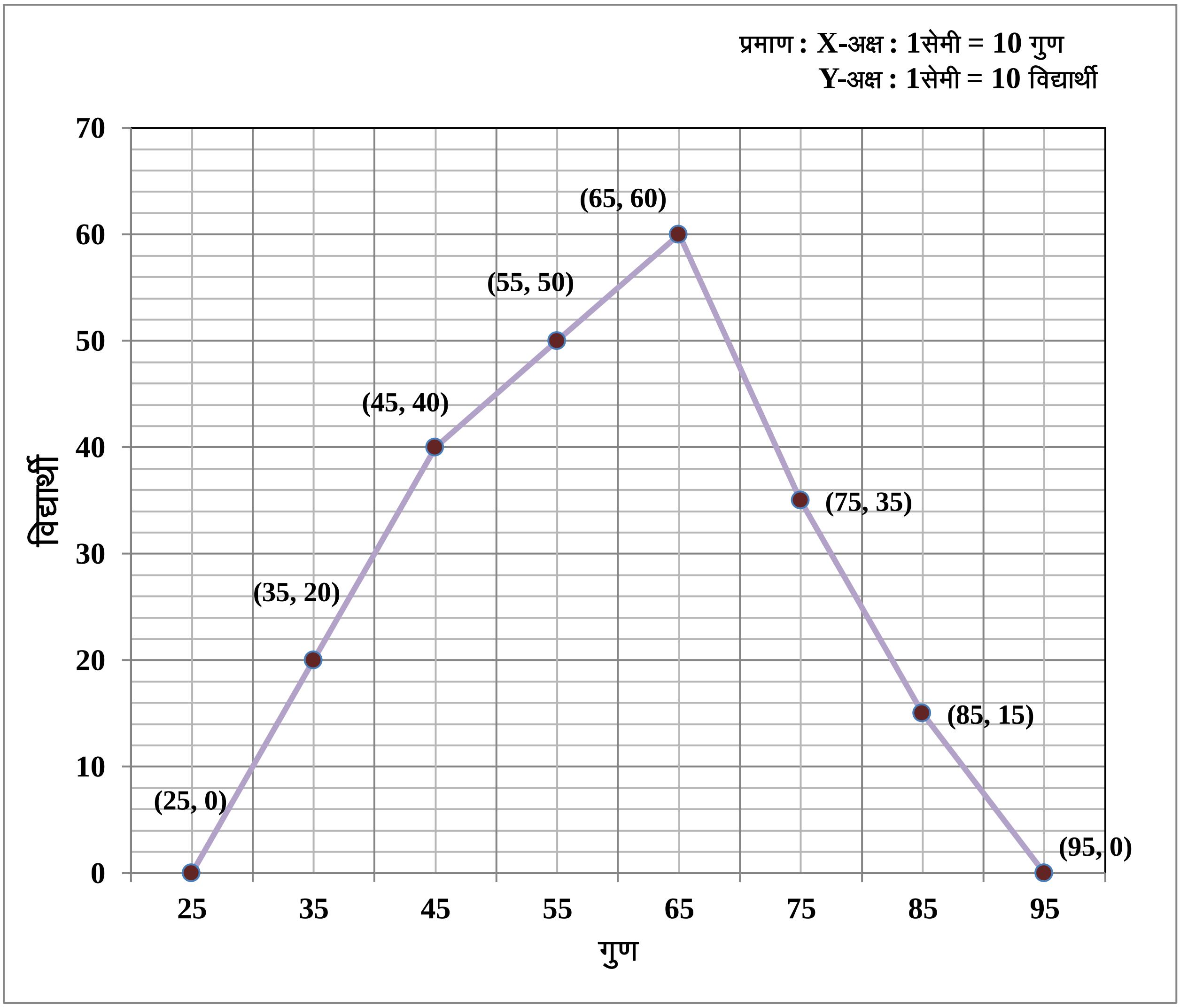
रीत :

दिलेले वर्ग/ एकरी उत्पन्न (क्विंटल)	सलग वर्ग	शेतकऱ्यांची संख्या
2 – 3	1.5 – 3.5	30
4 – 5	3.5 – 5.5	50
6 – 7	5.5 – 7.5	55
8 – 9	7.5 – 9.5	40
10 – 11	9.5 – 11.5	20



Q. 13

पुढील बहुभुजाचे निरीक्षण करुन पुढील प्रश्नांची उत्तरे लिहा :



(1) जास्तीत जास्त विद्यार्थी कोणत्या वर्गात आहेत?

(2) शून्य वारंवारता असणारे वर्ग लिहा.

(3) 50 विदयार्थी संख्या असणाऱ्या वर्गाचा मध्य किती ?

(4) वर्गामध्ये 85 असणाऱ्या वर्गाची खालची व वरची वर्गमर्यादा लिहा.

(5) 80–90 गुण मिळवणारे विद्यार्थी किती?

रीत :

(1) जास्तीत जास्त विद्यार्थी 60–70 वर्गात आहेत.

(2) 20–30 आणि 90 – 100 या वर्गाची वारंवारता शून्य आहे.

(3) 50 विद्यार्थी संख्या असणाऱ्या वर्गाचा वर्गमध्य 55 हा आहे.

(4) वर्गमध्य 85 हा 80–90 या वर्गाचा वर्गमध्य आहे. त्यमुळे या वर्गाची खालची वर्गमर्यादा 80 व वरचीवर्गमर्यादा 90 ही आहे.

(5) 80–90 या वर्गाची वारंवारता 15 आहे. यावरुन 80–90 गुण मिळवणारे विद्यार्थी 15 आहेत.

Q. 14

पुढील सामग्रीसाठी वारंवारता बहुभुज काढा.

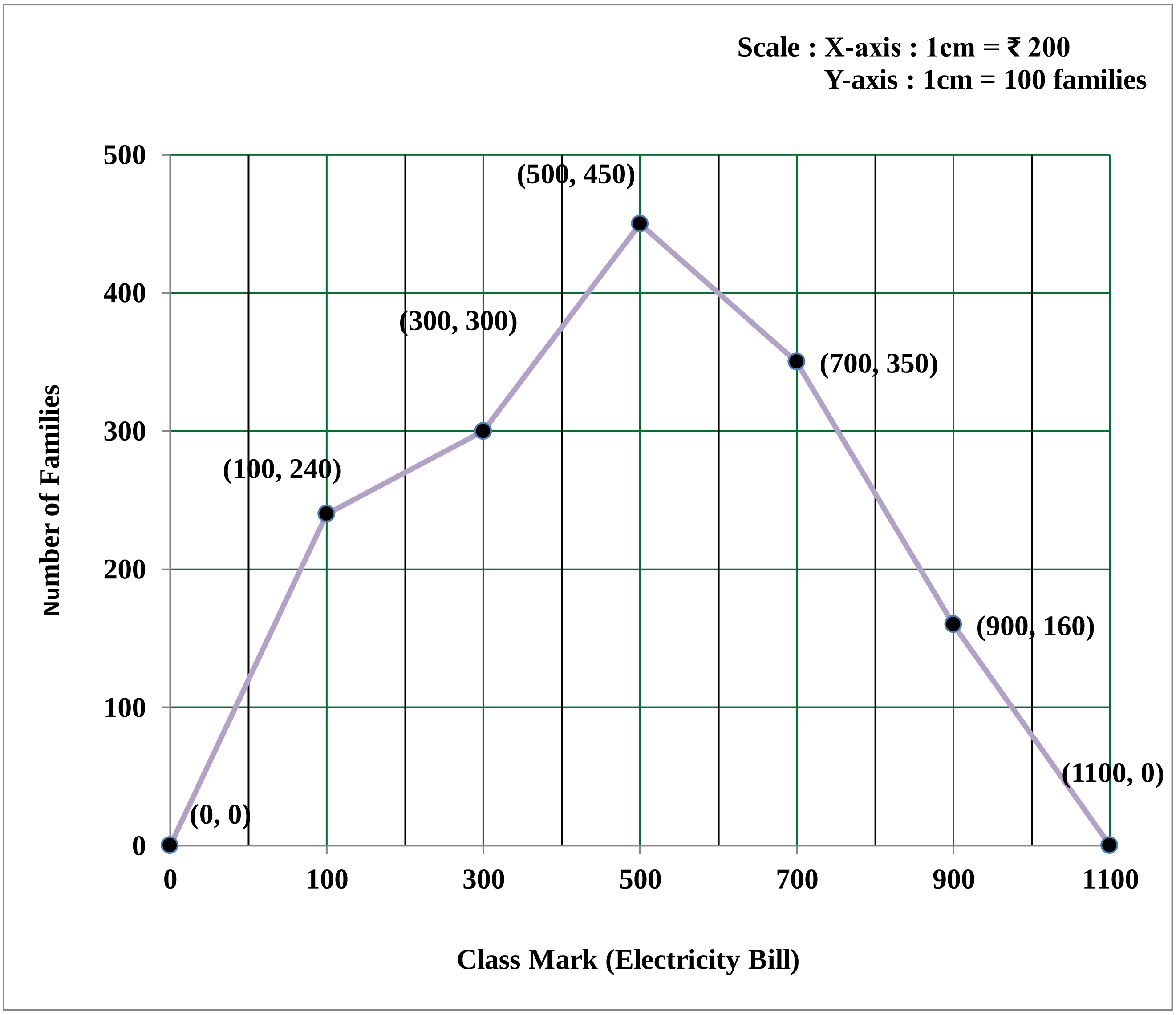
वीज बिले (₹)	0 – 200	200 – 400	400 – 600	600 – 800	800 – 1000	1000-1200
कुटुंबे	240	300	450	350	160	0

रीत :

दिलेल्या सारणीवरुन नवीन सारणी तयार करुन आयतालेख न काढता वारंवारता बहुभुजे काढू.

वर्ग वीजबील (₹)	वर्गमध्य	वारंवारता (कुटुंबे)	बिंदूचे निर्देशक

0 – 200	100	240	(100, 240)
200 – 400	300	300	(300, 300)
400 – 600	500	450	(500, 450)
600 – 800	700	350	(700, 350)
800 – 1000	900	160	(900, 160)
1000 – 1200	1100	0	(1100, 0)



टिपण : प्रथम श्रेणीपूर्वीचा वर्ग –200 – 0 असेल. आणि मध्यबिंदू – 100 असेल. परंतु विजेचे बील कधीही ऋण नसते.

सोयीसाठी मागील आयताचा मध्यबिंदू शून्य (0) म्हणून घेतला जातो.

Q. 15

एका रक्तदान शिबिरात विविध वयोगटांतील व्यक्तींनी केलेले रक्तदान दिले आहे. त्यावरुन वृत्तलेख काढा.

