

3.अंकगणित श्रेढी

दिर्घोत्तरी प्रश्न

Q. 1 दिलेली क्रमिका हि अंकगणिती श्रेढी आहे की नाही ते पहा.

-12, - 8, -4, 2,...

रीत :

या क्रमिकेत पहिले पद $t_1 = -12$

पुढील पदे अनुक्रमे

दूसरे पद $t_2 - t_1 = - 8 (-12) = -8 + 12 = 4,$

तिसरे पद $t_3 - t_2 = - 4 (- 8) = - 4 + 8 = 4$

यावरून, लगतच्या दोन पदांमधील फरक $= d = 4$ हि सामाईक फरक स्थिर आहे.

उत्तर : दिलेल्या क्रमिका हि अंकगणिती श्रेढी आहे.

सामाईक फरक $d = 4.$

Q. 2 दिलेली क्रमिका हि अंकगणिती श्रेढी आहे की नाही ते पहा.

2, $2 + \sqrt{2}$, $2 + 2\sqrt{2}$, $2 + 3\sqrt{2}$

रीत :

या क्रमिकेतील पहिले पद $t_1 = 3$

दूसरे पद $t_2 - t_1 = 2 + \sqrt{2} - 2 = \sqrt{2}$

तिसरे पद $t_3 - t_2 = 2 + 2\sqrt{2} - (2 + \sqrt{2}) = \sqrt{2}$

चौथे पद $t_4 - t_3 = 2 + 3\sqrt{2} - (2 + 2\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ यावरून,

लगतच्या दोन पदांमधील फरक $d = \sqrt{2}$ हा सामाईक फरक स्थिर आहे.

उत्तर: अंकगणिती श्रेढी आहे. सामाईक फरक $d = \sqrt{2}$

Q. 3 जर $a = - 2.25$, सामाईक फरक $d = 4$ असेल तर अंकगणित श्रेढी लिहा.

रीत :

पहिले पद $a = t_1 = - 2.25$,

दूसरे पद $t_2 = t_1 + d = -2.25 + 4 = 1.75$

तिसरे पद $t_3 = t_2 + d = 1.75 + 4 = 5.75$,

उत्तर:- अंकगणित श्रेढी - 2.25, 1.75, 5.75, 9.75. हि आहे.

Q. 4 0.9, 1.2, 1.5, 1.8...अंकगणिती श्रेढीसाठी पहिले पद आणि सामान्य फरक काढा.

रीत : या क्रमिकेतील

पहिले पद $t_1 = 0.9$ आहे.

$$t_2 = 1.2, t_3 = 1.5, t_4 = 1.8, \dots$$

$$d = t_2 - t_1 = 1.2 - 0.9 = 0.3,$$

$$d = t_3 - t_2 = 1.5 - 1.2 = 0.3,$$

यावरून सामान्य फरक = 0.3

उत्तर : या क्रमिकेतील पहिले पद $a = 0.9$ आहे आणि साधारण फरक = 0.3 आहे.

Q. 5 $\frac{1}{11}, \frac{3}{11}, \frac{5}{11}, \frac{7}{11}$ दिलेल्या क्रमिकेतील सामान्य फरक ओळखा.

रीत :

$$t_1 = \frac{1}{11}, t_2 = \frac{3}{11}, t_3 = \frac{5}{11}, t_4 = \frac{7}{11}, \dots$$

$$d = t_2 - t_1 = \frac{3}{11} - \frac{1}{11} = \frac{3-1}{11} = \frac{2}{11} = \frac{2}{11}$$

$$d = t_3 - t_2 = \frac{5}{11} - \frac{3}{11} = \frac{5-3}{11} = \frac{2}{11} = \frac{2}{11}$$

$$d = t_4 - t_3 = \frac{7}{11} - \frac{5}{11} = \frac{7-5}{11} = \frac{2}{11} = \frac{2}{11}$$

उत्तर : पहिले पद $a = \frac{1}{11}$ and $d = \frac{2}{11}$

Q. 6 पुढील क्रमिका अंकगणिती श्रेढी आहे का पहा. असेल तर त्या श्रेढीचे बारावे पद 12^{th} काढा :-12, -5, 2, 9, 16, 23, 30,...

रीत : या क्रमिकेत,

पहिले पद, $a = t_1 = -12, t_2 = -5, t_3 = 2, t_4 = 9, t_5 = 16, \dots$

$$t_2 - t_1 = -5 - (-12) = -5 + 12 = 7$$

$$t_3 - t_2 = -2 - (-5) = 2 + 5 = 7,$$

$$t_4 - t_3 = 9 - 2 = 7,$$

सामान्य फरक $d = 7 \dots$ (स्थिर नंबर आहे)

दिलेली क्रमिका अंकगणिती श्रेढी आहे..

$$t_n = a + (n - 1) d \quad \text{-----सुत्र}$$

$$t_{20} = -12 + (12 - 1) \times 7 \dots (\text{किमती ठेवू})$$

$$= -12 + 11 \times 7$$

$$= -12 + 77$$

$$t_{20} = 65$$

उत्तर : दिलेली क्रमिका अंकगणिती श्रेढी आहे 12 वे पद 65 आहे.

Q. 7 दोन अंकी नैसर्गिक संख्यासमुहात 2 ने भाग जाणाऱ्या संख्या किती आहेत, ते शोधा.

रीत : 2 ने भाग जाणाऱ्या दोन अंकी संख्या 10, 12, 14, 16, ..., 98 आहे.

तर अशा किती संख्या आहेत ते काढू.

येथे, $a = 10$, $d = 2$, $t_n = 98$.

$$t_n = a + (n - 1) d$$

$$98 = 10 + (n - 1) \times 2$$

$$(n - 1) 2 = 98 - 10$$

$$(n - 1) 2 = 88$$

$$n - 1 = \frac{88}{2}$$

$$n - 1 = 44$$

$$n = 44 + 1$$

$$n = 45$$

उत्तर : दोन अंकी 45 संख्यांना 2 ने भाग जातो .

Q. 8 एका गृहस्थाने ₹ 3440 कर्ज घेतले आणि ₹ 1360 व्याज देण्याचे ठरवले. प्रत्येक आणि आधीच्या हप्त्यापेक्षा ₹ 40, कमी देऊन सर्व रक्कम 12 मासिक हप्त्यात भरली, तर त्याने दिलेला पहिला व शेवटचा हप्ता किती होता?

रीत : गृहस्थाने परतफेड केलेली एकूण रक्कम

$$= ₹ 3440 + ₹ 1360 = ₹ 4800$$

$$d = \text{लगतच्या दोन हप्त्यांतील फरक} = (-40)$$

...(प्रत्येक हप्ता ₹ 40 कमी)

$$\text{हप्त्यांची संख्या} = 12 \quad \therefore n = 12,$$

सलग 12 हप्त्यांची बेरीज

$$S_n = S_{12} = 4800$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d] \quad \text{-----}(\text{सुत्र})$$

$$S_{12} = 4800 = \frac{12}{2} [2a + (12 - 1) \times (-40)]$$

(समीकरणामध्ये भरु..)

$$4800 = 6[2a + 11 \times (-40)]$$

$$6(2a - 440) = 4800$$

$$2a - 440 = \frac{4800}{6}$$

$$2a - 440 = 800$$

$$2a = 800 + 440,$$

$$2a = 1240$$

$$a = 620$$

शेवटचा हप्ता = t_n

$$\text{आता, } t_n = a + (n - 1)d \quad \text{---}(\text{सुत्र})$$

$$t_{12} = 620 + (12 - 1) \times (-40)$$

$$= 620 + 11 \times (-40)$$

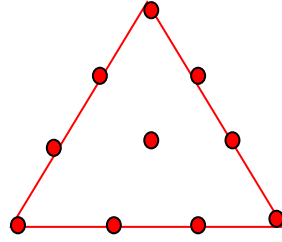
$$= 620 - 440$$

$$t_n = 180$$

उत्तर : पहिला हप्त्याचे रक्कम रु 620 आणि शेवटचा हप्ता रु. 180

Q. 9 पर्यावरण दिनानिमित्त त्रिकोणाकृती भूखंडावर वृक्षारोपणाचा कार्यक्रम आयोजित करण्यात आला. पहिल्या ओळीत एक झाड, दुसऱ्या ओळीत दोन झाडे, तिसऱ्या ओळीत तीन याप्रमाणे 19 ओळीत झाडे लावली, तर एकुण किती झाडे लावली ते काढा ?

