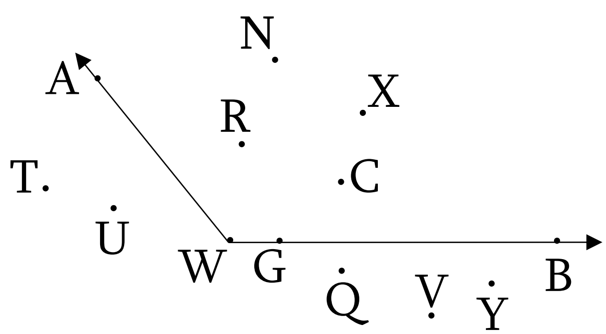
4. कोन व कोनांच्या जोड्या

सरावसंच 15

1. आकृतीचे निरीक्षण करा व ∠AWB साठी पुढील सारणी पूर्ण करा.

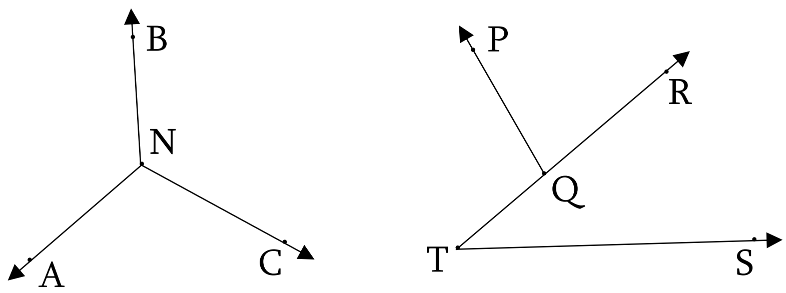


अंतर्भागातील बिंदूंची नावे	....
बाह्यभागातील बिंदूंची नावे	....
कोनाच्या भुजांवरील बिंदूंची नावे	....

उत्तर :

अंतर्भागातील बिंदूंची नावे	R, N, C, X
बाह्यभागातील बिंदूंची नावे	T, U, Q, V, Y
कोनाच्या भुजांवरील बिंदूंची नावे	A, W, G, B

2. खालील आकृत्यांमधील संलग्न कोनांच्या जोड्या लिहा.



उत्तर : ∠ BNA व ∠ BNC, ∠ CNB व ∠ CNA, ∠ ANB व ∠ ANC,

∠ PQR व ∠ PQT या संलग्न कोनांच्या जोड्या आहेत.

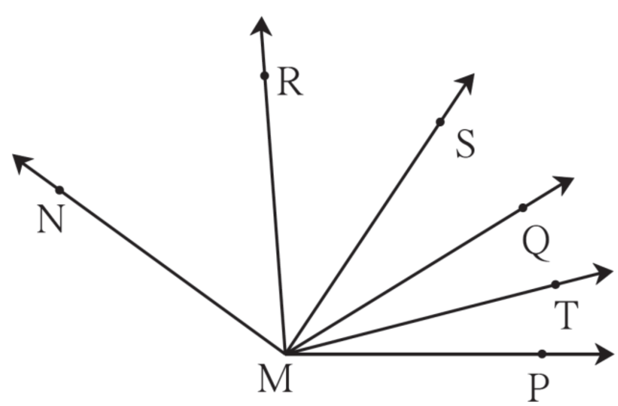
3. कोनांच्या खालील जोड्या संलग्न आहेत का ? संलग्न नसल्यास कारण लिहा.

(i) ∠PMQ व ∠RMQ

(ii) ∠RMQ व ∠SMR

(iii) ∠RMS व ∠RMT

(iv) ∠SMT व ∠RMS



उत्तर :

(i) ∠ PMQ व ∠RMQ ही संलग्न कोनांची जोडी आहे.

(ii) ∠ RMQ व ∠ SMR ही संलग्न कोनांची जोडी नाही. कारण त्यांचे अंतर्भाग विभिन्न नाहीत.

(iii) ∠ RMS व ∠RMT ही संलग्न कोनांची जोडी नाही. कारण त्यांचे अंतर्भाग विभिन्न नाहीत.

(iv) ∠ SMT व ∠ RMS ही संलग्न कोनांची जोडी आहे.