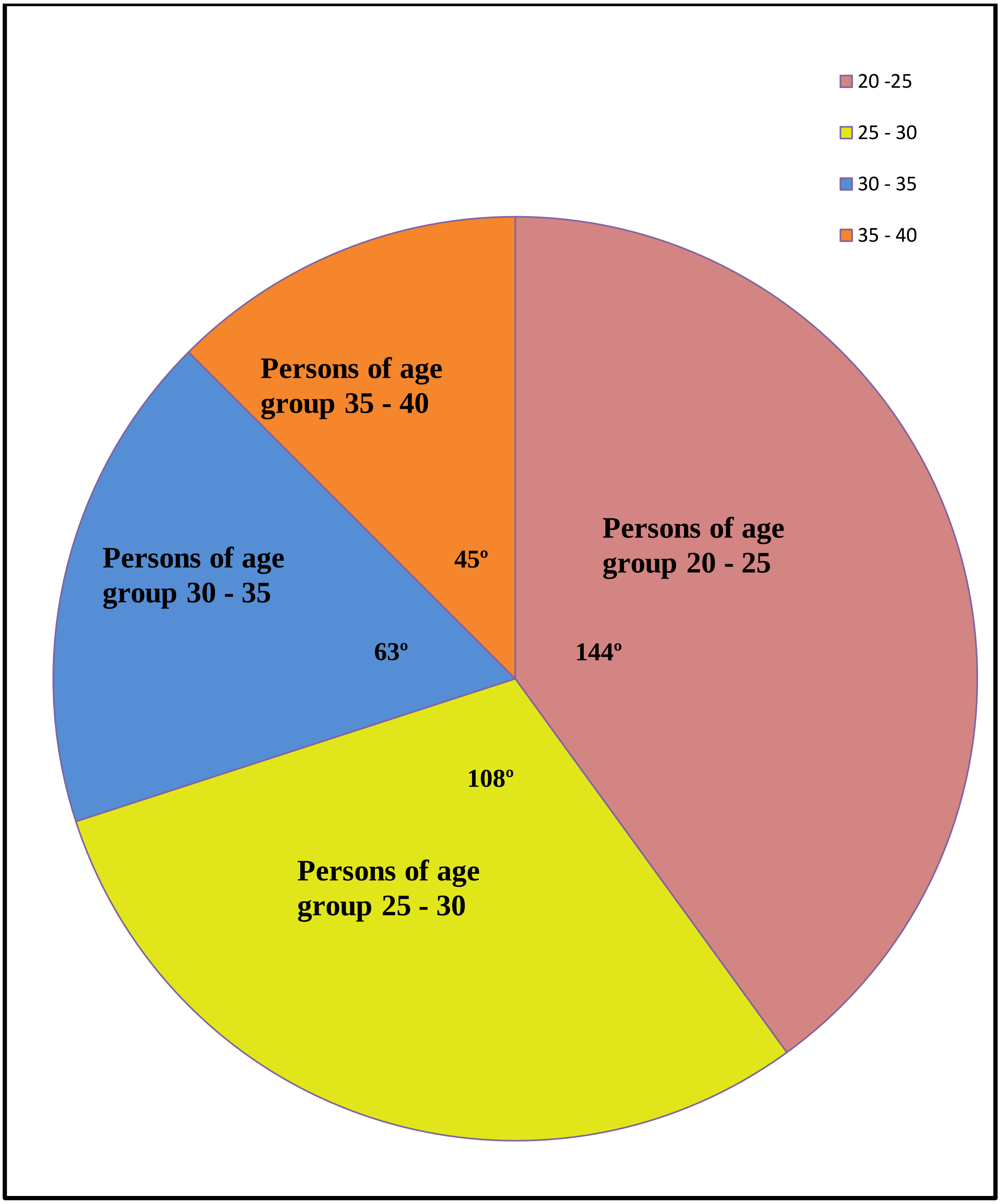
वयोगट (वर्ष)	20-25	25-30	30-35	35-40
व्यक्तीची संख्या	80	60	35	25

रीत :

एकुण व्यक्तीवरुन आणि सारणीत दिलेल्या माहितीवरुन केंद्रीय कोनांची मापे काढुन सारणीत दाखवु:

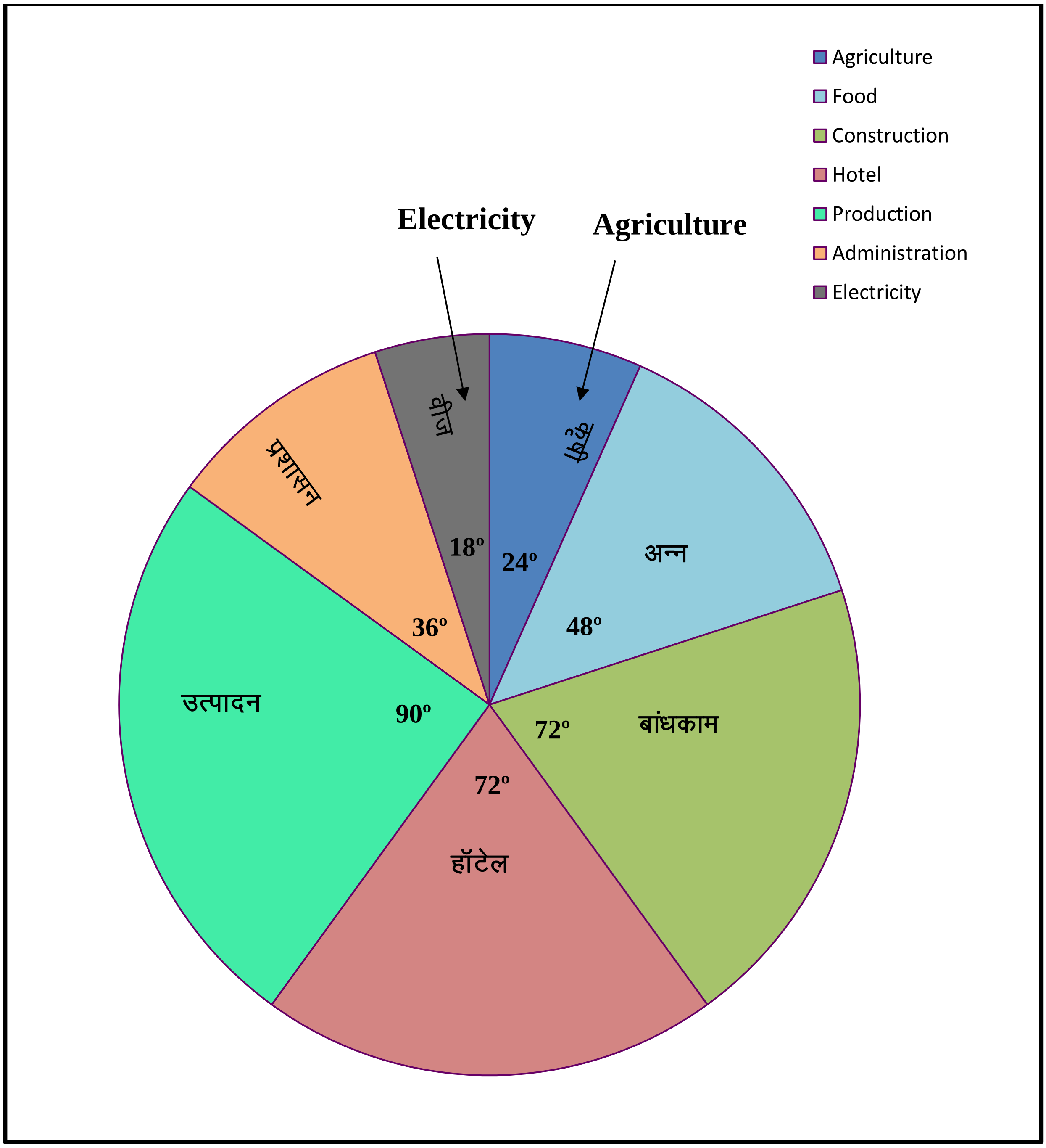
वयोगट	व्यक्तींची संख्या	केंद्रीय कोनाचे माप
20 – 25	80	$\frac{80}{200} \times 360° = 144°$
25 – 30	60	$\frac{60}{200} \times 360° = 108°$
30 – 35	35	$\frac{35}{200} \times 360° = 63°$
35 – 40	25	$\frac{25}{200} \times 360° = 45°$
एकुण	**200**	**360°**

On the basis of the table, the pie diagram is drawn below:


20 -25
25 - 30
30 - 35
35 - 40
Persons of age group 35 - 40
45º
Persons of age group 30 - 35
63º
Persons of age group 20 - 25
144º
108º
Persons of age group 25 - 30

Q. 16

एका गावातील विविध व्यावसायिकांचे प्रमाण दर्शवणारा वृत्तालेख आकृतीमध्ये दिला आहे. त्यावरुन पुढील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.



(1) एकुण व्यावसायिकांची संख्या 10000 असल्यास बांधकाम क्षेत्रात किती व्यावसायिक आहेत?

(2) प्रशासन क्षेत्रात किती व्यावसायिक कार्यरत आहेत?

(3) उत्पादन क्षेत्रात किती टक्के व्यावसायिक आहेत?

रीत :

(1) बांधकाम क्षेत्रातील व्यावसायिक x मानु. दिलेल्या वृत्तालेखात बांधकाम क्षेत्रासाठी केंद्रीय कोन 72^0 दाखवला आहे.

एकुण कामगारांची संख्या 10,000 आहे.

बांधकाम क्षेत्रासाठीचा केंद्रीय कोन

$$= \frac{\text{बांधकाम क्षेत्रातील व्यावसायिक}}{\text{एकुण व्यावसायिक}} \times 360°$$

$$\therefore 72° = \frac{x}{10000} \times 360°$$

$$\therefore x = \frac{72 \times 10000}{360}$$

$$\therefore x = 2000 \qquad \dots (1)$$

(2) समजा, प्रशासन क्षेत्रात y व्यावसायिक कार्यरत आहेत

प्रशासन क्षेत्रासाठी केंद्रीय कोन 36^0 दाखवला आहे

$$\text{प्रशासन क्षेत्रासाठी केंद्रीय कोन} = \frac{\text{प्रशासन क्षेत्रातील व्यावसायिक}}{\text{एकुण व्यावसायिक}} \times 360°$$

$$\therefore 36° = \frac{y}{10000} \times 360°$$

$$\therefore y = \frac{36 \text{ x } 10000}{360°}$$

$\therefore y = 1000$ ... (2)

(3) उत्पादन क्षेत्रासाठी केंद्रीय कोन 90° दिला आहे. हा केंद्रीय कोन 360° पैकी आहे. यावरुन उत्पादन क्षेत्रातील व्यावसायिकांची टक्केवारी (शतमान) काढू

उत्पादन क्षेत्रातील व्यावसायिकांचे शतमान $= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 100$