रीत :



पहिल्या ओळीतील झाडांची संख्या = $(a) = 1$

त्यानंतरच्या प्रत्येक ओळीत क्रमानुसार,

1, 2, 3,19 अशी लावली गेली आहेत.

$$d = 2 - 1 = 3 - 2 = \dots \dots \dots = 1$$

d ची किंमत 1 स्थिर आहे.

एकुण ओळींची संख्या $n = 19$.

19 ओळीतील झाडांची एकूण संख्या = S_{25} ची किंमत काढावयाची आहे. ही किंमत पुढील सुत्राने काढू

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1) \times d]$$

$$S_{19} = \frac{19}{2} [2 \times 1 + (19 - 1) \times 1]$$

$$= \frac{19}{2} [2 + 18]$$

$$= \frac{19}{2} \times 20$$

$$= 19 \times 10$$

$$S_{19} = 190$$

उत्तर : 19 ओळीत लावलेली झाडांची संख्या 190 आहे.

Q. 10 24 पासून 150 पर्यंतच्या नैसर्गिक संख्यांपैकी किती संख्या 3 ने विभाज्य आहेत ?

रीत : 24 ते 150 या दरम्यान असलेल्या आणि 3 ने विभाज्य असणाऱ्या संख्यांची यादी करू.

24, 27, 30, ..., 147, 150 या 4 ने विभाज्य संख्या आहेत.

समजा, 248 ही संख्या n वी संख्या आहे.

येथे $a = 24$ and $d = 3$, $t_n = 150$.

$$t_n = a + (n - 1) d$$

$$150 = 24 + (n - 1) \times 3$$

$$(n - 1) \times 3 = 150 - 24$$

$$(n - 1) \times 3 = 126$$

$$n - 1 = 126/3,$$

$$n - 1 = 43$$

$$n = 43 + 1$$

$$n = 44$$

उत्तर : 150 ही या क्रमिकेतील 60 वी संख्या आहे. तर 3 ने विभाज्य असणाऱ्या 44 संख्या आहेत.

Q. 11 पुढील अंकगणिती श्रेढीचे 23 वे पद काढा 9, 4, -1, -6, -11,...

रीत :

या अंकगणिती श्रेढीत,

पहिले पद $a = t_1 = 9$, $t_2 = 4$, $t_3 = -1$, $t_4 = -6$, $t_5 = -11$,...

सामान्य फरक $d = t_2 - t_1 = 4 - 9 = -5$

$t_n = a + (n - 1) d$(सुत्र)

$$\begin{aligned}
 t_{23} &= 9 + (23 - 1) \times (-5) \\
 &= 9 + 22 \times (-5) \\
 &= 9 - 110
 \end{aligned}$$

$$t_{23} = -101$$

उत्तर : 23 वे पद $- 101$ हे आहे.

Q. 12 एका अंकगणिती श्रेढीतील चार क्रमागत पदांची बेरीज 24 आहे. तसेच त्या त्या चार क्रमागत पदांपैकी तिसऱ्या व चौथ्या पदांची बेरीज 28 आहे, तर चार पदे काढा.

रीत :

समजा, अंकगणिती श्रेढीतील चार क्रमागत पदे $(a - d)$, a , $(a + d)$ आणि $(a + 2d)$ हि आहेत.

उदाहरणतील अटीनुसार,

$$(a - d) + a + (a + d) + (a + 2d) = 24$$

$$a - d + a + a + d + a + 2d = 24$$

$$4a + 2d = 24$$

दोन्ही बाजूला 2 ने भागू,

$$2a + d = 12 \quad (1)$$

उदाहरणातील तिसऱ्या आणि चौथ्या पदांची बेरीज 14 आहे.

$$(a + d) + (a + 2d) = 28$$

$$a + d + a + 2d = 28$$

$$2a + 3d = 28 \quad (2)$$

समीकरण 1 आणि समीकरण 2 निरसन पद्धतीने सोडवू

समीकरण 2 मधून समीकरण 1 वजा करू.

$$2a + 3d = 28$$

-

$$\underline{2a + d = 12}$$

$$2d = 16, \quad d = 8$$

$d = 4$ हि किंमत समीकरण 1 मध्ये भरू

$$2a + 8 = 12$$

$$2a = 12 - 8$$

$$2a = 4, \quad a = 2$$

$$a = 2, \quad d = 8$$

$$\text{पहिले पद} = a - d = 2 - 8 = -6$$

$$\text{दुसरे पद} = a = 2$$

$$\text{तिसरे पद} = a + d = 1 + 4 = 5$$

$$\text{चौथे पद} = a + 2d = 2 + 2(8) = 2 + 16 = 18$$

उत्तर : ती चार पदे - 6, 2, 10 and 18 आहेत.

Q. 13 एका अंकगणिती श्रेढीतील चार क्रमागत पदांपैकी दुसऱ्या आणि तिसऱ्या पदांची बेरीज 18 आहे तर पहिल्या व चौथ्या पदांचा गुणाकर 45 तर त्या चार पदे काढा.

रीत :

समजा अंकगणिती श्रेढीतील चार क्रमागत पदे $a - 3d$, $a - d$, $a + d$ and $a + 3d$.

पहिल्या अटीनुसार....

$$(a - d) + (a + d) = 18$$

$$2a = 18$$

$$a = 9$$

दुसऱ्या अटीनुसार

$$(a-3d)(a+3d) = 45$$

$$81 - 9d^2 = 45$$

$$9d^2 = 36$$

$$d^2 = 4$$

$$d = \pm 2$$

उत्तर : $a = 9, d=2$, ती चार क्रमागत पदे 3, 7, 11, 15

$a = 9, d=-2$, ती चार क्रमागत पदे 3, 7, 11, 15

Q.14 एका अंकगणिती श्रेढीतील 1, 7, 13, 19,... तर t_{18} काढा.

रीत : समजा, $a = 1$

$$\text{सामान्य फरक} = d = 7 - 1 = 13 - 7 = 19 - 13 = 6$$

$$t_n = a + (n - 1) d$$

$$t_{18} = 1 + (18 - 1) \times 6$$

$$= 1 + 17 \times 6$$

$$= 1 + 102$$

$$t_{18} = 103$$

उत्तर : 18^{th} पद = 103

Q. 15 एका शहरात 2010 साली 4000 लोक सुशिक्षित आहेत जर त्यांचा दर 400 वाढला तर 2020 साली किती लोक सुशिक्षित असतील?

n वर्षांनंतर असणाऱ्या सुशिक्षित लोकांचे सुत्र काढा.

रीत : 2010 साली शहरात असणारे सुशिक्षित लोक $a = 4000$

प्रत्येक वर्षी होणारी वाढ = $d = 400$

d हा स्थिर आहे.

$$t_n = a + (n - 1) d$$

$$t_{10} = 4000 + (10 - 1) \times 400$$

$$= 4000 + 9 \times 400$$

$$= 4000 + 3600$$

$$t_{10} = 7600$$

10 वर्षांनंतर 2010 साली 7600 लोक सुशिक्षित असतील

n वर्षांनंतर सुशिक्षित लोकसंख्या

$$t_n = a + (n - 1) d$$

$$= 4000 + (n - 1) \times 400$$

$$= 4000 + 400n - 400$$

$$= 3600 + 400n$$

उत्तर : n वर्षानंतर सुशिक्षित लोकसंख्या $= 400n + 3600$ असतील.

Q. 16 एका नाट्यगृहात पहिल्या रांगेत 20 खुर्च्या आहेत. दुसऱ्या रांगेत 24 आणि तिसऱ्या रांगेत 28 खुर्च्या आहेत. तर त्या नाट्यगृहात किती खुर्च्या असतील, जर एकूण 30 रांगा आहेत.