सरावसंच 16

1. खाली काही कोनांची मापे दिली आहेत. त्यांच्या कोटिकोनांची मापे लिहा.

(i) 40^0

उत्तर : कोटिकोनांच्या मापांची बेरीज 90^0 असते.

दिलेल्या कोनाच्या कोटिकोनाचे माप x^0 मानू.

$\therefore 40 + x = 90$

$\therefore x = 90 - 40$

$\therefore x = 50$

$\therefore$ 40^0 मापाच्या कोनाच्या कोटिकोनाचे माप 50^0 आहे.

(ii) 63^0

उत्तर : कोटिकोनांच्या मापांची बेरीज 90^0 असते.

दिलेल्या कोनाच्या कोटिकोनाचे माप x^0 मानू.

$\therefore 63 + x = 90$

$\therefore x = 90 - 63$

$\therefore\ x = 27$

$\therefore$ 63^0 मापाच्या कोनाच्या कोटिकोनाचे माप 27^0 आहे.

(iii) 45^0

उत्तर : कोटिकोनांच्या मापांची बेरीज 90^0 असते.

दिलेल्या कोनाच्या कोटिकोनाचे माप x^0 मानू,

$\therefore\ 45 + x = 90$

$\therefore\ x = 90 - 45$

$\therefore\ x = 45$

$\therefore$ 45^0 मापाच्या कोनाच्या कोटिकोनाचे माप 45^0 आहे.

(iv) 55^0

उत्तर : कोटिकोनांच्या मापांची बेरीज 90^0 असते.

दिलेल्या कोनाच्या कोटिकोनाचे माप x^0 मानू,

$\therefore\ 55 + x = 90$

$\therefore\ x = 90 - 55$

$\therefore\ x = 35$

$\therefore$ 55^0 मापाच्या कोनाच्या कोटिकोनाचे माप 35^0 आहे.

(v) 20^0

उत्तर : कोटिकोनांच्या मापांची बेरीज 90^0 असते.

दिलेल्या कोनाच्या कोटिकोनाचे माप x^0 मानू.

$\therefore\ 20 + x = 90$

$\therefore\ x = 90 - 20$

$\therefore\ x = 70$

$\therefore$ 20^0 मापाच्या कोनाच्या कोटिकोनाचे माप 70^0 आहे.

(vi) 90^0

उत्तर : कोटिकोनांच्या मापांची बेरीज 90^0 असते.

दिलेल्या कोनाच्या कोटिकोनाचे माप x^0 मानू.

$\therefore 90 + x = 90$

$\therefore\ x = 90 - 90$

$\therefore\ x = 0$

$\therefore$ 90^0 मापाच्या कोनाच्या कोटिकोनाचे माप 0^0 आहे.

(vii) x^0

उत्तर : कोटिकोनांच्या मापांची बेरीज 90^0 असते.

दिलेल्या कोनाच्या कोटिकोनाचे माप y^0मानू,

$\therefore x + y = 90$

$\therefore y = 90 - x$

$\therefore x^0$ मापाच्या कोनाच्या कोटिकोनाचे माप $(90 - x)^0$ आहे.

2. $(y - 20)^0$ आणि $(y + 30)^0$ हे एकमेकांचे कोटिकोन आहेत, तर प्रत्येक कोनाचे माप काढा.

उत्तर : $(y - 20)^0$ आणि $(y + 30)^0$ हे एकमेकांचे कोटिकोन आहेत,

कोटिकोनांच्या मापांची बेरीज 90^0 असते.

$\therefore (y - 20) + (y + 30) = 90$

$\therefore y - 20 + y + 30 = 90$

$\therefore 2y + 10 = 90$

$\therefore 2y = 90 - 10$

$\therefore 2y = 80$

$\therefore y = 40$

$\therefore (y - 20)^0 = (40 - 20)^0 = 20^0$ आणि

$(y + 30)^0 = (40 + 30)^0 = 70^0$

$\therefore$ कोनाचे माप अनुक्रमे 20^0 आणि 70^0 आहे.

सरावसंच 17

1. खाली दिलेल्या कोनांच्या पूरक कोनांची मापे लिहा.

