7. महत्वमापन

सरावसंच 7.1

1. एका शंकूच्या तळाची त्रिज्या 1.5 सेमी असून, त्याची लंबउंची 5 सेमी आहे; तर त्या शंकूचे घनफळ काढा.

रीत : येथे, r = 1.5 सेमी, h = 5 सेमी

शंकूचे घनफळ = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ____ (सूत्र)

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.5^2 \times 5$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5 \times 5$ ____ (किमती भरून)

= 11.785 घसेमी

उत्तर : शंकूचे घनफळ 11.79 घसेमी आहे.

2. 6 सेमी व्यास असलेल्या गोलाचे घनफळ काढा.

रीत : येथे, व्यास (d) = 6 सेमी

∴ त्रिज्या (r) = $\frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{6}{2}$ = 3 सेमी

गोलाचे घनफळ = $\frac{4}{3}\pi r^3$ ____(सूत्र)

$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 3^3$ ____(किमती भरून)

$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 3 \times 3 \times 3$

= 113.04 घसेमी

उत्तर : गोलाचे घनफळ 113.04 घसेमी आहे.

3. एका लंबवृत्तचितीच्या तळाची त्रिज्या 5 सेमी व उंची 40 सेमी. मापन असेल, तर तिचे एकूण पृष्ठफळ काढा.

रीत : येथे, r = 5 सेमी व h = 40 सेमी

वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफळ $= 2\pi r (h + r)$ ___(सूत्र)

$= 2 \times 3.14 \times 5 \times (40 + 5)$

___(किमती भरून)

$= 3.14 \times 10 \times 45$

= 1413 चौसेमी

उत्तर : वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफळ 1413 चौसेमी आहे.

4. एका गोलाची त्रिज्या 7 सेमी असेल, तर त्याचे वक्रपृष्ठफळ काढा.

रीत : येथे, r = 7 सेमी

गोलाचे वक्रपृष्ठफळ $= 4\pi r^2$ ____(सूत्र)

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7^2$

____(किमती भरून)

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

= 616 चौसेमी

उत्तर : गोलाचे वक्रपृष्ठफळ 616 चौसेमी आहे.

5. धातूच्या एका इष्टिकाचितीची लांबी, रुंदी आणि उंची अनुक्रमे 44 सेमी, 21 सेमी आणि 12 सेमी आहे. ती वितळवून 24 सेमी उंचीचा शंकू तयार केला, तर शंकूच्या तळाची त्रिज्या काढा.

रीत : येथे, इष्टिकाचितीसाठी, l = 44 सेमी, b = 21 सेमी, h = 12 सेमी

इष्टिकाचितीचे घनफळ = l × b × h ___(सूत्र)

= 44 × 21 × 12 घसेमी ____ (1)

शंकूसाठी, त्रिज्या = R सेमी, उंची (H) = 24 सेमी

शंकूचे घनफळ = $\frac{1}{3}\pi r^2 H$ ___(सूत्र)

= $\frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times R^2 \times 24$ घसेमी

इष्टिकाचिती वितळवून तिच्यापासून शंकू तयार केला.

∴ शंकूचे घनफळ = इष्टिकाचितीचे घनफळ

∴ $\frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times R^2 \times 24 = 44 \times 21 \times 12$ ____(1) व (2) वरून

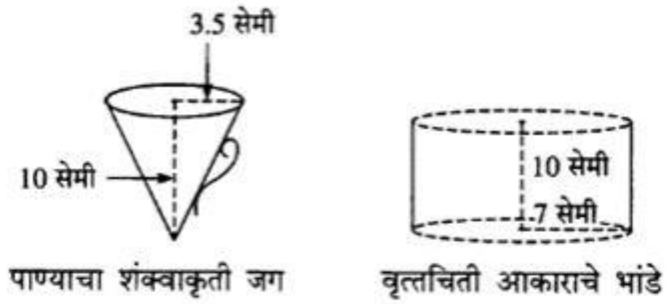
∴ $R^2 = \frac{44 \times 21 \times 12 \times 3 \times 7}{22 \times 24}$

∴ $R^2 = 441$

∴ R = 21 ____(दोन्ही बाजूंची वर्गमुळे घेऊन)

उत्तर : शंकूच्या तळाची त्रिज्या 21 सेमी आहे.

6. आकृतीमधील भांड्यांची मापे पाहा. त्यावरून वृत्तचिती आकाराच्या भांड्यात किती जग भरून पाणी मावेल हे काढा.