$= \frac{1}{4} \times 100$

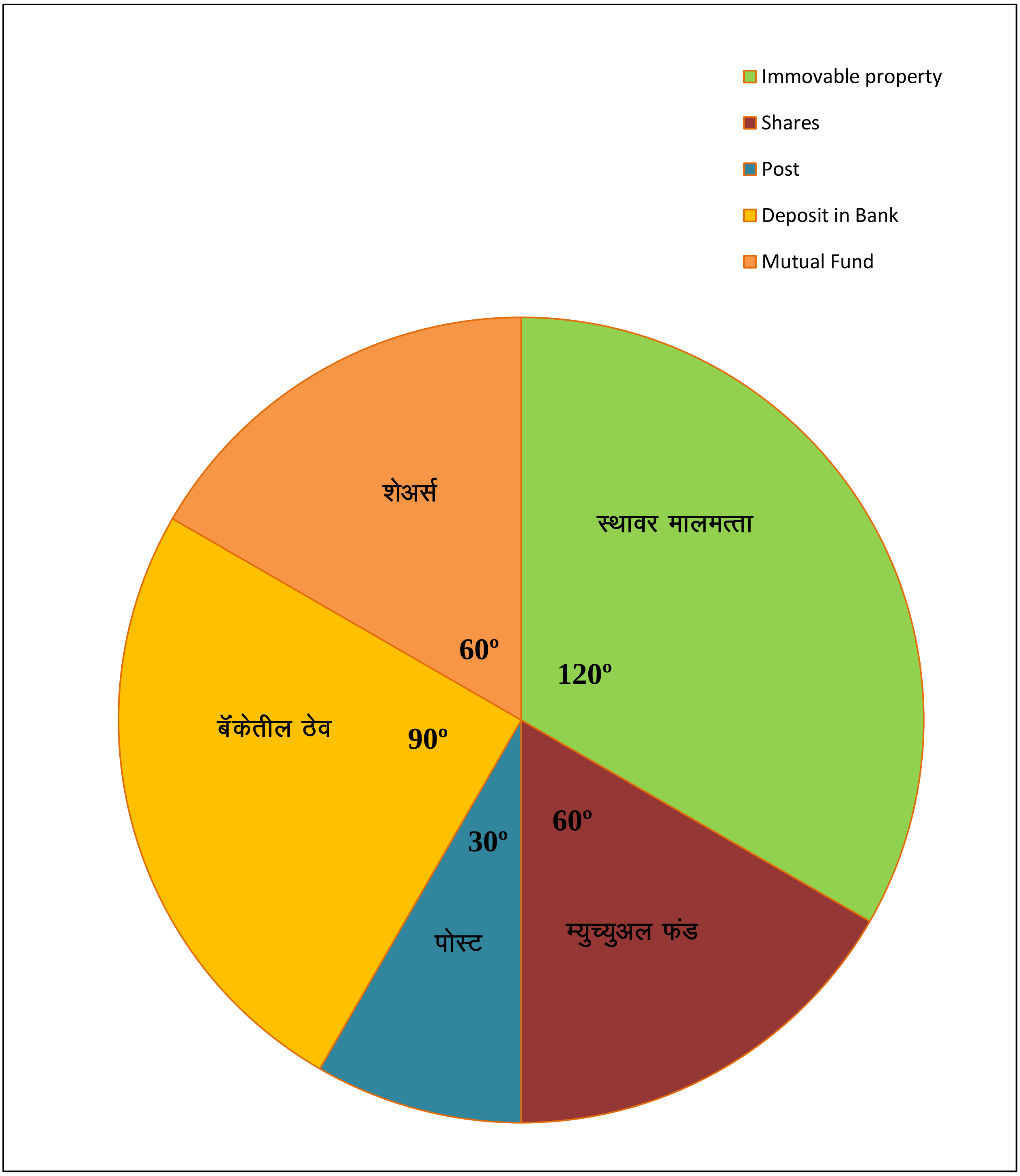
$= 25$ ... (3)

Ans. (1) बांधकाम क्षेत्रात 2000 व्यावसायिक आहेत.

(2) प्रशासन क्षेत्रात 1000 व्यावसायिक आहेत.

(3) उत्पादन क्षेत्रात 25% व्यावसायिक आहेत.

Q. 17 एका कुटुंबाच्या वार्षिक गुंतवणुकीचा वृत्तालेख सोबतच्या आकृतीत दिला आहे. त्यावरुन पुढील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.



या वरुन खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

(1) शेअरमध्ये गुंतवलेली रक्कम ₹ 2000, असल्यास एकुण गुंतवणुक किती?

(2) बॅंकेतील ठेवीची रक्कम किती ?

(3) म्युच्युअल फंडापेक्षा स्थावर मालमत्तेत किती रक्कम जास्त गुंतवली ?

(4) पोस्टातील गुंतवणुक किती?

उपाय:

(1) समजा, एकुण गुंतवणूक ₹ x आहे.

शेअरमधील गुंतवणुकीसाठीचा केंद्रीय कोन $60°$

शेअरमधील गुंतवणुकीसाठीचा केंद्रीय कोन

$$= \frac{\text{शेअरमधील गुंतवणुक}}{\text{एकुण व्यावसायिक}} \times 360°$$

$$\therefore 60° = \frac{2000}{x} \times 360°$$

$$\therefore x = \frac{2000 \times 360}{60}$$

$$\therefore x = 12000$$

∴ एकुण गुंतवणुक ₹ 12,000 … (1)

(2) समजा, बॅंकेतील ठेवीची रक्कम ₹ y आहे. बॅंकेतील ठेवीसाठीचा केंद्रीय कोन

$$= \frac{\text{प्रशासन क्षेत्रातील व्यावसायिक}}{\text{एकुण व्यावसायिक}} \times 360°$$

$\therefore 90^\circ = \frac{y}{12000} \times 360^\circ$

$\therefore y = \frac{90 \times 12000}{360}$

$\therefore y = 3000$ … (2)

बॅंकेतील ठेवीची रक्कम रु 3000 आहे.

(3) प्रथम म्युच्युअल फंडात गुंतवलेली रक्कम काढू ₹ z

म्युच्युअल फंडासाठीचा केंद्रीय कोन = 60°

म्युच्युअल फंडासाठीचा केंद्रीय कोन =

$\frac{\text{म्युच्युअल फंडमध्ये जमा केलेले रक्कम}}{\text{संपुर्ण गुंतवणुक}} \times 360^\circ$

$\therefore 60^\circ = \frac{z}{12000} \times 360^\circ$

$\therefore z = \frac{60 \times 12000}{360}$

$\therefore z = 2000$ … (3A)

आता, स्थावर मालमत्तेत गुंतवलेली रक्कम काढू.

स्थावर मालमत्तेसाठीचा कोन = 120

स्थावर मालमत्तेसाठीचा कोन

$= \frac{\text{स्थावर मालमत्तेतील गुंतवणूक}}{12000} \times 360^\circ$

$\therefore 120^\circ = \frac{p}{12000} \times 360^\circ$

$$\therefore z = \frac{120 \times 12000}{360}$$

$\therefore p = 4000$ … (3B)

More money invested in the immovable property

= ₹ (4000 – 2000) ..[समीकरण (3B) आणि (3A) वरुन]

= ₹ 2000

(4) पोस्टामधील गुंतवणूक = एकुण गुंतवणुक – (म्युच्युअल फंड + स्थावर मालमत्ता + बॅंक + शेअर यातील गुंतवणूक)

= ₹ [12000 – (2000 + 4000 + 3000 + 2000)]

= ₹ (12000 – 11000)

= ₹ 1000 … (4)

उत्तर : गुंतवणुक खाली प्रमाणे:

(1) एकुण : ₹ 12,000

(2) बॅंक : ₹ 3000

(3) MF पेक्षा अचल मालमत्तेत अधिक : ₹ 2000

(4) पोस्ट : ₹ 1000

Q. 18

एका कंपनीतील कामगारांची रोजच्या पगाराची वारंवारता वितरण सारणी दिली आहे. त्यावरुन कामगारांच्या रोजच्या पगाराचा मध्य मध्य प्रमाण विचलन पद्धती काढा.

रोजचा पगार (in ₹)	< 100	< 200	< 300	< 400	< 500
कामगारांची संख्या	12	28	34	41	50

रीत :

दिलेली सारणी ही संचित वारंवारता सारणी आहे. त्याचे रुपांतर आपण वितरण वारंवारता सारणीत करु.

येथे ₹ 100 पेक्षा कमी असणारे 28 पुरुष आहेत. आणि 200 पेक्षा कमी असणारे पुरुष आहेत.

∴ 0 ते 100 पगार असणाऱ्या पुरुषांची संख्या

$= 12 - 0$

$= 12$

आणि रु 100 ते रु 200 पगार असणाऱ्या पुरुषांची संख्या

$= 28 - 12$

$= 16$

त्याचप्रमाणे, उत्पन्नातील पुरुषांची संख्या रू. 200 – 300 रू. 300 – 400 आणि रू. 400 – 500 खालील प्रमाणे :

रोजचा पगार (₹ मध्ये)	पुरुषांची संख्या (f_i)	वर्गचिन्ह (x_i)	$d_i = x_i$ - A = $x_i - 250$	$u_i = \frac{di}{h} = \frac{di}{100}$	$f_i u_i$
0 – 100	12	50	-200	-2	-24
100 – 200	28–12=16	150	-100	-1	-16
200 – 300	34–28=6	250	0	0	0
300 – 400	41–34=7	350	100	1	7
400 – 500	50–41=9	450	200	2	18
Total	$\sum f_i = 50$				$\sum f_i u_i = -15$

मध्य प्रमाण विचलन पध्दतीचा वापर करु.

$$\therefore \overline{X} = A + h \times \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right)$$

$$= 250 + 100 \times \left(\frac{-15}{50}\right)$$

$$= 250 - 30$$

$$= ₹\ 220$$

उत्तर : रोजच्या पगाराचा मध्य ₹ 220.

Q. 19

खाली दिलेल्या वारंवारता सारणीचा मध्य हा 20 आहे तर "x"ची किंमत काढा.

वर्ग	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
वारंवारता	5	$6x$	$3x$	x	$2x$

रीत :

वर्ग	वरंवारता (f_i)	वर्ग चिन्ह (x_i)	$f_i x_i$
0 – 10	5	5	25
10 – 20	$6x$	15	$90x$
20 – 30	$3x$	25	$75x$
30 – 40	x	35	$35x$
40 – 50	$2x$	45	$90x$
एकुण	$\sum f_i = 12x + 5$		$\sum f_i x_i = 290x + 25$

मध्य = $\overline{X} = \left(\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}\right)$

$\therefore\ 20 = \frac{290x+25}{12x+5}$

$\therefore\ 290x + 25 = 240x + 100$

$\therefore\ 50x = 100 - 25$

$\therefore\ 50x = 75$

$\therefore\ x = 1.5$

Q. 20

एका परीक्षेचा 180 विद्यार्थीचा निकाल खाली दिलेला आहे. त्यावरुन

i. x ची किंमत काढा

ii. वृत्तालेख काढा.

गुण	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
विद्यार्थीसंख्या	10	x	25	$2x$	55	30

रीत :

i. एकुण विद्यार्थी संख्या = 180

$\therefore\ 10 + x + 25 + 2x + 55 + 30 = 180$

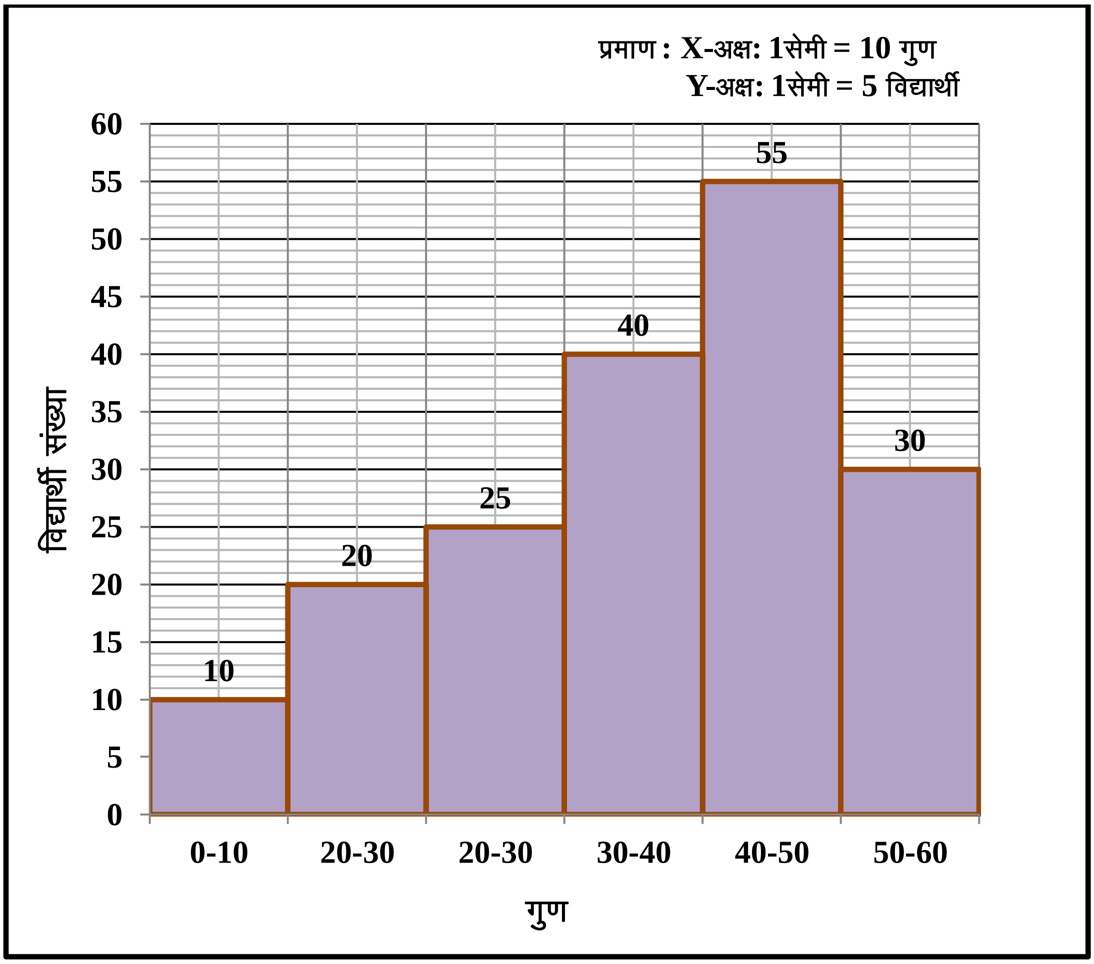
$\therefore\ 3x + 120 = 180$

$\therefore\ 3x = 60$

$\therefore x = 20$

ii.