(i) 15^0

उत्तर : 15^0 मापाच्या कोनाच्या पूरक कोनाचे माप x^0 मानू.

पूरक कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.

$\therefore\ 15 + x = 180$

$\therefore 15 + x - 15 = 180 - 15$ ...(दोन्ही बाजूंतून 15 वजा करुन)

$\therefore\ x = 165$

$\therefore 15^0$ चे पूरक कोनाचे माप 165^0 आहे.

(ii) 85^0

उत्तर : 85^0 मापाच्या कोनाच्या पूरक कोनाचे माप x^0 मानू.

पूरक कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.

$\therefore\ 85 + x = 180$

$\therefore\ 85 + x - 85 = 180 - 85$ ...(दोन्ही बाजूंतून 85 वजा करुन)

$\therefore\ x = 95$

$\therefore\ 85^0$ चे पूरक कोनाचे माप 95^0 आहे.

(iii) 120^0

उत्तर : 120^0 मापाच्या कोनाच्या पूरक कोनाचे माप x^0 मानू.

पूरक कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.

$\therefore\ 120 + x = 180$

$\therefore\ 120 + x - 120 = 180 - 120$ ...(दोन्ही बाजूंतून 120 वजा करुन)

$\therefore\ x = 60$

$\therefore 120^0$ चे पूरक कोनाचे माप 60^0 आहे.

(iv) 37^0

उत्तर : 37^0 मापाच्या कोनाच्या पूरक कोनाचे माप x^0 मानू.

पूरक कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.

$\therefore\ 37 + x = 180$

$\therefore\ 37 + x - 37 = 180 - 37$ ...(दोन्ही बाजूंतून 37 वजा करुन)

$\therefore\ x = 143$

$\therefore\ 37^0$ चे पूरक कोनाचे माप 143^0 आहे.

(v) 108^0

उत्तर : 108^0 मापाच्या कोनाच्या पूरक कोनाचे माप x^0 मानू.

पूरक कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.

$\therefore\ 108 + x = 180$

$\therefore 108 + x - 108 = 180 - 108$ ...(दोन्ही बाजूंतून 108 वजा करुन)

$\therefore\ x = 72$

$\therefore 108^0$ चे पूरक कोनाचे माप 72^0 आहे.

(vi) 0^0

उत्तर : 0^0 मापाच्या कोनाच्या पूरक कोनाचे माप x^0 मानू.

पूरक कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.

$\therefore\ 0 + x = 180$

$\therefore\ x = 180$

$\therefore\ 0^0$ चे पूरक कोनाचे माप 180^0 आहे.

(vii) a^0

उत्तर : a^0 मापाच्या कोनाच्या पूरक कोनाचे माप x^0 मानू.

पूरक कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.

$\therefore\ a + x = 180$

$\therefore\ a + x - a = 180 - a$ ...(दोन्ही बाजूंतून a वजा करुन)

$\therefore\ x = (180 - a)$

$\therefore\ a^0$ चे पूरक कोनाचे माप $(180 - a)^0$ आहे.

2. खाली काही कोनांची मापे दिली आहेत. त्यांतून जोड्या जुळवून पूरक कोनांच्या आणि कोटिकोनांच्या जोड्या तयार करा.

$m\angle B = 60^0$, $m\angle N = 30^0$, $m\angle Y = 90^0$, $m\angle J = 150^0$,

$m\angle D = 75^0$, $m\angle E = 0^0$, $m\angle F = 15^0$, $m\angle G = 120^0$.

उत्तर :

पूरक कोनांच्या जोड्या :

पूरक कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.

(i) $\angle B$, $\angle G$

कारण : $m\angle B + m\angle G = 60^0 + 120^0 = 180^0$

(ii) $\angle N, \ \angle J$

कारण : $m \angle N + m \angle J = 30^0 + 150^0 = 180^0$

कोटिकोनांच्या जोड्या :

कोटिकोनांच्या मापांची बेरीज 90^0 असते.