रीत :

प्रत्येक रांगेतील खुर्च्यांचा फरक $d = 4$ अंकगणिती श्रेढी आहे.

$$a = 20, d = 4, n = 30$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_{30} = \frac{30}{2} [2(20) + (30 - 1)4]$$

$$= 15(40 + 29 \times 4)$$

$$= 15(40 + 116)$$

$$= 15 \times 156$$

$$= 2340$$

एकुण खुर्च्यांची संख्या = 2340

Q. 17 11, 8, 5, 2 या अंकगणिती श्रेढीत -154 हि संख्या कितवे पद असेल?

रीत :

11, 8, 5, 2.....ही अंकगणिती श्रेढी आहे.

समजा $a = t_1 = 11, t_2 = 8, t_3 = 5, t_4 = 2...$

$$d = t_2 - t_1 = 8 - 11 = -3$$

समजा

$$a = 11 \text{ आणि } d = t_2 - t_1 = 8 - 11$$

अंकगणिती श्रेढीतील n वे पद -154

$$t_n = a + (n - 1) d$$

$$t_n = 11 + (n - 1) (-3)$$

$$(n - 1) (-3) = -154 - 11$$

$$(n - 1) (-3) = -165$$

$$(n - 1) \times (-3) = -165$$

$$n = \frac{-165}{-3}$$

$$n = 55$$

$$n = 55 + 1$$

$$n = 56$$

उत्तर : -154 हि संख्या दिलेल्या श्रेढीमध्ये 56 वे पद आहे.

Q. 18 एका अंकगणिती श्रेढीचे 15 वे पद 8 व्या पदापेक्षा 7 ने जास्त आहे, तर सामान्य फरक काढा.

रीत :

$$t_n = a + (n - 1) d$$

$$t_{15} = a + (15 - 1) d$$

$$t_{15} = a + 14d \quad (i)$$

त्या श्रेढीचे 8 वे पद

$$T_8 = a + (8 - 1) d$$

$$T_8 = a + 7d \quad (ii)$$

दिलेल्या अटीनुसार.....

t_{15} हे पद t_8 पेक्षा 7 ने जास्त आहे.

$$a + 14d = a + 7d + 7$$

$$14d - 7d = 7$$

$$7d = 7$$

सामान्य फरक $d = 1$

उत्तर : सामान्य फरक 1 आहे.

Q. 19 एका अंकगणिती श्रेढीचे 19 वे पद 52 आणि 38 वे पद 128 आहे. तर तिच्या पहिल्या 24 पदांची बेरीज काढा.

रीत :

प्रथम या श्रेढीचे पहिले पद (a) आणि सामान्य फरक (d) शोधू. या श्रेढीचे

$$19 \text{ वे पद } t_{19} = 52 \text{ and } t_{38} = 128$$

$$t_n = a + (n - 1) d \text{ ----(सुत्र)}$$

$$t_{19} = a + (19 - 1) d$$

$$t_{19} = a + 18d = 52... (i) \quad \text{हि किंमत } t_{19} = 52 \text{ भरु}$$

$$t_{38} = a + (38 - 1) d$$

$$= a + 37d$$

$$= 128 \quad \dots (ii) \quad \text{हि किंमत } t_{38} = 128 \text{ भरु}$$

या श्रेढीचे 38 वे पद 128 आहे असे दिले आहे.

समीकरण (i) आणि (ii) यांची वजाबाकी करु.

$$a + 18d = 52$$

$$\underline{a + 37d = 128}$$

$$-19d = -76$$

$$d = 4$$

$$a + 18d = 52$$

$$a + 18 \times 4 = 52$$

$$a + 72 = 52$$

$$a = -20$$

आता पहिल्या 56 पदांची बेरीज काढण्यासाठी सुत्राचा वापर करु.

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_{24} = \frac{24}{2} [2a + (24 - 1)d]$$

$$= 28(-40 + 23 \times 4)$$

$$= 28 \times (91 - 40)$$

$$= 28 \times (51)$$

$$S_{24} = 1428$$

उत्तर : पहिल्या 24 पदांची बेरीज 1428 आहे.

Q. 20 800 रुपयांची रक्कम 8% सरळव्याज दराने गुंतवली, तर प्रत्येक वर्षाच्या शेवटी मिळणाऱ्या व्याजाची रक्कम अंकगणिती श्रेढी का हे पहा ,ती अंकगणिती श्रेढी होत असेल, तर 10 वर्षांनंतर मिळणाऱ्या व्याजाची रक्कम काढा. त्यासाठी पुढील कृती पूर्ण करा :

रीत :

$$\text{सरळ व्याज} = \frac{P \times R \times N}{100}$$

$$\text{एक वर्षांनंतर मिळणारे सरळव्याज} = \frac{800 \times 8 \times 1}{100} = 64$$

$$\text{दोन वर्षांनंतर मिळणारे सरळव्याज} = \frac{800 \times 8 \times 2}{100} = 128$$

$$\text{तीन वर्षांनंतर मिळणारे सरळव्याज} = \frac{800 \times 8 \times 3}{100} = 192$$

अशा प्रकारे 4, 5, 6, वर्षानंतर मिळणारे व्याज अनुक्रमे

256, 320, 384 असेल.

या संख्येवरून $d = 64$ आणि $a = 64$

10 वर्षानंतर मिळणारे सरळव्याज

$$t_{10} = 64 + (10 - 1) \times 64$$

$$= 64 + 9 \times 64$$

$$= 64 + 576$$

$$t_{10} = 640$$

उत्तर : 10वर्षानंतर मिळणारे एकूण व्याज = रु 640

Q. 21 एका अंकगणिती श्रेढीचे नववे 0 पद शुन्य आहे, तर 29 वे पद हे 19 व्या पदाच्या दुप्पट आहे हे दाखवा.

सिध्दता :

अंकगणिती श्रेढीतील नववे पद $t_9 = 0$,

$$t_n = a + (n - 1) d$$

$$t_9 = a + (9 - 1) d$$

$$a + 8d = 0 \quad a + 8d = 0, \quad a = -8 \quad \dots \quad (i)$$

श्रेढीतील नववे पद $t_{19} = 0$,

$$t_{19} = a + (19 - 1) d$$

$$= a + 18d$$

$$= -8d + 18d \dots \text{From (i)}$$

$$t_{19} = 10d \quad \dots \quad (ii)$$

श्रेढीतील नववे पद $t_{29} = 0$,

$$t_{29} = a + (29 - 1) d$$

$$= a + 28d$$

$$= -8d + 28d$$

$$t_{29} = 20d \dots \quad (iii)$$

समीकरण (ii) आणि (iii) वरून असे दिसून येते की,

$$t_{29} = 20d$$

$$= 2 \times 10d$$

$$= 2 \times t_{19}$$

उत्तर : 29 वे पद 19 व्या पदाच्या दुप्पट आहे.

Q. 22 जर अंकगणिती श्रेढीतील पहिल्या p पदांची बेरीज ही पहिल्या q पदांच्या बेरजेबरोबर असेल, त्यांच्या पहिल्या $(p + q)$ पदांची बेरीज शून्य असते. हे दाखवा. $(p \neq q)$

रीत :

समजा, दिलेल्या अंकगणिती श्रेढीचे पहिले पद a असून साधारण फरक d आहे.

$$\text{आता } S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

दिलेल्या अटीप्रमाणे,

$$S_p = S_q$$

$$\frac{p}{2} [2a + (p - 1)d] = \frac{q}{2} [2a + (q - 1)d]$$

$$p[2a + (p - 1)d] = q[2a + (q - 1)d]$$

$$2ap + p(p - 1)d = 2aq + q(q - 1)d$$

$$2ap + p^2d - pd = 2aq + q^2d + qd$$

$$2ap + p^2d - pd - 2aq - q^2d + qd = 0$$

$$(2ap - 2aq) + (p^2d - q^2d) - (pd - qd) = 0$$

$$2a(p - q) + d(p^2 - q^2) - d(p - q) = 0$$

$$(p - q)[2a + (p + q - 1)d] = 0$$

$$2a + (p + q - 1)d = 0 \quad \dots \quad (i) \text{ परंतु } p - q \neq 0$$

पहिल्या $(p + q)$ पदांची बेरीज ,

$$\text{आता, } S_{p+q} = \frac{p+q}{2} [2a + (p + q - 1)d]$$

$$= \frac{p+q}{2} (0)$$

विधान I वरून

$$\therefore S_{p+q} = 0$$

उत्तर : पहिल्या $(p + q)$ पदांची बेरीज शून्य असते.