गुण	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
विद्यार्थी संख्या	10	20	25	40	55	30



Q. 21 जर दिलेल्या सामग्रीतील प्राप्तांक (n) विषम असतील. तर $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ वा प्राप्तांक त्या सामग्रीचा मध्यक असतो. मध्यक $K_{\frac{n+1}{2}}$ च्या आधी आणि नंतरचा प्राप्तांक $\frac{n-1}{2}$ असेल n = 2m + I घेऊन हे पडताळा.

रीत :

दिलेले n = 2m + 1

∴ दिलेल्या प्राप्तांकाचा क्रम 1, 2, 3,., 2m+1

येथे, $\frac{n+1}{2} = \frac{2m+1+1}{2} = \frac{2m+2}{2} = \frac{2(m+1)}{2} = m+1$

समग्रीचा प्राप्तांकाचा क्रम 1,2, 3,.., m, m + 1, m + 2, …, 2m + 1

जर सामग्रीच्या प्राप्तांक 2m + 1 तर m + 1 ही मध्यभागी येणारी संख्या आहे हे सिध्द करा.

1 to m संख्या सिध्द करण्यासाठी m + 2 ते 2m + 1 …(i)

डावी बाजू वरुन (i)

संख्यांचा क्रम

a = 1, d = 1, t_{n1} = m

$t_{n1} = a + (n_1 - 1)\, d$

$\therefore m = 1 + (n_1 - 1)1$

$\therefore m = 1 + n_1 - 1$

$\therefore m = n_1$

उजवी बाजूवरुन (ii)

A.P. मधील संख्यांचा क्रम

$a = m + 2, d = 1, t_{n2} = 2m + 1$

$t_{n2} = a + (n_2 - 1)d$

$\therefore 2m + 1 = m + 2 + (n_2 - 1)1$

$\therefore 2m + 1 = m + n_2 + 1$

$\therefore m = n_2$

∴ 1 to m संख्याचा क्रम = संख्या क्रम m + 2 to 2m + 1

$m = n - 12$

∴ जर प्राप्तांकाचा क्रम 2m + 1 असेल तर m + 1 ही मध्यभागी येणारी संख्या आहेत.

Q. 22 सामग्रीतील प्राप्तांक n हा सम असताना सामग्रीचा मध्यक हा मध्सातरील दोन संख्यांची सरासरी असतो. कारण $K_{\frac{n}{2}}$ च्या आधी $K_{\frac{n+2}{2}}$ च्या नंतर प्रत्येकी $\frac{n-2}{2}$ प्राप्तांक असतात. n = 2m घेऊन पडताळा.

रीत :

दिलेल्या प्राप्तांकाची क्रमिका ही 1, 2, 3,., m – 1, m, m + 1, m + 2,…., 2m

m आणि m + 1 हया दोन संख्या 2m प्राप्तांकाच्या मध्यभागी संख्या आहेत. हे सिध्द करण्यासाठी...

हे सिध्द करण्यासाठी

1 to m – 1 संख्याक्रम m + 2 to 2m संख्याक्रम …. (i)

डावी बाजू वरुन.................. (i)

A.P. क्रमिकावरुन $a = 1$, $d = 1$, $t_{n1} = m - 1$

$t_{n1} = a + (n_1 - 1)d$

$\therefore m - 1 = 1 + (n_1 - 1)\,1$

$\therefore m - 1 = 1 + n_1 - 1$

$\therefore n_1 = m - 1$

उजव्या बाजूवरुन

A.P.क्रमिका वरुन $a = m + 2, d = 1, t_{n2} = 2m$

$t_{n2} = a + (n_2 - 1)d$

$\therefore\ 2m = m + 2 + (n_2 - 1)\ 1$

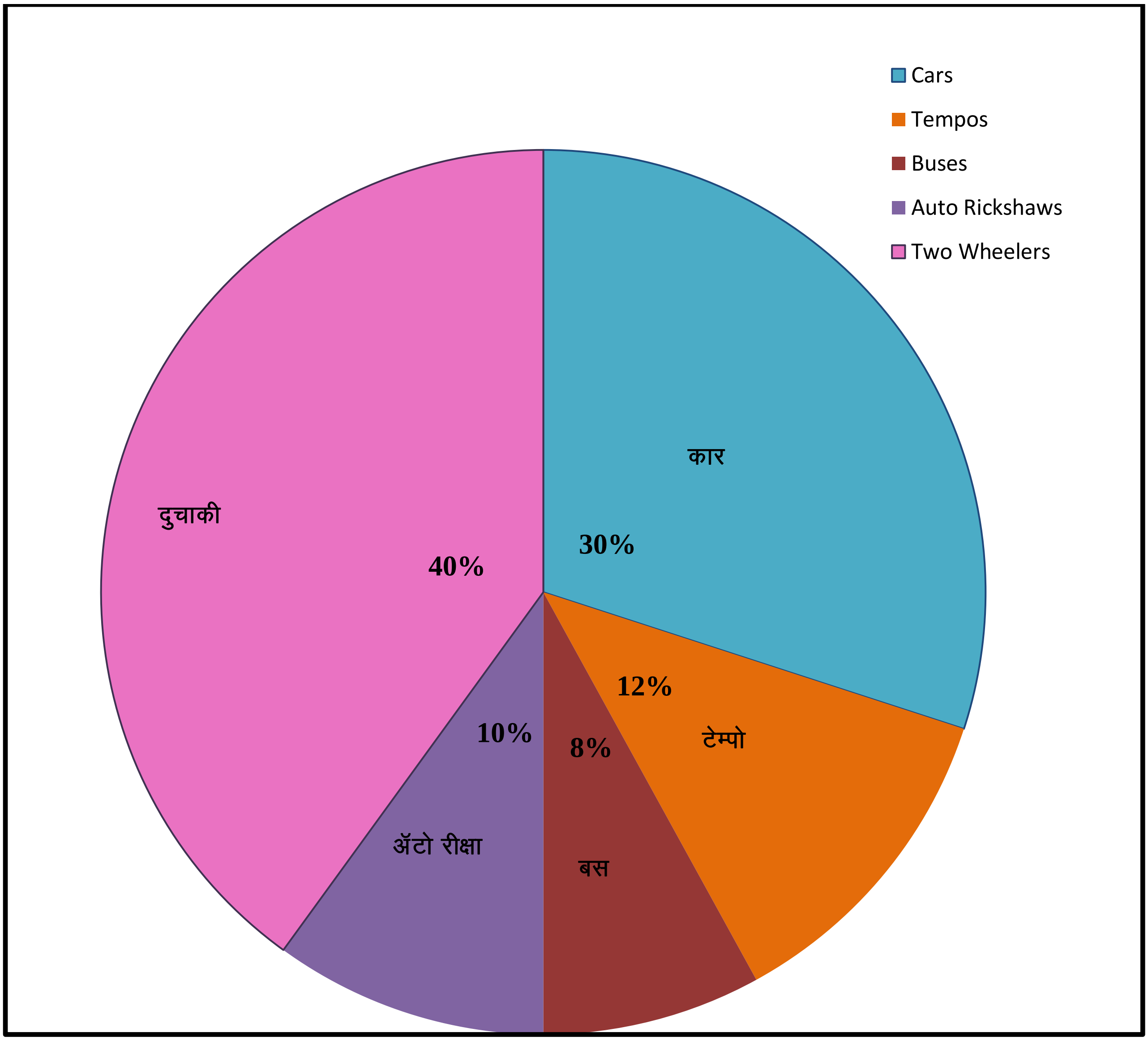
$\therefore\ 2m = m + 2 + n_2 - 1$

$\therefore\ n_2 = m - 1$

∴ संख्याचा क्रम 1 to m – 1 = संख्यांचा क्रम m + 2 to 2m = m – 1 = $\frac{n-2}{2}$

∴ दिलेल्या प्राप्तांक 2m च्या मध्यभागी येणाऱ्या संख्या m आणि m + 1 आहेत.

Q. 23सकाळी 8 ते 10 या वेळेत शहरातील एका चौकातील सिग्नलवरुन पुढे जाणाऱ्या विविध वाहनांच्या संख्याची शतनाम पुढील वृत्तलेखात दिली आहेत.



रीत :

$$\text{केंद्रीय कोनाचे माप } (\theta) = \frac{\text{त्या घटकातील संख्या}}{\text{सर्व घटकांतील एकुण संख्या}} \times 360^\circ$$

i.

वाहन	केंद्रीय कोनाचे माप (θ)
कार	$\frac{30}{100} \times 360^\circ = 108^\circ$

टेम्पो	$\frac{12}{100} \times 360° = 43.2° = 43°$
बस	$\frac{8}{100} \times 360° = 28.8° = 29°$
रिक्षा	$\frac{10}{100} \times 360° = 36°$
दुचाकी	$\frac{40}{100} \times 360° = 144°$

ii. वाहनांची एकुण संख्या x मानू

दुचाकीची संख्या 1200 आहे आणि दुचाकीसाठीचा केंद्रीय कोन **(θ)** = 144°

या किमती सुत्रात भरु

$$\text{केंद्रीय कोनाचे माप } (\theta) = \frac{\text{दुचाकीची संख्या}}{\text{एकुण वाहनांची संख्या}} \times 360°$$