(i) $\angle B, \angle N$

कारण : $m \angle B + m \angle G = 60^0 + 30^0 = 90^0$

(ii) $\angle \ Y, \ \angle E$

कारण : $m \angle Y + m \angle E = 90^0 + 0^0 = 90^0$

(iii) $\angle D, \ \angle F$

कारण : $m \angle D + m \angle F = 75^0 + 15^0 = 90^0$

3. ΔXYZ मध्ये $m\angle Y = 90^0$, $\angle X$ व $\angle Z$ या कोनांमधील परस्पर संबंध लिहा.

उत्तर : ΔXYZ मध्ये $m\angle Y = 90^0$

त्रिकोणांच्या तीनही कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.

$\therefore$ ΔXYZ मध्ये,

$m\angle Y + m\angle X + m\angle Z = 180^0$

$\therefore 90^0 + m\angle X + m\angle Z = 180^0$

$\therefore 90^0 + m\angle X + m\angle Z - 90^0 = 180^0 - 90^0$

...(दोन्ही बाजूतून 90^0 वजा करुन)

$\therefore m\angle X + m\angle Z = 90^0$

$\therefore \angle X$ व $\angle Z$ हे एकमेकांचे कोटिकोन आहेत.

4. कोटिकोनांच्या जोडीतील कोनांच्या मापांतील फरक 40^0 असेल तर त्या कोनांची मापे काढा.

उत्तर : कोटिकोनांच्या जोडीतील लहान कोनांचे माप x मानू.

कोटिकोनांच्या जोडीतील कोनांच्या मापांतील फरक = 40^0 ...(दिलेले आहे)

$\therefore$ कोटिकोनांच्या जोडीतील मोठ्या कोनांचे माप = $(x + 40)^0$.

$\therefore x + x + 40 = 90$

$\therefore 2x + 40 = 90$

$\therefore 2x = 90 - 40$

$\therefore 2x = 50$

$\therefore x = \frac{50}{2}$

$\therefore x = 25$

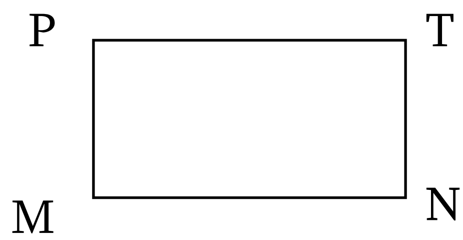
$\therefore$ लहान कोनाचे माप $x^0 = 25^0$

मोठ्या कोनांचे माप $(x + 40)^0 = (25 + 40)^0 = 65^0$

$\therefore$ कोटिकोनांच्या जोडीतील कोनांची मापे 25^0 व 65^0 आहेत.

5. □PTNM हा आयत आहे.

या आकृतीतील पूरक कोनांच्या जोडया लिहा.



उत्तर :

(i) $\angle P$ व $\angle M$ (ii) $\angle T$ व $\angle N$ (iii) $\angle P$ व $\angle T$

(iv) $\angle M$ व $\angle N$ (v) $\angle P$ व $\angle N$ (vi) $\angle M$ व $\angle T$

6. जर $m\angle A = 70^0$ तर $\angle A$ च्या कोटिकोनाच्या पूरक कोनाचे माप किती ?

उकल : $m\angle A = 70^\circ$ … (दिलेले आहे)

कोटिकोनांच्या मापांची बेरीज 90^0 असते,

कोटिकोनाचे माप x^0 मानू,

$$\therefore \quad 70 + x = 90$$

$$\therefore x = 90 - 70$$

$$\therefore x = 20$$

कोटिकोनाचे माप = 20^0

पूरककोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते,

20^0 कोटिकोनाच्या पूरक कोनाचे माप y^0 मानू,

$$\therefore 20 + y = 180$$

$$\therefore y = 180 - 20$$

$\therefore$ $y = 160$

$\therefore$ $\angle A$ च्या कोटिकोनाच्या पूरक कोनाचे माप 160^0

$\therefore$ कोटिकोनाचे माप 20^0 व कोटिकोनाच्या पूरक कोनाचे माप 160^0

7. जर $\angle A$ व $\angle B$ परस्परांचे पूरक कोन आहेत आणि $m\angle B = (x + 20)^0$ तर $m\angle A$ किती ?