Q. 23 दार्जिलिंग येथे एका आठवड्यातील सोमवार ते शनिवार या दिवसांच्या तापमानांची नोंद केली. त्या नोंदी अंकगणिती श्रेढीत आहेत असे दिसते. सोमवार व शनिवार च्या तापमानांच्या बेरजेपेक्षा 5°C जास्त आहे. जर बुधवारचे तापमान -30°C असेल, तर प्रत्येक दिवसाचे तापमान काढा.
रीत :

समजा, सोमवार ते शनिवारपर्यंतच्या तापमानांच्या नोंदी अनुक्रमे $t_1^\circ\text{C}, t_2^\circ\text{C}$

$t_3^{\circ}\text{C}$ $t_4^{\circ}\text{C}$ $t_5^{\circ}\text{C}$ आणि $t_6^{\circ}\text{C}$ अशा आहेत. बुधवारचे तापमान $t_3 = -30^{\circ}\text{C}$ दिले आहे.

$$a - d = -30 \quad (\text{i})$$

बुधवार हा तिसरा दिवस असल्याने नोंद t_3 आहे. या माहितीवरून एक दोन चल समीकरण मिळवू

$$t_n = a + (n - 1)d \quad \dots(\text{सुत्र})$$

$$t_3 = a + (3 - 1) \times d$$

$$t_3 = a + 2d$$

$$a + 2d = -30 \quad \dots(\text{i})$$

आता, दिलेल्या अटीनुसार, दुसरे द्विचल समीकरण मिळवू सोमवारचे तापमान + शनिवारचे तापमान = मंगळवारचे तापमान + शनिवारचे तापमान + 5°C (दिले आहे)

म्हणजेच,

$$t_1 + t_6 = t_2 + t_6 + 5$$

$$\therefore t_1 = t_2 + 5 \quad \dots(\text{ii})$$

परंतु

$$t_1 = a + (1 - 1) \times d \quad \therefore t_1 = a + 0 = a$$

$$\text{आणि } t_2 = a + (2 - 1) \times d \quad \therefore t_2 = a + d$$

t_1 आणि t_2 च्या किमती समीकरण (ii) मध्ये भरु.

$$t_1 = t_2 + 5$$

$$a = (a + d) + 5 \quad \dots (t_1 \text{ आणि } t_2 \text{ च्या किमती भरुन)}$$

$$d = -5$$

हि किंमत समीकरण (i) मध्ये भरु.

$$a - 2(-5) = -30$$

$$a - 10 = -30$$

$$a = 20$$

a आणि d बेरीज करु,

$$a - 3d = -35 - 3(-5) = -35 + 15 = -20$$

$$a - 2d = -35 - 2(-5) = -35 + 10 = -45$$

$$a - d = -30$$

$$a = -35^\circ\text{C}$$

$$a + d = -35 + 2(-5) = -35 - 5 = -40$$

$$a + 2d = -35 + 2(-5) = -35 - 10 = -45$$

उत्तर : कारगील येथील आठवड्यातील तापमान पुढील प्रमाणे -20°C , -25°C , -30°C , -40°C असेल.

Q. 24 $a = -7$ आणि $d = 0.5$

रीत :

$$a = t_1 = -7$$

$$t_2 = t_1 + d = -7 + 0.5 = -6.5,$$

$$t_3 = t_2 + d = -6.5 + 0.5 = -6,$$

$$t_4 = t_3 + d = -6 + 0.5 = -5.5.$$

उत्तर : अंकगणिती श्रेढी $-7, -6.5, -6, -5.5$ हि आहे.

Q. 25 एका गृहस्थाने **₹3250** कर्जाक घेतले आणि त्याचे पहिल्या महिन्यासाठी व्याज रु 305 दिले. प्रत्येक हप्ता आधीच्या हप्त्यापेक्षा रु 15 ने कमी देऊन त्याला कर्ज फेडण्यासाठी किती महिने लागतील?

रीत :

एकुण लागणारे महिने n मानू

$\therefore$ प्रत्येक हप्ता हा आधीच्या हप्तापेक्षा रु 15 ने कमी आहे.

$\therefore$ हे अंकगणिती श्रेढी आहे.

$$d = -15, a = 305, S_n = 3250$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$3250 = \frac{n}{2} [2 \times 305 + (n - 1)(-15)]$$

$$6500 = n[610 - 15n]$$

$$6500 = 625n - 15n^2$$

$$15n^2 - 625n + 6500 = 0$$

$$3n^2 - 125n + 1300 = 0$$

$$3n^2 - 60n - 65n + 1300 = 0$$

$$3n(n - 20) - 65(n - 20) = 0$$

$$(n - 20)(3n - 65) = 0$$

$$n = 20 \quad \text{or} \quad 3n - 65 = 0$$

$$n = 20 \quad \text{or} \quad n = \frac{65}{3}$$

हि नैसर्गिक संख्या आहे. $n = 20$

उत्तर : त्याला कर्ज फेडण्यासाठी 20 महिने लागतील.

Q. 26 पहिल्या 54 सम नैसर्गिक संख्यांची बेरीज काढा.

उत्तर : पहिल्या n सम नैसर्गिक संख्यांच्या बेरजेचे सुत्र तयार करू. 2, 4, 6, ..., $2n$