$$\therefore 144° = \frac{1200}{Total\ number\ of\ Vehicles} \times 360°$$

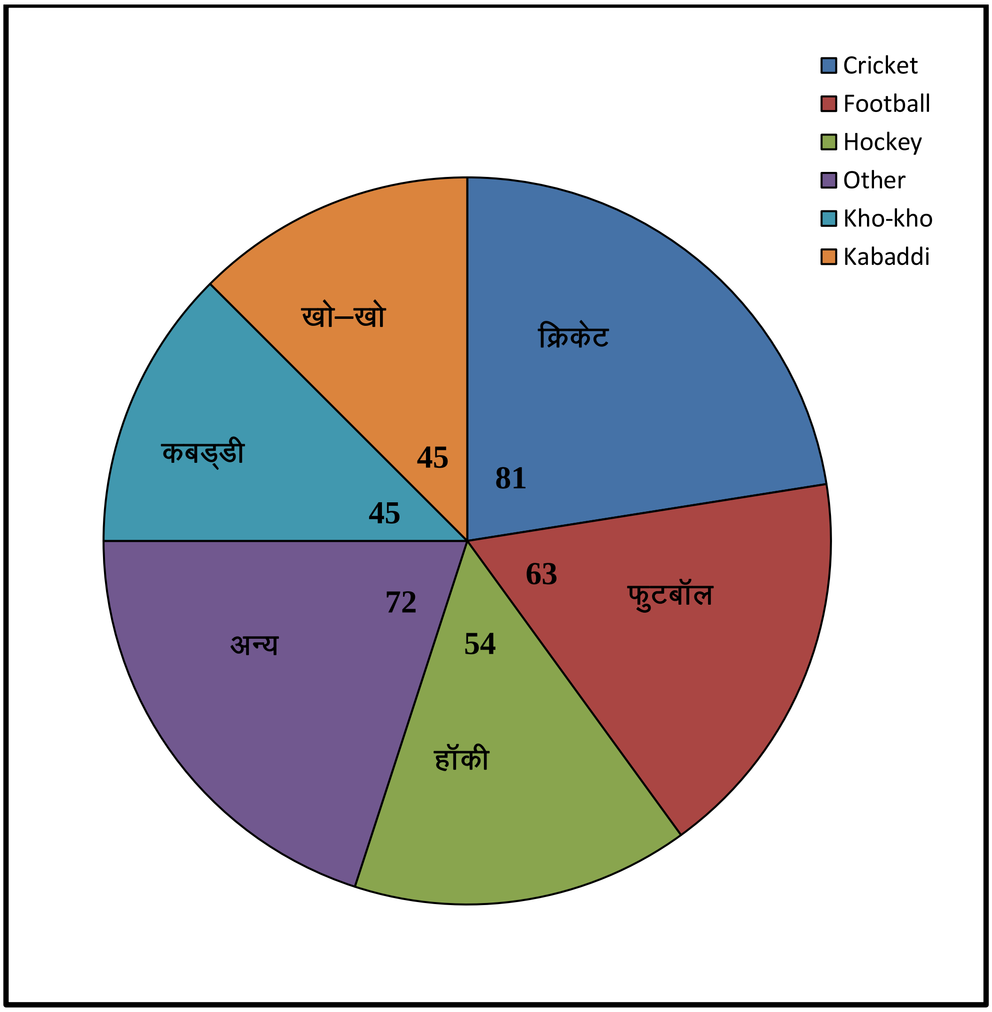
$$\therefore \text{वाहनाची संख्या} = \frac{1200 \times 360}{144} = 3000$$

Q. 24 एका सर्वेक्षणातील शालेय विद्यार्थ्यांची विविध खेळातील आवड जाणण्यासाठी केलेल्या सर्वेक्षणात मिहालेली माहिती पुढील वृत्तालेखात दाखवली आहे. एकुण विद्यार्थी संख्या 1000 असल्यास...

i. क्रिकेट आवडणारे विद्यार्थी किती ?

ii. फुटबॉल हा खेळ किती विद्यार्थ्यांना आवडतो?

iii. अन्य खेहांना पसंती देणारे विद्यार्थी किती?



रीत :

$$\text{केंद्रीय कोनाचे माप } (\theta) = \frac{\text{क्रिकेट आवडणारे विद्यार्थी}}{\text{एकुण विद्यार्थी संख्या}} \times 360^\circ$$

i. क्रिकेट साठी केंद्रीय कोन $(\theta) = 81^\circ$

$$\therefore 81^\circ = \frac{x}{1000} \times 360^\circ$$

$$\text{क्रिकेट आवडणारे विद्यार्थी} = \frac{81 \times 1000}{360} = 225$$

∴ क्रिकेट आवडणारे विद्यार्थी 225

ii. फुटबॉलसाठी केंद्रीय कोन (θ) = 63°

$$\therefore 63° = \frac{\text{फुटबॉल आवडणारे विद्यार्थी}}{1000} \times 360°$$

$$\text{फुटबॉल आवडणारे विद्यार्थी} = \frac{63 \times 1000}{360} = 175$$

∴ फुटबॉल आवडणारे विद्यार्थी 175

iii. अन्य खेळासाठी केंद्रीय कोन (θ) = 72°

$$\therefore 72° = \frac{\text{अन्य खेळ आवडणारे विद्यार्थी}}{1000} \times 360°$$

$$\text{अन्य खेळ आवडणारे विद्यार्थी} = \frac{72 \times 1000}{360} = 200$$

∴ अन्य खेळ आवडणारे विद्यार्थी 200 आहेत.

Q. 25 एका दवाखान्यात दाखल झालेल्या रुग्णांची वय आणि रुग्नसंख्या खाली सारणीत दिली आहे.

वय (वर्षात)	रुग्ण संख्या
5 – 15	6
15 – 25	11
25 – 35	21
35 – 45	23

45 – 55	14
55 – 65	5

वरील दिलेल्या माहितीवरुन बहुलक व मध्य काढा. या केंद्रीय मापाची तुलना करा आणि स्पष्टीकरण दया.

रीत :

बहुलक :

वय वर्षे	5 – 15	15 – 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55	55 – 65
रुग्ण संख्या	6	11	21	23	14	5

∴ जास्त वारंवारता 23 आहे.

∴ बहुलकीय वर्ग 35 – 45

येथे, $l = 35, f_1 = 23, f_0 = 21, f_2 = 14, h = 10$

$$\text{बहुलक} = l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$$

$$= 35 + \left[\frac{23-21}{46-21-14}\right] \times 10$$

$$= 35 + \frac{2}{11} \times 10$$

$$= 35 + \frac{20}{11}$$

= 36. 8 वर्षे

मध्य :

वय वर्ष	वर्गचिन्ह (x_i)	रुग्णांची संख्या (f_i)	$u_i = \frac{x_i - 30}{10}$	$f_i x_i$
5 – 15	10	6	-2	-12
15 – 25	20	11	-1	-11
25 – 35	30 → A	21	0	0
35 – 45	40	23	1	23
45 – 55	50	14	2	28
55 – 65	60	5	3	15
		$\sum f_i = 80$		$\sum f_i u_i = 43$

येथे A = 30, $\sum f_i u_i = 43$, $\sum f_i = 80$, h = 10

$$\text{मध्य} = A + \left[\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right] \times h$$

$$= 30 + \frac{43 \times 10}{80}$$

$$= 30 + 5.37$$

$$= 35.37 \text{ years}$$

उत्तर : निष्कर्षावरुन येथे जास्तीत जास्त रुग्णांचे वय 36.8 वर्ष आहे, आणि रुग्णालयात दाखल झालेल्या रुग्णांची सरासरी 35.37 वर्षे आहे.

Q. 26 खालील दिलेल्या वितरण सारणीच्या माहितीचे मध्यक हे 28.5 आहे तर x आणि y.

वर्गांतर	वारंवारता
0 – 10	5
10 – 20	x
20 – 30	20
30 – 40	15
40 – 50	y
50 – 60	5

रीत:

वर्गांतर	वरंवारता	संचित वारंवारता
0 – 10	5	5
10 – 20	x	$5 + x$
20 – 30	20	$25 + x$
30 – 40	15	$40 + x$
40 – 50	y	$40 + x + y$

50 – 60	5	45 + x + y
Total	**n = 60**	

45 + x + y = 60 …. (i)

n = 60, $\therefore \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

मध्यक हा वर्ग (20 – 30)मध्ये येतो म्हणून मध्यक वर्ग (20 – 30) म्हणुन...

l = 20, f = 20, cf = 5 + x and h = 10

$\therefore$ मध्यक $= l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$

$\therefore 28.5 = 20 + \left(\frac{30-5-x}{20}\right) \times 10$

$\therefore 28.5 = 20 + \left(\frac{25-x}{2}\right)$

$\therefore$ 57 = 40 + 25 – x

$\therefore$ 25 - x = 17

$\therefore$ x = 8

x = 8 हि किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवू

45 + 8 + y = 60

$y = 60 - 53$

$y = 7$

Q. 27

दिलेल्या वितरण सारणीचा मध्य 21.4 आणि एकुण वारंवारता 40 असेल तर वारंवारता f_1 आणि f_2 ची किंमत काढा.

वर्गांतर	0 - 8	8 - 16	16 - 24	24 - 32	32 - 40
वारंवारता	6	f_1	10	f_2	9

रीत :

a = 10 आणि h = 8

वर्गांतर	मध्यकेंद्र (x_i)	f_i	$f_i x_i$
0 – 8	4	6	24
8 – 16	12	f_1	$12f_1$
16 – 24	20	10	200
24 – 32	28	f_2	$28f_2$
32 – 40	36	9	324
		$25 + f_1 + f_2 = 40$	$548 + 12f_1 + 28f_2$

$f_1 + f_2 = 15$ ……………. (i)

$\therefore \bar{X} = \frac{548+12f_1+28f_2}{40}$

$21.4 = \frac{548+12f_1+28f_2}{40}$

$856 = 548 + 12f_1 + 28f_2$

$12f_1 + 28f_2 = 308$

$3f_1 + 7f_2 = 77$ …………….. (ii)

समीकरण (ii) – 3(i)

$3f_1 + 7f_2 = 77$

$3f_1 + 3f_2 = 45$

$4f_2 = 32$

$f_2 = 8$

$\therefore f_1 = 15 - 8 = 7$

Q. 28

काही निरीक्षणे 11, 12, 14, 18, x + 2, x + 4, 30, 32, 35, 41 चढत्या क्रमाने लावली असता त्याचा मध्यक 24 आहे. तर x ची किंमत काढा**.**

रीत :

निरीक्षणांची संख्या = n = 10. Since n is even,

मध्यक $= \dfrac{\left(\frac{n}{2}^{th}\right) \text{निरीक्षण} + \left(\frac{n}{2}+1^{th}\right) \text{निरीक्षण}}{2}$

$24 = \dfrac{(5^{th})\ observation + (6^{th})\ observation}{2}$

$24 = \dfrac{(x+2)+(x+4)}{2}$

$24 = \dfrac{2x+6}{2}$

$x = 21$

Q. 29

काही कामगारांचा रोजच्या पगाराची वारंवारता वितरण सारणी दिली आहे.

रोजचा पगार रु मध्ये	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350	350-400
शेततळे संख्या	2	7	9	8	6	4

रोजच्या पगाराचा मध्य काढा.

रीत :

वर्ग / रोजचा पगार (रु)	वर्गमध्य x_i	$d_i = x_i - A = x_i - 225$	वारंवारता (कामगारांची संख्या)	वारंवारता x विचलन $f_i d_i$
100-150	125	-100	2	-200
150-200	175	-50	7	-350
200-250	225 A	0	9	0
250-300	275	50	8	400
300-350	325	100	6	600
350-400	375	150	4	600
Total			$\sum f_i = 36$	$\sum f_i d_i = 1050$

$$\bar{d} = \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{1050}{36}$$

$$= 29.17$$

मध्य $= X = \bar{A} + \bar{d} = 225 + 29.17$

$= 254.17$

जमा होणाऱ्या कराचा **254.17** रु आहे.

Q. 30 एका महामार्गावरील टोलनाक्यावर जमा होणारा कर व वाहनसंख्या यांची वारंवारता सारणी दिली आहे. त्यावरुन जमा होणाऱ्या कराचे गृहितमध्य पदधतीने मध्य काढा.

कर (Rs)	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800
वाहन संख्या	80	110	120	70	40

रीत:

कर (Rs)	वर्गमध्य (x_i)	$d_i = x_i - A$ $= x_i - 550$	वारंवारता (वाहनांची संख्या) (f_i)	वारंवारता x विचलन $f_i d_i$
300-400	350	-200	80	-16000
400-500	450	-199	110	-11000
500-600	550	0	120	0
600-700	650	100	70	7000
700-800	750	200	40	8000
एकुण			$\sum f_i = 420$	$\sum f_i d_i = -12000$

$$\bar{d} = \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

$= \frac{-12000}{420}$

= - 28.5

मध्य = X = $\overline{A} + \overline{d}$

= 550 - 28.5

= 521.43

जमा होणाऱ्या कराचा मध्य 521.43 रु आहे.