उकल : $\angle A$ चे माप y^0 मानू,

पूरककोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते,

$\therefore$ $x + 20 + y = 180$

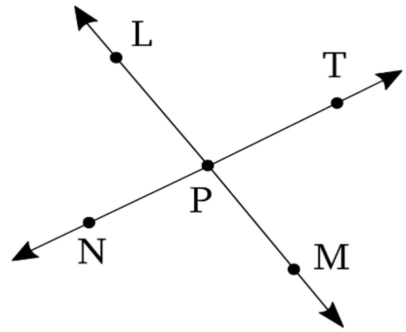
$\therefore$ $y = 180 - 20 - x$

$\therefore$ $y = 160 - x$

$\therefore$ $\angle A$ चे माप $(160 - x)^0$ आहे.

सरावसंच 18

1. शेजारील आकृतीतील, विरुद्ध किरणांची नावे लिहा.



उत्तर : आकृतीतील विरुद्ध किरणांची नावे खालीलप्रमाणे आहेत :

(a) किरण PL व किरण PM

(b) किरण PN व किरण PT

2. किरण PM व किरण PT हे विरुद्ध किरण आहेत का ? सकारण लिहा.

उत्तर : किरण PM व किरण PT हे विरुद्ध किरण नाहीत. कारण त्या किरणांनी एक रेषा तयार होत नाही.

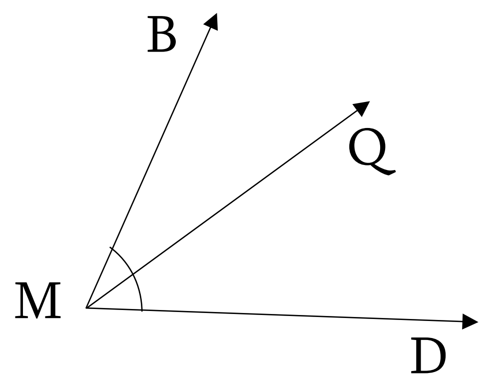
सरावसंच 19

■ खाली दिलेल्या वर्णनाप्रमाणे कोनांच्या जोडया काढा. काढता येत नसल्यास कारण लिहा.

(i) संलग्न नसलेले कोटिकोन :

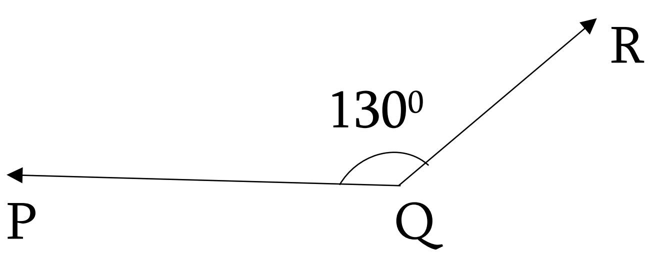
उत्तर :

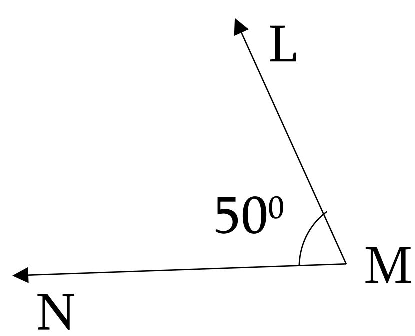
सोबतच्या आकृतीत ∠ BMD व ∠ BMQ या कोनांची MB ही भुजा सामाईक आहे. पण ते संलग्न कोन नाहीत, कारण त्यांचे अंतर्भाग भिन्न नाहीत.



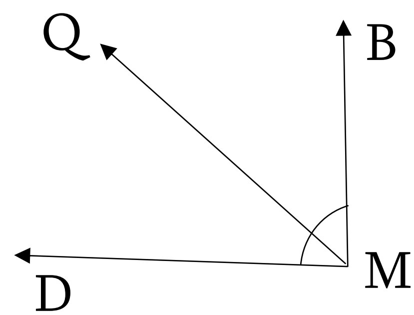
(ii) पूरक नसलेले रेषीय जोडीतील कोन : आकृती काढता येत नाही. कारण रेषीय जोडीतील कोन परस्परांचे पूरक असतात.