येथे, $a = t_1 = 2, t_2 = 4, t_3 = 6, \dots$

$$d = t_2 - t_1 = 4 - 2 = 2$$

$$n = 54$$

$$S_{54} = \frac{54}{2} [2 \times 2 + (54 - 1)d]$$

$$= \frac{54}{2} [4 + (53)2]$$

$$= \frac{54}{2} [4 + 106]$$

$$= \frac{54}{2} \times 110$$

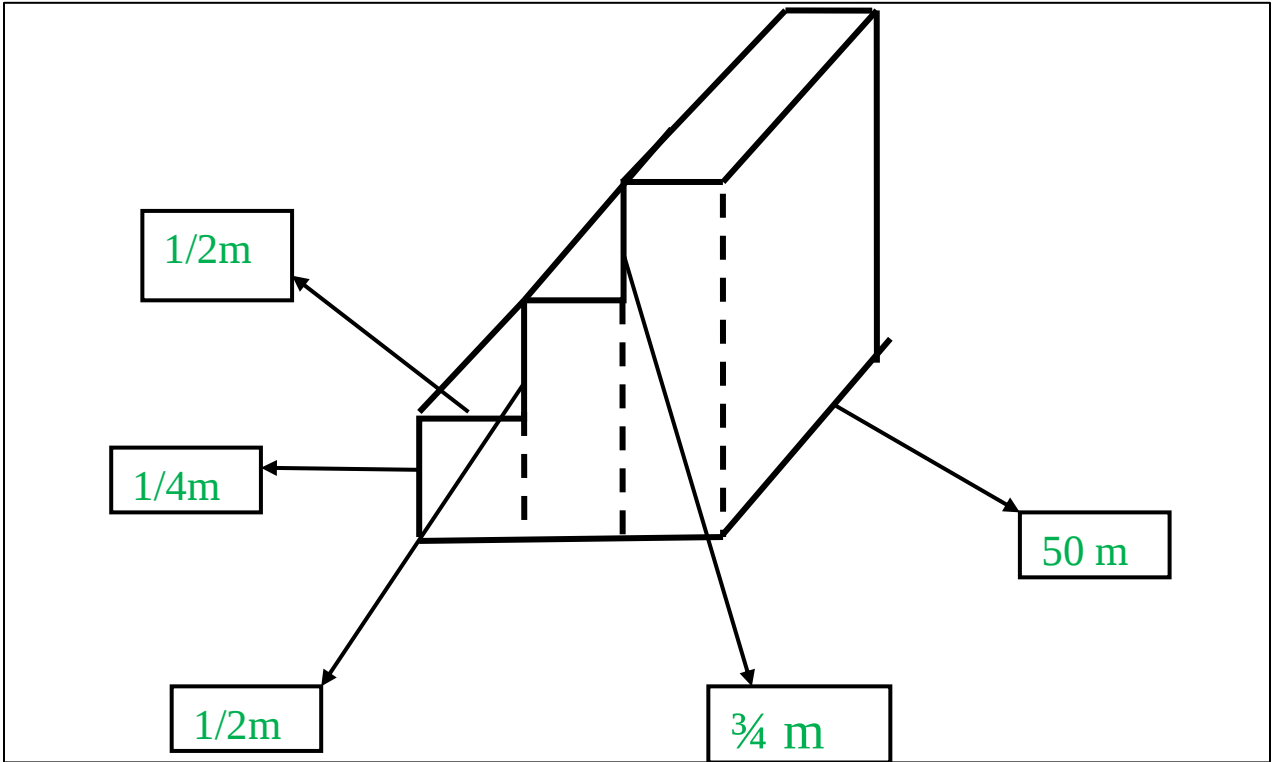
$$= 27 \times 110$$

$$S_{54} = 2970$$

उत्तर : पहिल्या 54 सम नैसर्गिक संख्यांची बेरीज 3384

Q. 27 एका स्टेडीयम मध्ये 15 पायऱ्यांचा जीना बांधायचा आहे. प्रत्येकी पायरीची लांबी 50 मी उंची $\frac{1}{4}$ मी आणि रुंदी $\frac{1}{2}$ मी इतकी आहे. तर एक घन आकाराच्या किती सिंमेटच्या विटा लागतील.

उत्तर :



रीत :

सिंमेटच्या लागणाऱ्या विटाचे घनफळ

$$\text{पहिली पायरी} = 6.25 \text{ मी}^3$$

$$\text{पहिल्या दोन पायऱ्यासाठी} = 2 \times 6.25 = 12.50 \text{ मी}^3$$

$$\text{पहिल्या तीन पायऱ्यासाठी} = 3 \times 6.25 = 18.75 \text{ मी}^3$$

$$\text{त्याच प्रमाणे } 6.25 \text{ मी}, 12.50 \text{ मी}^3, 18.75 \text{ मी}^3$$

$$= l \times b \times h$$

$$= (50 \times 0.5 \times 0.25) = 6.25 \text{ मी}^3$$

$$\text{हि अंक गणिती श्रेढी आहे. } a = 6.25, d = 6.25, n = 15$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_{15} = \frac{15}{2} [2a + (15 - 1)d]$$

$$= \frac{15}{2} [2a + 14d]$$

$$= \frac{15}{2} \times 2[a + 7d]$$

$$= 15 \times [a + 7d]$$

$$= 15 \times [6.25 + 7 \times 6.25]$$

$$= 15 \times 6.25(1 + 7)$$

$$= 15 \times 6.25 \times 8$$

$$= 15 \times 50 = 750 \text{ मी}^3$$

उत्तर : 750 मी³ ऐवढ्या मापाच्या सिंमेट विटा लागतील.

Q. 28 अंकगणिती श्रेढी 1,4,7,10,... मधील पहिल्या n संख्यांची बेरीज काढा आणि S_{40} काढा.

रीत :

$$\text{पहिले पद} = a = 1$$

$$d = 4 - 1 = 7 - 4 = 10 - 7 = 3$$

पहिल्या n संख्यांची बेरीज

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$= \frac{n}{2} [2 \times 1 + (n - 1)3]$$

$$= \frac{n}{2} [2 + (3n - 3)]$$

$$= \frac{n}{2} [3n - 1]$$

आता, $n = 40$

$$S_{40} = \frac{40}{2} [3 \times 40 - 1]$$

$$= \frac{40}{2} [120 - 1]$$

$$= 20 \times 119 = 2380$$

$$S_{40} = 2380$$

उत्तर : पहिल्या n पदांची $S_n = \frac{n}{2} [3n - 1]$ आणि $S_{40} = 2380$

Q. 29 एका अंकगणिती श्रेढीच्या पहिल्या 10 पदांची बेरीज 135, आहे आणि पुढील 9 पदांची बेरीज 36 आहे तर S_{70} काढा.

रीत :

पहिले पद a सामान्य फरक d

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_{10} = 135 = \frac{10}{2} [2a + (10 - 1)d]$$

$$135 = 5[2a + 9d]$$

$$27 = [2a + 9d]$$

$$2a + 9d = 27 \dots\dots\dots (i)$$

पुढील 9 पदांची बेरीज म्हणजे S_{11} to $S_{19} = S_{19} - S_{10}$

$$36 = \frac{19}{2} [2a + 18d] - 135$$

$$\frac{19}{2} [2a + 18d] = 135 + 36$$

$$\frac{19}{2} [2a + 18d] = 171$$

$$19[a + 9d] = 171$$

$$a + 9d = \frac{171}{19} = 9 \dots\dots\dots (ii)$$

(i) आणि (ii) वजाबाकी करू..

$$2a + 9d = 27$$

$$\underline{a + 9d = 9}$$

$a = 18$ ची किंमत समीकरण (ii) ठेवू.

$$18 + 9d = 9$$

$$9d = 9 + 18 = -9$$

$$d = -1$$

आता, $n = 70$

$$t_n = a + (n - 1)d$$

$$t_{70} = 18 + (70 - 1)(-1)$$

$$t_{70} = 18 - 69 = -51$$

उत्तर : 70 वे पद -51

Q. 30 अंकगणिती श्रेढीच्या **m** व्या पदाची **m** पट ही **n** व्या पदाची **n** पटीबरोबर असेल, तर त्याचे **(m + n)** वे पद शून्य असते, हे दाखवा.
(m ≠ n)

सिध्दता :

समजा, दिलेल्या अंकगणिती श्रेढीचे पहिले पद **a** असून साधारण फरक **d** आहे.

आता,

$$mt_m = nt_n \text{ ----- (दिले आहे)}$$

$$t_m = a + (m - 1)d \quad t_n = a + (n - 1)d$$

$$m[a + (m - 1)d] = n[a + (n - 1)d]$$

$$m[a + (m - 1)d] - n[a + (n - 1)d] = 0$$

$$am + m(m - 1)d - na - n(n - 1)d = 0$$

$$a(m - n) + (m^2 - m)d - (n^2 - n)d = 0$$

.....(पदांची योग्य जुळणी करुन)

$$a(m - n) + d[m^2 - m - n^2 + n] = 0$$

$$a(m - n) + d[(m + n)(m - n) - (m - n)] = 0$$

$$(m - n)[a + d(m + n - 1)] = 0$$

परंतु, $m - n \neq 0$

$$[a + d(m + n - 1)] = 0 \quad \dots(i)$$

परंतु, श्रेणीचे $(m + n)$ वे पद $= a + (m + n - 1) d$ (ii)

समीकरण (i) व (ii) वरुन,

$\therefore$ या अंकगणिती श्रेढीचे $m + n$ वे पद शून्य आहे.