Q. 31 एका दिवशी दुध विक्री केंद्रावरुन 50 ग्राहकांना वितरीत केलेल्या दुधाची वारंवारता वितरण सारणी दिलेली आहे. त्यावरुन वितरीत केलेल्या दुधाचा मध्य सरळ पध्दतीने काढा.

दुध वितरण (लिटर)	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6
ग्राहकसंख्या	17	13	10	7	3

रीत :

वर्ग / दुध वितरण (लिटर)	वर्गमध्य (x_i)	वारंवारता (ग्राहकसंख्या)	वर्गमध्य x वारंवारता $f_i x_i$

1-2	1.5	17	25.5
2-3	2.5	13	32.5
3-4	3.5	10	35
4-5	4.5	7	31,5
5-6	5.5	3	16.5
Total		$\sum f_i = 50$	$\sum f_i x_i = 141$

मध्य = $\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

$= \frac{141}{50}$

$= 2.82$

उत्तर : दुधाच्या वितरणाचा मध्य 2.82 लिटर आहे.

Q. 32

दिलल्या माहितीवरुन 19, 25, 59, 48, 35, 31, 30, 32, 51 चा मध्यक काढा. जर 25 ऐवजी 25, 19 ऐवजी 29 घेतले तर येणारा नवीन मध्यक किती?

रीत :

चढत्या क्रमाने संख्या लिहिल्या असता....

19, 25, 30, 31, 32, 35, 48, 51, 59

निरीक्षणांची संख्या **n = 9 (विषम)**

∴ मध्यक = $\left(\frac{9+1}{2}^{th}\right)$निरीक्षण

= 5^{th} निरीक्षण

= 32

म्हणून, मध्यक = 32

जर 25 ऐवजी 52 आणि 19 ऐवजी 29 लिहिले तर येणारा चढता क्रम

29, 30, 31, 32, 35, 48, 51, 52, 59

∴ नविन मध्यक = 5 वे निरीक्षण

= 35

Q. 33 दिलेल्या वितरण सारणी चा मध्य 20 आहे तर ‘*P*’ ची किंमत किती ?

x	15	17	19	$20 + p$	23
f	2	3	4	$5p$	6

रीत :

x_i	f_i	$f_i x_i$
15	2	30
17	3	51
19	4	76
$20 + p$	$5p$	$100p + 5p^2$
23	6	138
एकुण	$15 + 5p$	$5p^2 + 100p + 295$

मध्य = $\overline{X} = \frac{\sum fixi}{\sum fi}$

$\therefore 20 = \frac{5p^2 + 100p + 295}{15 + 5p}$

$\therefore 5p^2 + 100p + 295 = 300 + 100p$

$\therefore 5p^2 - 5 = 0$

$\therefore 5(p^2 - 1) = 0$

$\therefore (p + 1)(p - 1) = 0$

$\therefore p = 1$ किंवा $p = -1$

Q. 34 बहुलक 36.3 आणि मध्य 30.5 असेल तर अनुभवात्मक सुत्राच्या साहाय्याने मध्यक काढा.

रीत:

बहुलक = 3(मध्यक) – 2(मध्य)

35.3 = 3(मध्यक) – 2(30.5)

35.3 = 3(मध्यक) – 61

96.3 = 3 मध्यक

मध्यक = $\frac{96.3}{3}$ = 32.1

Q. 35 दिलेल्या क्रमिका S_1 आणि S_2 यांचा बहुलक हा दोन्ही क्रमिकापेक्षा वेगळा आहे हे दाखवा.

S_1: 3, 5, 8, 8, 9, 12, 13, 9, 9

S_2: 7, 4, 7, 8, 7, 8, 13

रीत: S_1: 3 वेळा 9 ही संख्या (जास्तीत जास्त)

∴ बहुलक S_1 = 9

S_2: 3 वेहा 7 ही संख्या (maximum)

∴ बहुलक S_2 = 7

दोन्ही क्रमिका एकत्र केल्यानंतर

4 वेळा 8 ही संख्या येते.

बहुलक = 8

यावरुन हे समजते की एकत्रित क्रमिकांचा बहुलक हा S_1 आणि S_1 पेक्षा वेगळा आहे.

Q. 36एका शाळेतील परीक्षेचा निकाल 71.8 लागला आहे मुलांचा सरासरी निकाल हा 71 आहे आणि मुलांची सरासरी निकाल हा 73 आहे तर एकुण किती मुले आणि मुली परीक्षेस बसली होती?

रीत:

मुलांची संख्या = n_1 आणि मुलींची संख्या = n_2

सरासरी मुलांचा निकाल = 71 = $\overline{X}_1$

सरासरी मुंलीचा निकाल = 73 = $\overline{X}_2$

$$\therefore \text{एकत्रित मध्य} = \frac{n_1\overline{X}1 + n_2\overline{X}2}{n_1 + n_2}$$

$$\therefore 71.8 = \frac{n_1(71) + n_2(73)}{n_1 + n_2}$$

$$\therefore 71n_1 + 73n_2 = 71.8n_1 + 71.8n_2$$

$$\therefore 71n_1 - 71.8n_1 = 71.8n_2 - 73n_2$$

$$\therefore -0.8n_1 = -1.2n_2$$

$$\therefore \frac{n_1}{n_2} = \frac{1.2}{0.8}$$

$\therefore \frac{n_1}{n_2} = \frac{3}{2}$

$\therefore n_1 : n_2 = 3 : 2$

∴ मुलाची संख्या : मुलींची संख्या $= 3 : 2$

Q. 37 If $\sum f_i d_i = 105$, $\sum f_i = 36$, A = 22.5, then find $\overline{X}$

रीत :

$$\overline{X} = A + \frac{\sum fidi}{\sum fi}$$

$$= 22.5 + \frac{105}{36}$$

$$= 22.5 + 2.92$$

$$= 25.42$$

Q. 38 जर $L = 1950$, $f = 21$, $c.f. = 53$, $h = 500$, $N = 120$, तर मध्यक काढा.

रीत : मध्यक $= L + \left(\frac{\frac{N}{2} - c.f.}{f}\right) \times h$

$$= 1950 + \left(\frac{\frac{120}{2} - 53}{21}\right) \times 500$$

$$= 1950 + \left(\frac{60 - 53}{21}\right) \times 500$$

$$= 1950 + \left(\frac{60 - 53}{21}\right) \times 500$$

$$= 1950 + \left(\frac{7}{21}\right) \times 500$$

$$= 1950 + 166.67$$

$$= 2116.67$$

उत्तर. मध्यक = 2116.67

Q. 39 जर $L = 201, f_1 = 26, f_0 = 12, f_2 = 20, h = 1,$ तर बहुलक काढा.

रीत $= L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$$= 201 + \left[\frac{26 - 12}{2(26) - 12 - 20}\right] \times 1$$

$$= 201 + \left[\frac{14}{52 - 12 - 20}\right] \times 1$$

$$= 201 + \left[\frac{14}{20}\right] \times 1$$

$$= 201 + 0.7$$

$$= 201.70$$

Q. 40 मध्यक = 95.5 बहुलक = 95.05 आहे तर मध्य = ?

रीत :

बहुलक = 3(मध्यक) – 2(मध्य)

95.05 = 3(95.57) – 2(मध्य)

95.05 = 286.71 – 2(मध्य)

2(मध्य) = 286.71 – 95.05

2(मध्य) = 191.66

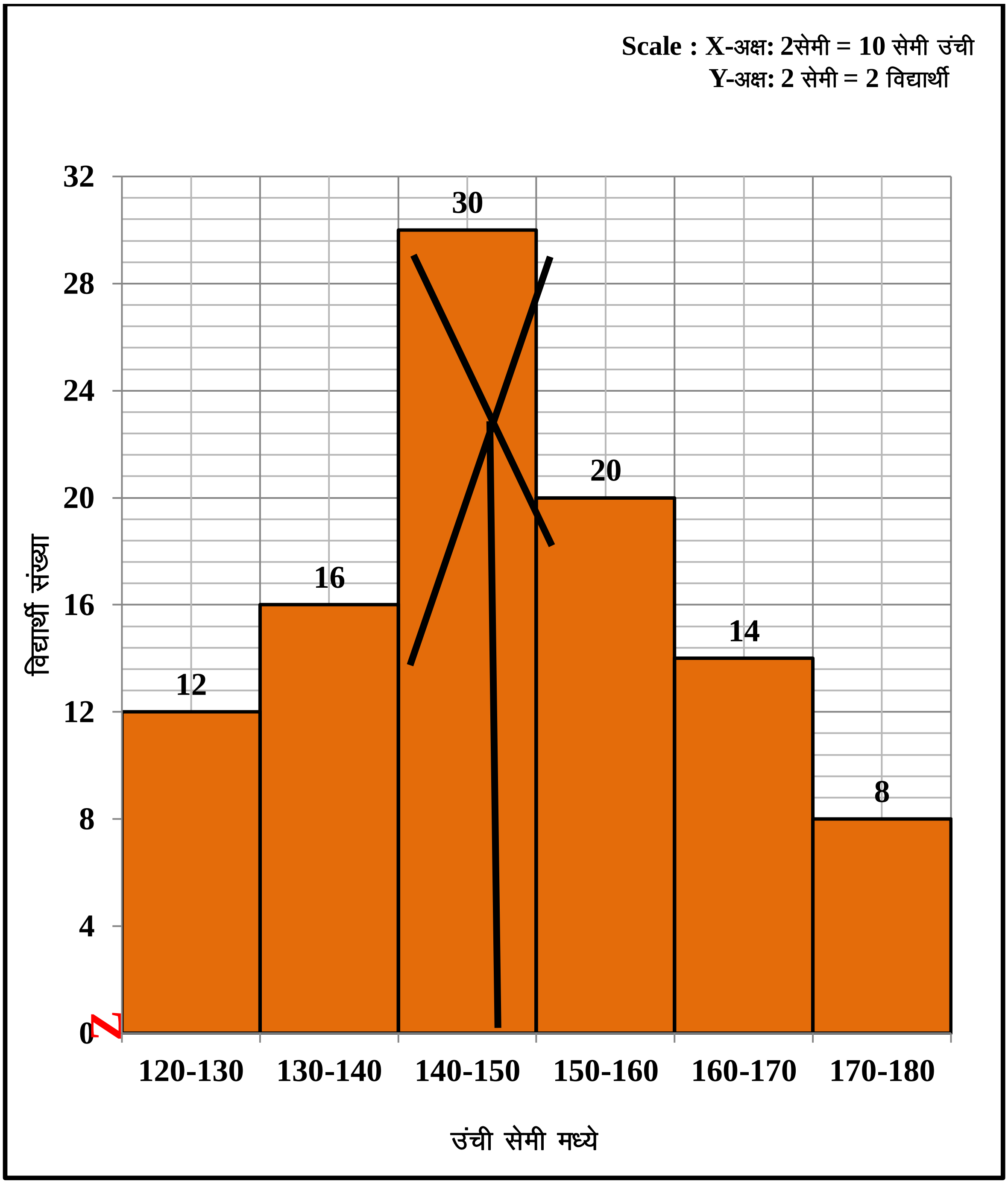
मध्य $= \frac{191.66}{2}$

= 95.83

Q. 41 दिलल्या माहितीवरुन वृत्तलेख काढा आणि त्या माहितीचा बहुलक काढा.

उंची सेमी मध्ये	120 – 130	130 – 140	140 – 150	150 – 160	160 – 170	170 – 180
विद्यार्थी संख्या	12	16	30	20	14	08