(iii) रेषीय जोडीत नसलेले पूरककोन : ∠PQR व ∠LMN हे परस्परांचे पूरककोन आहेत.





(iv) रेषीय जोडीत नसलेले पूरककोन :



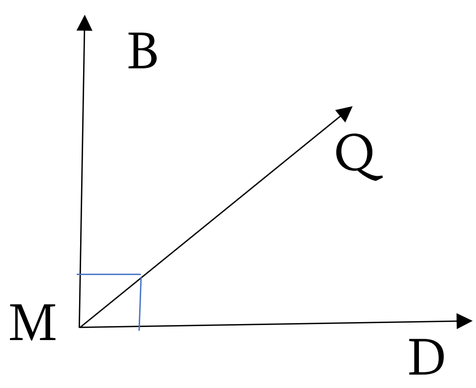
∠BMQ व ∠QMD हे संलग्न कोन आहेत. दोन कोनांचा शिरोबिंदू सामाईक आहे.

QM ही भुजा सामाईक आहे व त्यांचे अतंर्भाग भिन्न आहेत.

ते संलग्न कोन आहेत व रेषीय जोडीतही नाहीत.

(v) जे कोटिकोनही नाहीत व संलग्न कोनही नाहीत : खालील आकृतीमध्ये ∠BMD व ∠BMQ या कोनांची MB ही भुजा सामाईक आहे, पण ते संलग्न कोन नाहीत, कारण त्यांचे अंतर्भाग भिन्न नाहीत. ज्या दोन कोनांच्या मापांची बेरीज 90^0 असते, ते कोन परस्पराचे कोटिकोन असतात. येथे ∠BMD 90^0 आहे.

∠ BMD + ∠ BMQ ही बेरीज 90^0 पेक्षा जास्त आहेत.



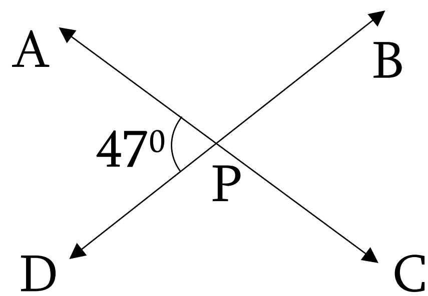
(vi) कोटिकोन असलेले रेषीय जोडीतील कोन : आकृती काढता येत नाही.

कारण :दोन कोटिकोनांची मापांची बेरीज 90^0 असते, तर रेषीय जोडीतील कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.

..

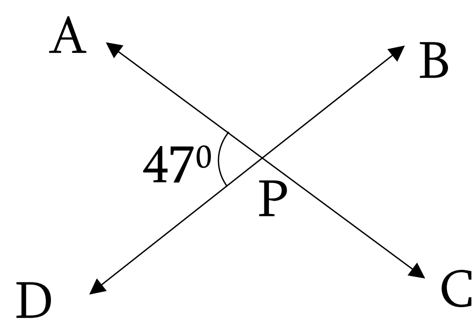
सरावसंच 20

1. रेषा AC व रेषा BD परस्परांना P बिंदूत छेदतात. $m\angle APD = 47^0$ $\angle APB, \angle BPC, \angle CPD$ यांची मापे लिहा.



उकल : $m\angle APD = 47^0$. $\angle APD$ व $\angle BPC$ परस्पर विरुद्ध कोन आहेत.

परस्पर विरुद्ध कोन समान मापाचे असतात.



$\therefore m\angle APD = m\angle BPC = 47^0$

$\therefore m\angle APD + m\angle APB = 180$ .....(रेषीय जोडीतील कोन)

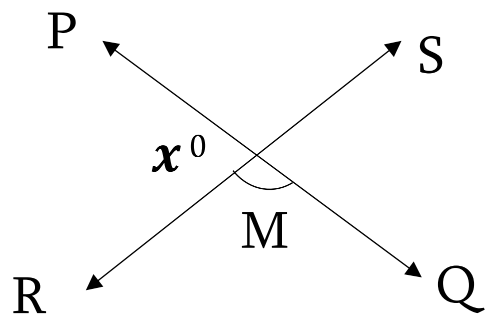
$\therefore m\angle APB = 180 - m\angle APD$