Q. 31 पुढील अंकगणिती श्रेढीचे 11 वे पद काढा. 4, 9, 14.....

रीत :

$$a = 4, d = 9 - 4 = 14 - 9 = 5$$

$$n = 11$$

$$t_n = a + (n - 1) d$$

$$t_{11} = 4 + (11 - 1) 5$$

$$= 4 + (11 - 1) 5$$

$$t_{11} = 54$$

उत्तर : 11 वे पद = 54

Q. 32 ज्या अंकगणिती श्रेढीचे दुसरे आणि चौथे पद अनुक्रमे 12 आणि 20 आहे. त्या श्रेढीतील पहिल्या 25 पदांची बेरीज काढा.

रीत :

$$t_2 = 12, t_4 = 20$$

$$t_n = a + (n - 1)d$$

$$t_2 = a + (2 - 1)d$$

$$12 = a + d \quad \text{.....(i)}$$

$$t_4 = a + (4 - 1)d$$

$$20 = a + 3d \quad \text{.....(ii)}$$

समीकरण (i) आणि (ii) ची वजाबाकी करु,

$$12 = a + d$$

$$\underline{20 = a + 3d}$$

$$8 = 2d$$

$$d = 4$$

d ची किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवू

$$12 = a + 4$$

$$a = 8$$

आता, $a = 8$, $d = 4$ and $n = 25$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_{25} = \frac{25}{2} [2 \times 8 + (25 - 1) \times 4]$$

$$= \frac{25}{2} \times [16 + 96]$$

$$= \frac{25}{2} \times \frac{112}{1}$$

$$= 25 \times 56 = 1400$$

उत्तर : पहिल्या 25 पदांची बेरीज 1400

Q. 33 1 ते 150 यांमधील सर्व सम संख्यांची बेरीज काढा.

रीत : 1 ते 150या दरम्यान सर्व सम संख्यांची यादी करू.

$\therefore 2, 4, 6, \dots\dots 148.$

या 1 ते 150 दरम्यान सर्व सम संख्या आहेत.

ही अंकगणिती श्रेढी आहे.

येथे, $a = t_1 = 2$, $d = t_2 - t_1 = 4 - 2 = 2$,

या श्रेढीत एकूण किती संख्या आहेत ते काढू.

या श्रेढीतील 148 ही सम संख्या n वी संख्या आहे असे मानू.

$$t_n = 148$$

$$t_n = a + (n - 1)d \dots\dots\dots(\text{सुत्र})$$

$$148 = 2 + (n - 1) \times 2$$

$$(n - 1) \times 2 = \frac{148}{2}$$

$$(n - 1) = 74$$

$$n = 74 + 1$$

$$n = 75$$

त्या श्रेढीत 174 सम संख्या आहेत.

आता, या पहिल्या 75 सम संख्यांची बेरीज पुढील सुत्राने काढू.

$$n = 74 + 1 \quad n = 75$$

$$S_n = \frac{n}{2}(t_1 + t_n)$$

$$S_n = \frac{75}{2} (2 + 348)$$

$$S_n = \frac{75}{2} \times 150 = 5625$$

उत्तर = 1 व 150 मधील सर्व सम संख्यांची बेरीज 5625 आहे.

Q. 34 -11, -8, -5, ..., 49 या अंकगणिती श्रेढीचे शेवटून पाचवे पद काढा.

रीत :

-11, -8, -5,49 ही अंकगणिती श्रेढी आहे.

येथे, $a = -11$, आणि सामान्य फरक $d = -8 - (-11) = -8 + 11$

या श्रेढीतील पदांची संख्या n शोधून...

शेवटचे पद $t_n = 49$ दिले आहे.

$$t_n = a + (n - 1)d$$

$$49 = -11 + (n - 1) \times 3$$

$$49 + 11 = (n - 1) \times 3$$

$$(n - 1) \times 3 = 49 + 11$$

$$(n - 1) \times 3 = 60$$

$$(n - 1) = \frac{60}{3}$$

$$(n - 1) = 20$$

$$n = 20 + 1 = 21$$

शेवटून 5 थे पद म्हणजे शेवटची 4 पदे वगळून, म्हणजेच

$(21 - 4) = 17$ वे पद विचारले आहे.

$$t_n = a + (n - 1)d$$

$$t_n = a + (n - 1)d$$

$$t_{17} = -11 + (17 - 1) \times 3$$

$$t_{17} = -11 + 16 \times 3 = -11 + 48 = 37$$

उत्तर : शेवटून पाचवे पद 37 आहे.

Q. 35 रीमा ने एका नोकरीसाठी विचरणा केली आणि तिला ती मिळाली.

पहिल्या महिन्याचा तिचा पगार रु 8000 असून प्रत्येक वर्षी त्यात रु 500 ची वाढ होणार आहे. पहिल्या दुसऱ्या आणि तिसऱ्या वर्षीचे तिचा पगार

अनुक्रमे 8000, 8500, 9000 ऐवढा आहे. तर पंधरा व्या वर्षी तिचा मासिक पगार किती असेल.

रीत :

दुसऱ्या वर्षाचा तिचा मासिक पगार हा

$$\text{रु.}(8000 + 500) = \text{रु. } 8500.$$

असेल त्याचप्रमाणे,

तिसऱ्या, चौथ्या आणि पाचव्या वर्षाच्या पगारात प्रत्येकी रु 500 वाढ केली.

तर, तिसऱ्या वर्षाच्या तिचा मासिक पगार

$$= \text{रु. } (8500 + 500)$$

$$= \text{रु. } (8000 + 500 + 500)$$

$$= \text{रु. } (8000 + 2 \times 500)$$

$$= \text{रु. } [8000 + (3 - 1) \times 500] \text{ (तिसऱ्या वर्षासाठी)}$$

$$= \text{रु. } 9000$$

त्याच प्रमाणे चौथ्या वर्षाचा मासिक पगार.....

$$= \text{Rs. } (9000 + 500)$$

$$= \text{Rs. } (8000 + 500 + 500 + 500)$$

$$= \text{Rs. } (8000 + 3 \times 500)$$

$$= \text{Rs. } [8000 + (4 - 1) \times 500] \text{ (चौथ्या वर्षासाठी)}$$

$$= \text{Rs. } 9500$$

$$\text{पाचव्या वर्षासाठी पगार} = \text{Rs. } (9500 + 500)$$

$$= \text{Rs. } (8000 + 500 + 500 + 500 + 500)$$

$$= \text{Rs. } (8000 + 4 \times 500)$$

$$= \text{Rs. } [8000 + (5 - 1) \times 500] \text{ (पाचव्या वर्षासाठी)}$$

$$= \text{Rs. } 10000$$

मिळालेल्या पगाराची संख्यांची पाहणी केली असता...

8000, 8500, 9000, 9500, 10000,.. हि अंकगणिती श्रेढी आहे.

$$15 \text{ व्या वर्षीचा पगार} = 14 \text{ व्या वर्षीचा पगार} + 500$$

$$= \text{Rs. } 8000 + \frac{500 + 500 + 500 + \dots + 500}{13 \text{ times}} + 500$$

$$= \text{Rs. } [8000 + 14 \times 500]$$

$$= \text{Rs. } [8000 + (15 - 1) \times 500]$$

$$= \text{Rs. } 15000$$

उत्तर : रीमाचा 15 वर्षांनंतर चा पगार 15000 असेल.

Q. 36 पुढीलपैकी कोणते पद अंकगणिती श्रेढी आहे. 21, 18, 15, ...
हे - 81? आणि कोणते पद 0 आहे ? कारण द्या.

रीत :

रीत, $a = 21$, $d = 18 - 21 = -3$ $a_n = -81$ असे आहे तर n शोधू.

$$a_n = a + (n - 1) d,$$

$$-81 = 21 + (n - 1)(-3)$$

$$-81 = 24 - 3n$$

$$-105 = -3n$$

$n = 35$ हि किंमत मिळाली.

35 वे अंकगणिती श्रेढीचे पद - 81 आहे.

आता आपल्या पहायचे आहे अंकगणिती श्रेढीतील कोणते तर पद 0 आहे का?

$$t_n = 0$$

$$21 + (n - 1)(-3) = 0,$$

$$\text{i.e., } 3(n - 1) = 21$$

i.e., $n = 8$

उत्तर : अंकगणिती श्रेढीतील 8 वे पद 0 आहे.

Q. 37 एका फुलांच्या बागेत, 23 गुलाबाची झाडे पहिल्या ओळीत आहेत, दुसऱ्या ओळीत 21, तिसऱ्या ओळीत 19. त्याचप्रमाणे शेवटच्या ओळीत फक्त 5 झाडे आहेत. तर त्या बागेत एकूण किती ओळी आहेत.