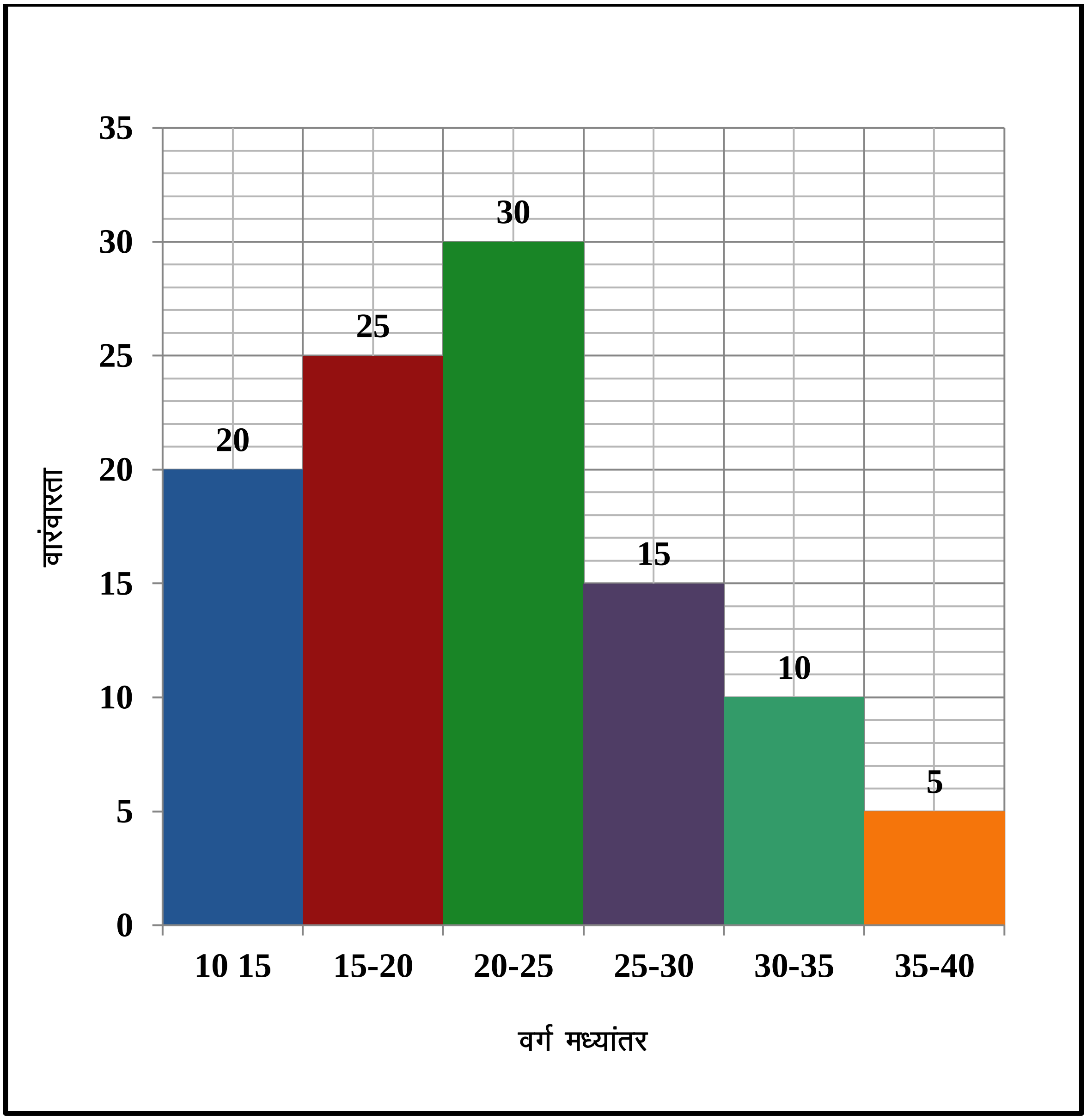
रीत :



उत्तर : वरील आलेखावरुन बहुलक 146 आहे.

Q. 42

वारंवारिता वितरणासाठीच आलेख खाली दिला आहे.



खालील प्रश्नांची उत्तरे द्याः

(i) वर्ग 15–20 ची वारंवारता (f) काय आहे?

(ii) कोणत्या वर्गाची वांरवारता ही सर्वात जास्त आहे?

(iii) वर्ग 25–30 ची संचित वारंवारता काय आहे?

(iv) दिलल्या वितरण सारणीचा लहान वारंवारता सारणी काढा.

(v) संचित वारंवारता सारणी काढा.

रीत :

(i) वर्ग 15 – 20 ची वारंवारता –25

(ii) वर्ग 20 – 25 ची वारंवारता ही सर्वात जास्त आहे.

(iii) वर्ग 25–30 ची संचित वारंवारता

= 20 + 25 + 30 + 15

= 90

(iv) वारंवारता वितरण सारणी:

वर्ग	वारंवारता
10 – 15	20
15 – 20	25
20 – 25	30
25 – 30	15
30 – 35	10
35 – 40	5

(v) संचित वारंवारता वितरण सारणी:

वर्ग	वारंवारता	संचित वारंवारता
10 – 15	20	20
15 – 20	25	45
20 – 25	30	75
25 – 30	15	90
30 – 35	10	100
35 – 40	5	105

Q. 43

एका कारखान्यातील 150 कामगारांची साप्ताहिक पगाराची वारंवारता वितरण सारणी दिली आहे. त्यावरुन कामगारांच्या साप्ताहिक पगाराचा मध्य मध्यप्रमाण विचलन पद्धतीन काढा.

साप्ताहिक पगार रुपये (₹)	1000-2000	2000-3000	3000-4000	4000-5000
कामगाराची संख्या	25	45	50	30

रीत :

येथे, गृहीत मध्य A = 2500 मानू d_i पाहून g = 1000

वर्ग साप्ताहिक (₹)	वर्ग मध्य x_i	$d_i = x_i - A = x_i - 2500$	$u_i = \frac{d_i}{g} = \frac{d_i}{1000}$	कामगाराची संख्या f_i	$f_i u_i$

1000-2000	1500	-1000	-1	25	-25
2000-3000	2500 → A	0	0	45	0
3000-4000	3500	1000	1	50	50
4000-5000	4500	2000	2	30	60
एकुण				$\sum f_i = 150$	$\sum f_i u_i = 85$

येथे, $\sum f_i u_i = 85, \sum f_i = 150$

$$\bar{u} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} = \frac{85}{150} = 0.57$$

मध्य = $\bar{X} = A + \bar{u}g$

$= 2500 + (0.57) \times 1000$

$= 2500 + 570$

$= 3070$

उत्तर : कामगारांच्या साप्ताहिक पगाराचा मध्य ₹ 3070

Q. 44 जर संख्या 28, x, 42, 78 आणि 104 चा मध्य हा 62 असेल तर, 48,62,98,124 आणि x किती?

रीत: x दोन्ही क्रमिकेमध्ये समान आहे. त्यामुळे x मुळे सरासरी मध्ये बदल होणार नाही.

पण बाकीच्या 4 संख्यामुळे सरासरी बदलेल, पहिल्या क्रमिकेचा बेरीज क्रमिकेचा बेरीज x ला वगळता.

28 + 42 + 78 + 104 = 252 … (i)

दुसऱ्या क्रमिकेची बेरीज x वगळता.

48 + 62 + 98 + 124 = 332 … (ii)

= 332 – 252 … [(ii) – (i)]

= 80

पहिल्या क्रमिकेची बेरीज ही दुसऱ्या क्रमिकेपेक्षा 80 ने जास्त असेल

पहिल्यापेक्षा तर सरासरी ही $\frac{80}{5} = 16$ ने जास्त असेल पहिली पेक्षा

दुसऱ्या क्रमिकेची सरासरी = 62 + 16

मध्य दुसऱ्या क्रमिकेचा = 78

Q. 45 *m* आणि *y* चा मध्य जर x असेल 2 आणि15 चा y असेल व 3m आणि 18 चा z असेल तर x y z चा मध्य (सरासरी) किती असेल ?

रीत:सरासरी म्हणजे आपल्या माहिती आहे की दोन संख्याची सरासरी म्हणजे त्यांची बेरीज भागिले 2

म्हणजेच,

$$x = \frac{m+9}{2}$$

$$y = \frac{2m + 15}{2}$$

$$z = \frac{3m+18}{2}$$

टाता, x, y and z चा सरासरी मध्य काढू.

$$\text{सरासरी} = \frac{x+y+z}{3}$$

मागील समीकरणाचा विचार करु.

$$\text{सरासरी} = \frac{\left[\frac{m+9}{2} + \frac{2m+15}{2} + \frac{3m+18}{2}\right]}{3}$$

$$= \frac{\left[\frac{m+9+2m+15+3m+18}{2}\right]}{3}$$

$$= \frac{\left[\frac{6m+42}{2}\right]}{3}$$

$$= \frac{6m+42}{6}$$

$$= m + 7$$

उत्तर : x, y आणि z हे पदामध्ये $m = m + 7$

Q. 46 क्रमिकेत 7 उतरत्या क्रमाने दिले आहेत. त्याचा मध्य हा 70 आहे. जर प्रत्येक संख्येत 30 मिळवले आणि 2 ने भागले असता नवीन मध्ये 'K' मिळतो. तर 'K' आणि पहिला मध्य यातील फरक किती?

रीत:

त्या 7 संख्या $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ आहेत असे समजू.

7 संख्येच मध्य = 70. … (a)

$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 70 \times 7 = 490$

(i) प्रत्येक संख्येत 30 मिळवले असता नवीन मिळणारी बेरीज

$(a_1 + 30) + (a_2 + 30) + (a_3 + 30) + (a_4 + 30) + (a_5 + 30) + (a_6 + 30) + (a_7 + 30) = (70 \times 7) + (30 \times 7)$

$\therefore (a_1 + 30) + (a_2 + 30) + (a_3 + 30) + (a_4 + 30) + (a_5 + 30) + (a_6 + 30) + (a_7 + 30) = 700$

मध्य = 100.

(ii) प्रत्येक संख्येला 2 ने भागले असता येणारी नवीन बेरीज

$$\frac{a_1 + 30}{2} + \frac{a_2 + 30}{2} + \frac{a_3 + 30}{2} + \frac{a_4 + 30}{2} + \frac{a_5 + 30}{2} + \frac{a_6 + 30}{2} + \frac{a_7 + 30}{2} = \frac{700}{2}$$

$$\therefore \quad \frac{a_1+30}{2}+\frac{a_2+30}{2}+\frac{a_3+30}{2}+\frac{a_4+30}{2}+\frac{a_5+30}{2}+\frac{a_6+30}{2}+\frac{a_7+30}{2}=350$$

नविन मध्य = $\frac{350}{7} = 50$ … (b)

नविन मध्य व पहिला मध्य यातील फरक

= 70 – 50 … [(a) – (b)]

= 20

उत्तर : नवीन मध्य आणि पहिला मध्य यातील फरक हा 20

Q. 47 5 वेगवेगळया धन पुर्णांक संख्येची सरासरी 33 आहे. त्या संख्येच्या संचातील तीन सर्वात मोठया संख्येची सरासरी 39 असेल तर या 5 संख्यामधील मध्यकाची जास्तीत जास्त आणि किमान येणारी किंमत किती?

रीत: त्या संख्या a, b, c, d आणि e आहेत असे समजू.