$\therefore m\angle APB = 180 - 47 = 133$

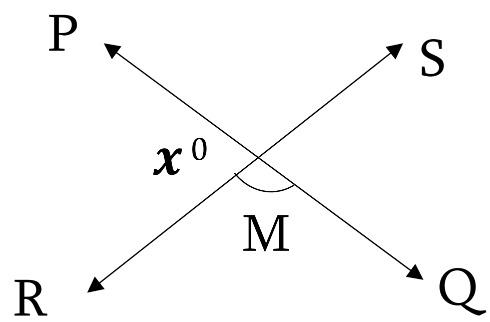
$\therefore m\angle CPD = m\angle APB = 133^0$ .....(परस्पर विरुद्ध कोन)

$\therefore m\angle APB = 133^0$, $m\angle BPC = 47^0$, $m\angle CPD = 133^0$.

2. रेषा PQ व रेषा RS परस्परांना M बिंदूत छेदतात. $m\angle PMR = x^0$ $\angle PMS$, $\angle SMQ$ व $\angle QMR$ यांची मापे लिहा.



उकल : $\angle PMR$ व $\angle SMQ$ हे विरुद्ध कोन आहेत.



$\therefore\ m\angle PMR = m\angle SMQ = x^0$

$\therefore\ m\angle SMQ = x^0$

$m\angle PMS + m\angle PMR = 180^0$ .....(रेषीय जोडीतील कोन)

$m\angle PMS + x^0 = 180^0$

$\angle PMS = (180 - x)^0$

$\angle QMR$ आणि $\angle PMS$ हे परस्परांचे विरुद्ध कोन आहेत.

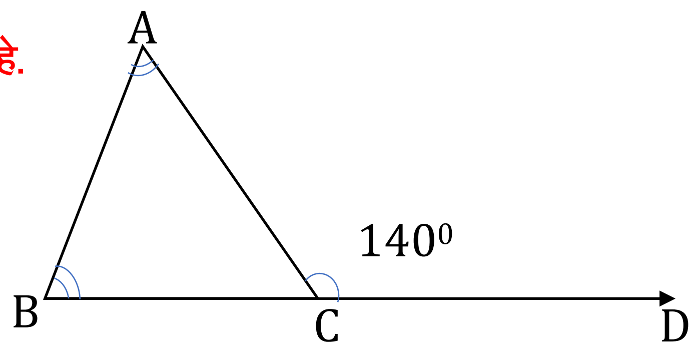
$\therefore\ \angle QMR = (180 - x)^0$

$\therefore\ m\angle PMS = (180 - x)^0$, $m\angle SMQ = x^0$ व

$m\angle QMR = (180 - x)^0$

सरावसंच 21

1. ∠ACD हा ΔABC चा बाह्यकोन आहे.
∠A व ∠B यांची मापे समान आहेत.
जर $m\angle ACD = 140°$ तर ∠A व ∠B यांची मापे काढा.



उकल : ∠ACB व ∠ ACD हे रेषीय जोडीतील कोन आहेत.

त्रिकोणाच्या बाह्यकोनाचे माप हे त्या कोनाच्या दूरस्थ आंतरकोनांच्या मापांच्या बेरजेएवढे असते.

$\because m\angle ACB = 140°$

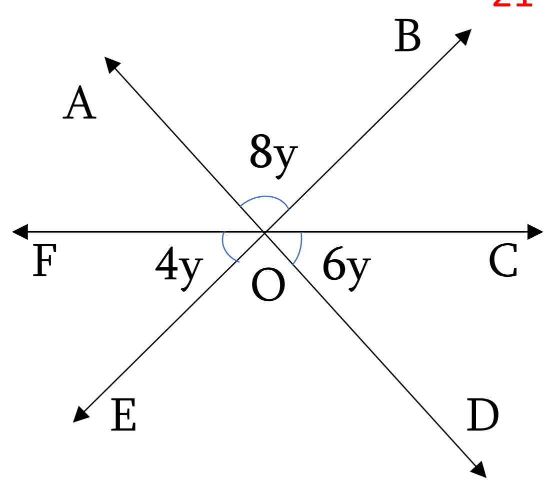
$\therefore \angle A + \angle B = 140$

$\therefore 2m\angle A = 140$ ....($m\angle A = m\angle B$)

$\therefore m\angle A = 70$

आणि $m\angle B = 70$

2. शेजारील आकृतीतील कोनांची मापे पाहून त्यावरुन उरलेल्या तीनही कोनांची मापे लिहा.