रीत :

गुलाबांची झाडांची पहिल्या, दुसऱ्या,ओळीत अनुक्रमे . . . , 23, 21, 19, . . . , 5 ऐवढी आहे.

हि अंकगणिती श्रेढी आहे.

समजा, n ऐवढ्या ओळी फुलांच्या बागेत आहेत. $a = 23$, $d = 21 - 23 = -2$, $t_n = 5$

As, $t_n = a + (n - 1) d$

$$5 = 23 + (n - 1) (-2)$$

$$-18 = (n - 1) (-2)$$

$$n = 10$$

त्या बागेत 10 ओळी आहेत.

Q. 38 शकिला ने तिच्या मुलीच्या पैशाच्या पेटीत ती एका वर्षाची असताना 100 रु ठेवले आणि प्रत्येक वर्ष 50 रु ने वाढवत नेले. पैशाच्या पेटीत पहिल्या दुसऱ्या, तिसऱ्या, वाढदिवसाला 100, 150, 200, ऐवढे पैसे ठेवले गेले. जेव्हा मुलगी 21 वर्षाची होईल तेव्हा त्या पेटीत किती पैसे साठतील.

रीत :

$$a = 100, d = 50 \text{ and } n = 21.$$

आता, सुत्राचा वापर करू.

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_{21} = \frac{21}{2} [2(100) + (21 - 1)50]$$

$$S_{21} = \frac{21}{2} \times (200 + 1000)$$

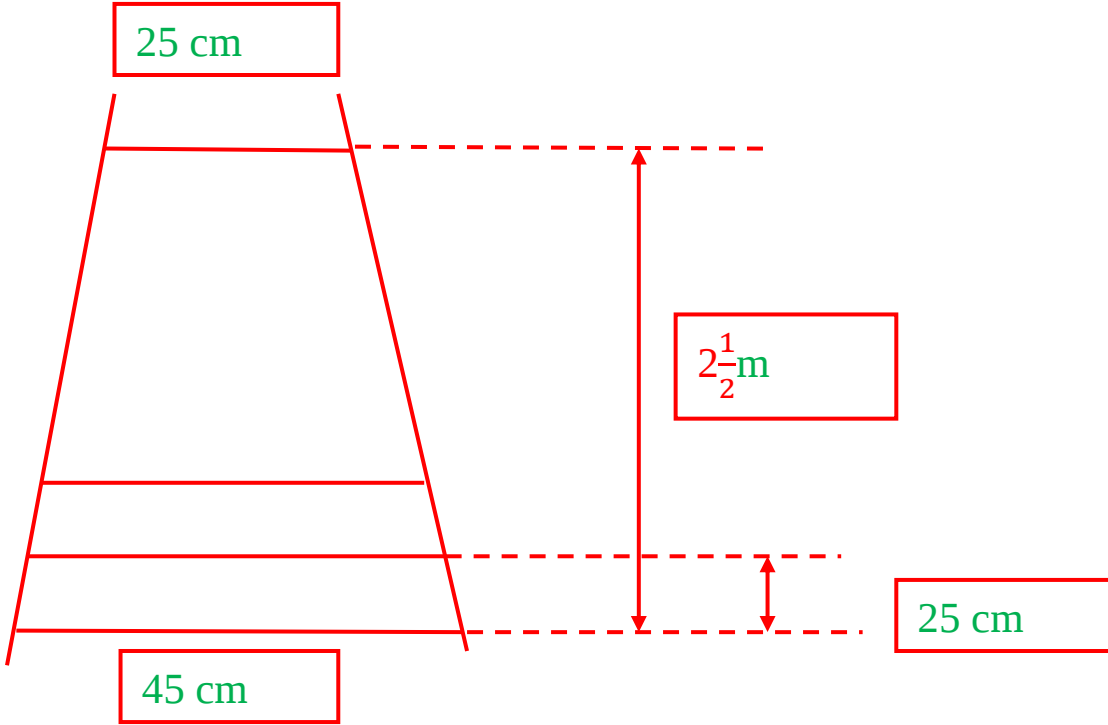
$$S_{21} = \frac{21}{2} \times (1200)$$

$$S_{21} = 12600$$

तिच्या 21 व्या वाढदिवसापर्यंत 12600 रु साठतील.

Q. 39 एका शिडी 25 सेमी लांबी उभी केली. त्या पायरीची लांबी एकसमान 45 सेमी खालून कमी आणि वरून 25 सेमी जर शिडीची वरच्या

आणि खालच्या भागाचे अंतर $2\frac{1}{2}$ मी असल्यास शिडीची पायरीला लागणाऱ्या लाकडाची लांबी किती आहे?



$$\text{रीत : एकूण शिडीच्या पायऱ्या} = \frac{2\frac{1}{2} \times 100}{25} + 1 = \frac{250}{25} + 1 = 11$$

आता शिडीच्या पायऱ्याची लांबी कमी होते

$$a = 45,$$

$$\text{शेवटचे पद} = l = 25, n = 11$$

$$S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

$$S_{11} = \frac{11}{2} [45 + 25]$$

$$= \frac{11}{2} \times 70 = 11 \times 35$$

$$S_{11} = 385 \text{ cm}$$

उत्तर : एकूण लाकडाची लांबी 385 सेमी ऐवढी लागेल.

Q. 40 पुढील अंकगणिती श्रेढीमध्ये एकूण किती पदे असतील की त्यांची बेरीज 636 होईल ?

रीत :

येथे $a = 9$, $d = 17 - 9 = 25 - 17 = 8$ and $S_n = 21$.

सुत्रानुसार :

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$636 = \frac{n}{2} [2 \times 9 + (n - 1)8]$$

$$636 \times 2 = 18n + 8n^2 - 8$$

$$636 \times 2 = 10n + 8n^2$$

$$636 \times \frac{2}{2} = \frac{10n + 8n^2}{2}$$

$$636 = 5n + 4n^2$$

$$4n^2 + 5n - 636 = 0$$

$$4n^2 + 53n - 48n - 636 = 0$$

$$n(4n + 53) - 12(4n + 53) = 0$$

$$(4n + 53)(n - 12) = 0$$

$$4n + 53 = 0 \text{ or } n - 12 = 0$$

$$n = -\frac{53}{4} \text{ or } n = 12$$

उत्तर : 12 पदे असतील म्हणून त्यांची बेरीज 636 होईल.

Q. 41 त्रिकोणाचे कोन हे अंकगणिती श्रेढीत आहेत. लहान कोनाचे माप हे मोठ्या कोनाच्या निम्मे आहे. तर कोनाचे माप काढा.

रीत:

त्रिकोणांचे कोन $a - d, a, a + d; a > 0, d > 0$

$$\therefore \text{कोनाची बेरीज} = 180^\circ$$

$$\therefore a - d + a + a + d = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 3a = 180^\circ \therefore a = 60^\circ \dots(i)$$

दिलेल्या माहितीनुसार

$$a - d = \frac{a + d}{2}$$

$$\Rightarrow 2 = 2a - 2d = a + d$$

$$\Rightarrow 2a - a = d + 2d \Rightarrow a = 3d$$

$$\Rightarrow d = \frac{60}{3} = 20^\circ \dots$$

उत्तर : कोणाचे माप $60^\circ - 20^\circ, 60^\circ, 60^\circ + 20^\circ$

i.e., $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$

Q. 42 अंकगणिती श्रेढीचे 4 थे पद 0 आहे. तर सिध्द करा 25 वे पद हे 11व्या पदाच्या तीन पट आहे.

रीत :

समजा, पहिले पद = a , सामान्य फरक = d

$$a_4 = 0$$

$$a + 3d = 0$$

$$a = -3d \dots (i)$$

सिध्द करायचे $\therefore a_{25} = 3 \times a_{11}$

$$a + 24d = 3(a + 10d) \dots\dots\dots (i) \text{ वरून}$$

$$\Rightarrow -3d + 24d = 3(-3d + 10d)$$

$$\Rightarrow 21d = 21d \dots\dots\dots (ii)$$

उत्तर समीकरण (ii)वरून हे सिध्द झाले $a_{25} = 3(a_{11})$

Q. 43 101.....999 पर्यंतचे 2 आणि 5 ने भाग जाणाऱ्या नैसर्गिक संख्या किती?

रीत :

2 आणि 5 ने भाग जाणाऱ्या संख्या 110, 120, 990,

येथे $a = 110$,

$$d = 120 - 110 = 10,$$

$$a_n = 990$$

$$a + (n - 1) d = a_n = 990$$

$$110 + (n - 1) (10) = 990$$

$$(n - 1) (10) = 990 - 110 = 880$$

$$(n - 1) = \frac{880}{10} = 88$$

$$\therefore n = 88 + 1 = 89$$

उत्तर : 101 999 मध्ये 89 संख्या आहे की ज्यांना 2 आणि 5 ने भाग जातो.