म्हणून आम्हाला हे मिळेल,

$a + b + c + d + e = 33 \times 5$

i.e. $a + b + c + d + e = 165$

तीन सर्वात मोठया संख्येची सरासरी 39

$c + d + e = 39 \times 3$

$= 117$ किंवा

$= a + b$

$= 165 - 117$

$= 48$

मध्यकाची जास्तीत जास्त आणि किमान किंमत काढायची आहे. म्हणजे '*c*'

किमान किंमत, *a* आणि *b*

$a + b = 48$

$a = 23$ आहे असे समजू, अशा प्रकारे $b = 25$, अशा प्रकारे , *c* ची किमान किंमत 26.

$\therefore$ 23, 25, 26, 45, 46 हा येणारा क्रम एक क्रम असू शकतो.

जास्तीत जास्त किंमत

$(d + e)$ ची किंमत कमी असली तर

$c + d + e = 117$

$c = 38$, $d = 39$ and $e = 40$. किंवा जास्तीची किंमत $c = 38$.

$\therefore$ 23, 25, 38, 39, 40 हा एक क्रम असू शकतो.

i.e. मध्यकाची जास्तीत जास्त किंमत 38 आणि किमान किंमत 26

Ans. मध्यकाची जास्तीत जास्त किंमत 38 आणि किमान किंमत 26

Q. 48 एका परीक्षेच्या निकालाच्या टक्केवारीचे वर्ग आणि त्या वर्गात असणारी विद्यार्थीसंख्या पुढील सारणीत दिल आहे या सारणीवरुन वारंवारता बहुभुज काढा.

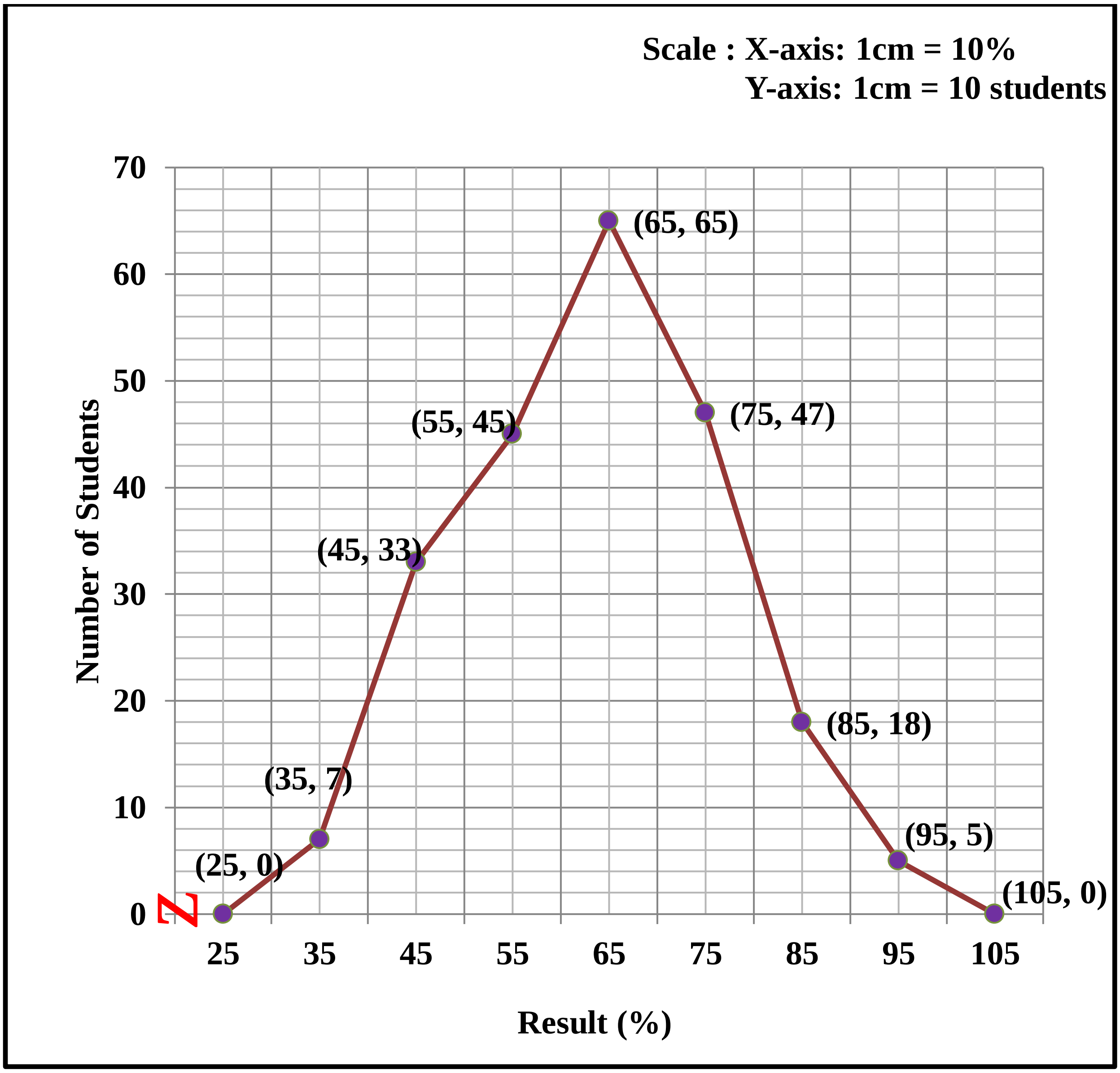
निकाल (%)	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
विद्यार्थी संख्या	7	33	45	65	47	18	5

SOLUTION:

दिलेल्या सारणीवरुन नवीन सारणी तयार करुन आयतालेख न काढता वारंवारता बहुभुज काढू.

वर्ग निकाल (%)	वर्गमध्य	वारंवारता (विद्यार्थीसंख्या)	बिंदूचे निर्देशक
20-30	25	0	(25, 0)
30-40	35	7	(35, 7)
40-50	45	33	(45, 33)
50-60	55	45	(55, 45)
60-70	65	65	(65, 65)
70-80	75	47	(75, 47)

80-90	85	18	(85, 18)
90-100	95	5	(95, 5)
100-110	105	0	(105, 0)



Q. 49 एका वर्गातील विद्यार्थ्यांना विज्ञानाचा प्रयोग करण्यासाठी लागलेल्या वेळेची वर्गीकृत वारंवारता वितरण सारणी दिली आहे. या माहितीसाठी आयतालेख न काढता वारंवारता बहुभुज काढा.

प्रयोगासाठी लागलेला वेळ (मिनिटे)	20-22	22-24	24-26	26-28	28-30	30-32
विद्यार्थीसंख्या	8	16	22	18	14	12

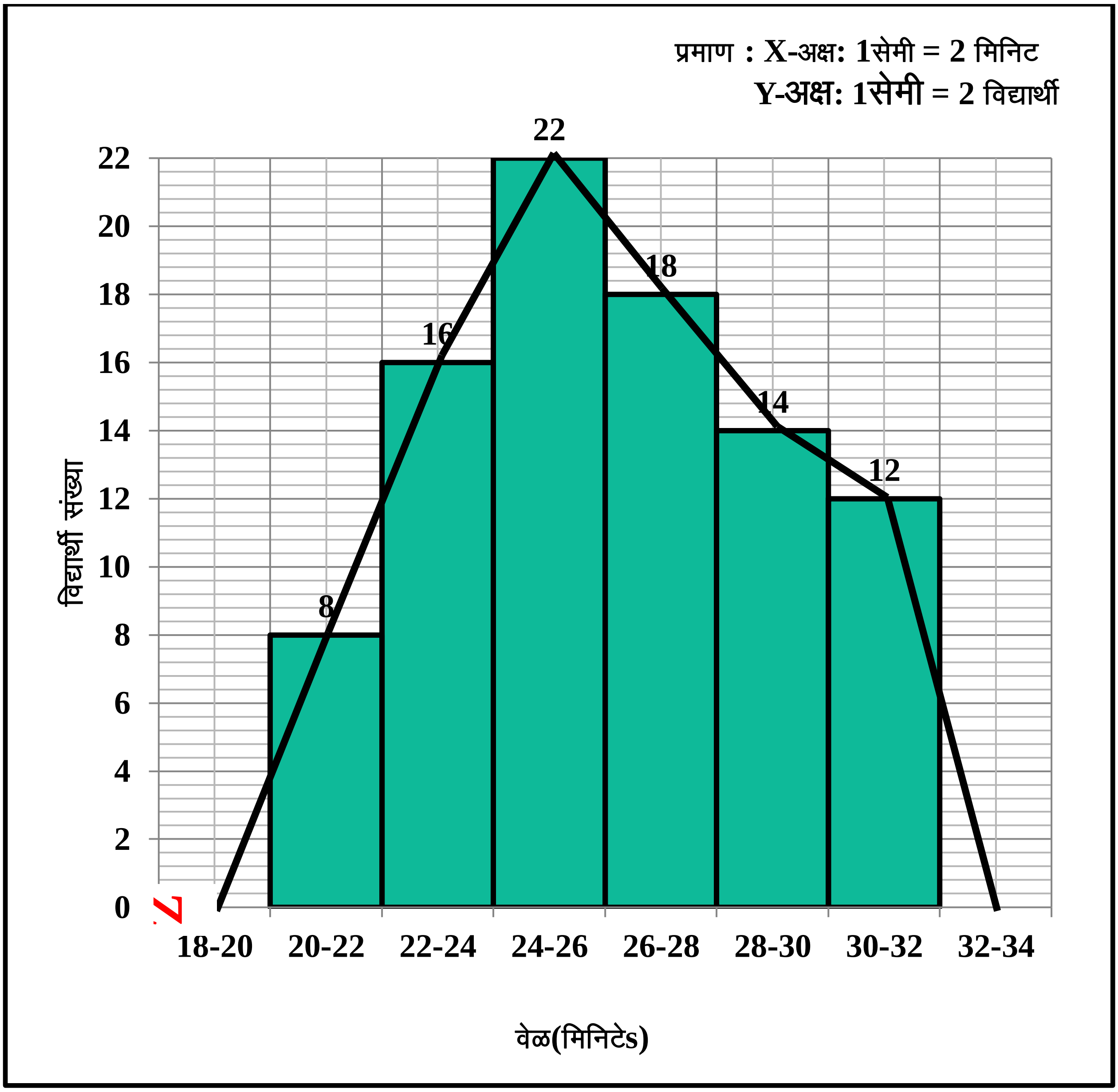
रीत :

वारंवारता बहुभुजाच्या आकृतीला बंदिस्तपणा आणण्यासाठी शून्य वारंवारता असलेले पहिल्या वर्गाच्या आधीचा एक आणि शेवटच्या वर्गाच्या नंतरचा एक असे दोन वर्ग वाढवण्यात आले आहेत.

18-20 वारंवारतेसह 0 आणि 32-34 वारंवारतेसह 0

वर्गवेळ (वेळ मिनिटांमध्ये)	वर्गमध्य	वरंवारता	बिंदूचे निर्देशक
18-20	19	0	(19, 0)
20-22	21	8	(21, 8)
22-24	23	16	(23, 16)
24-26	25	22	(25, 22)
26-28	27	18	(27, 18)
28-30	29	14	(29, 14)

30-32	31	12	(31, 12)
32-34	33	0	(33, 0)



Q. 50 जर $A = 2200$, $\sum f_i u_i = -15$, $\sum f_i = 100$ आणि $h = 400$ असेल तर मध्य प्रमाण विचलन $\overline{X}$ ची किंमत काढा.

रीत :

मध्य प्रमाण विचलन पध्दतीनुसार,

$$\therefore \overline{X} = A + h \times \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right)$$

$$= 2200 + 400 \times \left(\frac{-15}{100}\right)$$

$$= 2200 - 60$$

$$= 2140$$