उकल : ∠EOF व ∠FOB हे रेषीय जोडीतील कोन आहेत

$\therefore$ ∠EOF + ∠FOB = 180

∠DOC व ∠FOA हे परस्पर विरुद्‌ध कोन आहेत.

∠DOC = ∠FOA = 6y

$4y + 6y + 8y = 180$

$18y = 180$

$\therefore y = 10$

∠FOA = 6y = $6 \times 10 = 60$

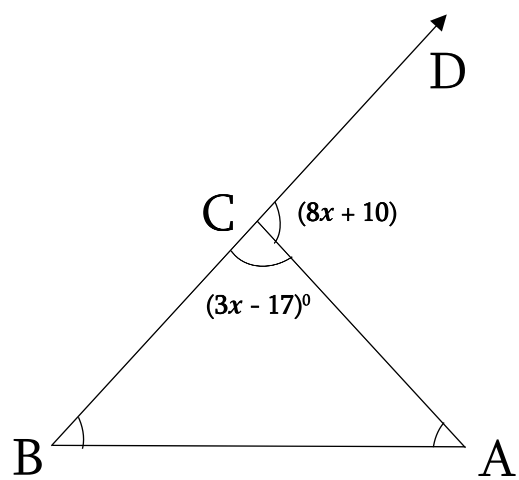
∠FOE = ∠BOC = 4y = $4 \times 10 = 40$

∠AOB = ∠DOE = 8y = $8 \times 10 = 80^0$

$\therefore$ m∠FOA = 60^0, m∠BOC = 40^0, m∠DOE = 80^0

3. $\triangle$ ABC या समद्विभुज त्रिकोणात $\angle A$ व $\angle B$ यांची मापे समान आहेत. $\angle ACD$ हा $\triangle$ ABC चा बाह्यकोन आहे. $\angle ACB$ व $\angle ACD$ यांची मापे अनुक्रमे $(3x - 17)^0$ व $(8x + 10)^0$ आहेत, तर $\angle ACB$ व $\angle ACD$ यांची मापे काढा. तसेच $\angle A$ व $\angle B$ यांची मापे काढा.

उकल :



$\angle ACD$ हा $\triangle$ ABC चा बाह्यकोन आहे

तर $\angle ACB$ व $\angle ACD$ हे रेषीय जोडीतील कोन आहेत.

$$\angle ACB + \angle ACD = 180^0$$

$$\therefore (3x - 17)^0 + (8x + 10)^0 = 180^0$$

$$\therefore 3x - 17 + 8x + 10 = 180$$

$$\therefore 3x + 8x - 17 + 10 = 180$$

$$\therefore 11x - 7 = 180$$

$$\therefore 11x - 7 + 7 = 180 + 7$$

$\therefore\ 11x = 187$

$\therefore\ x = \frac{187}{11}$

$\therefore\ x = 17$

$\therefore\ ACB = 3x - 17 = (3 \times 17) - 17 = 51 - 17 = 34$

$\therefore \angle ACD = 8x + 10 = (8 \times 17) + 10 = 136 + 10 = 146$

$m\angle A + m\angle B = m\angle ACD$

.....(त्रिकोणाच्या बाह्यकोनाच्या गुणधर्मानुसार)

$\therefore\ \angle A + \angle B = 146$

$\therefore\ 2m\angle A = 146$ ....($m\angle A = m\angle B$)

$\therefore\ \angle A = \frac{146}{2} = 73$

$\therefore\ m\angle A = m\angle B = 73^0$

$\therefore\ \angle ACB = 34^0,\ \angle BCD = 146^0,\ \angle A = 73^0,\ \angle B = 73^0$