Q. 44 अंकगणिती श्रेढीत जर $S_5 + S_7 = 167$ आणि $S_{10} = 235$, अंकगणिती श्रेढी काढा.

रीत :

$$\text{दिलेले : } S_5 + S_7 = 167$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} [2a + (5 - 1)d] + \frac{7}{2} [2a + (7 - 1)d] = 167$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} [2a + 4d] + \frac{7}{2} [2a + 6d] = 167$$

$$\Rightarrow 5(a + 2d) + 7(a + 3d) = 167$$

$$\Rightarrow 5a + 10d + 7a + 21d = 167$$

$$\Rightarrow 12a + 31d = 167 \dots (i)$$

$$\text{आता, } S_{10} = \frac{10}{2} (2a + (10 - 1)d) = 235$$

$$\Rightarrow 5[2a + 9d] = 235$$

$$\Rightarrow 10a + 45d = 235 \dots (ii)$$

(i) आणि (ii), सोडवले असता $a = 1$ आणि $d = 5$ मिळतो.

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a + d \Rightarrow 1 + 5 = 6$$

$$a_3 = a + 2d \Rightarrow 1 + 10 = 11$$

उत्तर : अंकगणिती श्रेढी 1, 6, 11...

Q. 45 पुढील अंकगणिती श्रेढीमधील मधले पद काढा. -6, -2, 2, ..., 58.

रीत :

$$\text{येथे } a = -6,$$

$$d = -2 - (-6)$$

$$= 4,$$

$$a_n = 58$$

सुत्रानुसार

$$\therefore a + (n - 1) d = 58$$

$$\therefore -6 + (n - 1) 4 = 58$$

$$\Rightarrow (n - 1) 4 = 58 + 6 = 64$$

$$\Rightarrow (n - 1) = 64/4 = 16$$

$$\Rightarrow n = 16 + 1 = 17 \text{ (odd)}$$

$$\text{मधले पद} = \frac{n+1}{2} \text{ पद}$$

$$\frac{17 + 1}{2} \text{ पद} = 9^{\text{th}} \text{ पद}$$

$$a_9 = a + 8d$$

$$= -6 + 8 (4)$$

$$= -6 + 32 = 26$$

उत्तर मधले पद 26 असेल

Q. 46 अंकगणिती श्रेढीमधील n वे पद $(-4n + 15)$ आहे. तर पहिल्या 20 पदांची बेरीज किती?

रीत :

$$a_n = -4n + 15$$

$$n = 1, \text{ ठेवू.... } a_1 = -4(1) + 15 = 11$$

$$n = 2, \text{ ठेवू.....} a_2 = -4(2) + 15 = 7$$

$$\therefore d = a_2 - a_1 = 7 - 11 = -4$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2(11) + (20 - 1)(-4)]$$

$$= 10 (22 - 76)$$

$$= 10 (-54)$$

$$S_{20} = -540$$

उत्तर : पहिल्या 20 पदांची बेरीज -540

Q. 47 अंकगणिती श्रेढीतील धन संख्यांचा तीन अंकाची बेरीज 15 आहे. जर हे तीन अंक उलट क्रमाने लिहले तर संख्यां 594 पहिल्या संख्यांपेक्षा कमी आहे तर ती संख्यां कोणती?

उत्तर :

शतक स्थानावरील अंक $= (a - d)$

दशक स्थानावरील अंक $= a$

एकक स्थानावरील अंक $= a + d$

दिलेल्या प्रश्नानुसार

$$a - d + a + a + d = 15$$

$$\Rightarrow 3a = 15 \Rightarrow a = 5$$

पहिली संख्या

$$= 100(a - d) + 10(a) + 1(a + d)$$

$$= 100a - 100d + 10a + a + d$$

$$= 111a - 99d$$

उलट संख्या

$$= 1(a - d) + 10a + 100(a + d)$$

$$= a - d + 10a + 100a + 100d$$

$$= 111a + 99d$$

पहिली संख्या - उलट संख्या = 594

$$111a - 99d - (111a + 99d) = 594$$

$$-198d = 594$$

$$\Rightarrow d = -594/198 = -3$$

$\therefore$ पहिली संख्या

$$= 111a - 99d$$

$$= 111(5) - 99(-3)$$

$$= 555 + 297$$

$$= 852$$

Ans: ती संख्या 852.

Q. 48 अंकगणिती श्रेढीचे पहिले पद 5. शेवटचे पद 45 आहे आणि सगळ्या पदांची बेरीज 400 फरक किती ते काढा.

रीत :

पहिले पद $a = 5$,

शेवटचे पद $a_n = 45$

पदांची संख्या = n मानू

$$S_n = 400$$

$$\frac{n}{2}(a + a_n) = 400$$

$$\frac{n}{2}(5 + 45) = 400$$

$$\frac{n}{2}(50) = 400$$

$$n = \frac{400}{25} = 16 = \text{पदांची संख्या}$$

$$\text{आता, } a_n = 45$$

$$a + (n - 1)d = a_n$$

$$5 + (16 - 1)d = 45$$

$$15d = 45 - 5$$

$$d = \frac{40}{15} = \frac{8}{3}$$

उत्तर : एकूण पदसंख्या 16 आणि सामान्य फरक $\frac{8}{3}$

Q. 49 अंकगणिती श्रेढीतील 13 पद हे तिसऱ्या पदाच्या चारपट आहे. जर 1 पद 16 असेल तर पहिला 10 पदांची बेरीज किती?

रीत :

$$a_{13} = 4a_3$$

$$a + 12d = 4(a + 2d) \dots [\because a_n = a + (n - 1)d]$$

$$a + 12d - 4a - 8d = 0$$

$$4d = 3a$$

$$d = \frac{3a}{4} \dots (i)$$

$$a_5 = 16 \dots [\text{दिलेले}]$$

$$a + 4d = 16$$

$$a + 4 \times \left(\frac{3a}{4} \right) = 16 \dots [(i) \text{वरून}]$$

$$a + 3a = 16$$

$$4a = 16$$

$$\Rightarrow a = 4 \dots (ii)$$

$a = 4$ हि संख्या (i) मध्ये भरु, $d = 3$ मिळेल

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2(4) + (10 - 1)(3)]$$

$$S_{10} = 5 (8 + 27) \Rightarrow 5(35)$$

$$S_{10} = 175$$

उत्तर : पहिल्या 10 पदांची बेरीज 175

Q. 50 पुढील अंकगणिती श्रेढीतील कोणते पद 99 असेल ते 25 व्या पदापेक्षा पुढील पद असेल. 3, 14, 25, 36.....

रीत: समजा लागणारे पद n^{th} पद

येथे, $d = 14 - 3 = 11$, $a = 3$

दिलेल्या प्रश्नावरून.....

$$a_n = 99 + a_{25}$$

$$\therefore a + (n - 1) d = 99 + a + 24d$$

$$(n - 1) (11) = 99 + 24 (11)$$

$$(n - 1) (11) = 11 (9 + 24)$$

$$n - 1 = 33$$

$$n = 33 + 1 = 34$$

$\therefore 99$ हे 34 वे पद आहे जे 25 व्या पदापुढील आहे.