रीत : पाण्याच्या शंक्वाकृती जगसाठी r = 3.5 सेमी, h = 10 सेमी

जगातील पाण्याचे घनफळ $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ____(सूत्र)

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 3.5^2 \times 10$ घसेमी ___(1)

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 3.5 \times 3.5 \times 10$

वृत्तचिती आकाराच्या भांड्यासाठी R = 7 सेमी, H = 10 सेमी

वृत्तचिती आकाराच्या भांड्याचे घनफळ $= \pi r^2 H$ ___ (सूत्र)

$= \pi \times 7^2 \times 10$

$= \pi \times 7 \times 7 \times 10$घसेमी

वृत्तचिती आकाराच्या भांड्यात किती जग भरून पाणी मावेल हे काढण्यासाठी वृत्तचिती आकाराच्या भांड्याच्या घनफळाला जगातील पाण्याच्या घनफळाने भागू.

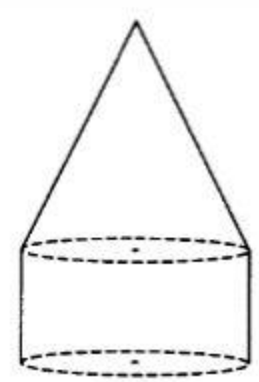
$$\therefore \frac{\text{वृत्तचिती आकाराच्या भांड्याचे घनफळ}}{\text{जगातील पाण्याचे घनफळ}} = \frac{\pi\times 7\times7\times10}{\frac{1}{3}\times\pi\times3.5\times3.5\times10} \quad \text{____(1) व (2) वरून}$$

$$= \frac{3\times 7\times7\times7\times10}{3.5\times3.5\times10}$$

$$= 12$$

उत्तर : वृत्तचिती आकाराच्या भांड्यात 12 जग भरून पाणी मावेल.

7. वृत्तचिती व शंकू समान तळाचे आहेत. वृत्तचितीवर शंकू ठेवला. वृत्तचिती भागाची उंची 3 सेमी असून, तळाचे क्षेत्रफळ 100 चौसेमी आहे. जर संपूर्ण घनाकृतीचे घनफळ 500 घसेमी असेल, तर संपूर्ण घनाकृतीची उंची काढा.



रीत : वृत्तचितीसाठी, उंची (h) = 3 सेमी

तळाचे क्षेत्रफळ (πr^2) = 100 चौसेमी

वृत्तचितीचे घनफळ $= \pi r^2 h$ ___ (सूत्र)

$= 100 \times 3$ ____(किमती भरून)

= 300 घसेमी

शंकूसाठी, उंची = H सेमी, तळाचे क्षेत्रफळं (πr^2) = 100 सेमी^{2}

शंकूचे घनफळ $= \frac{1}{3}\pi r^2 H$ ___(सूत्र)

$= \frac{1}{3} \times 100 \times H$ घसेमी

दोन्ही भरीव आकृत्यांचे घनफळ = (वृत्तचिती भागाचे घनफळ + शंक्वाकृती भागाचे घनफळ)

$500 = 300 + \frac{1}{3} \times 100 \times H$

$\therefore\ 500 - 300 = \frac{1}{3} \times 100 \times H$

$\therefore\ 200 \times \frac{3}{100} = H$

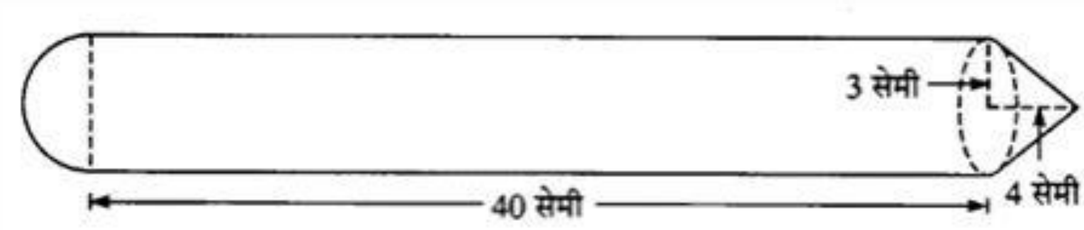
$\therefore\ H = 6$ सेमी

आकृतीची एकूण उंची = (वृत्तचिती भागाची उंची+ शंक्वाकृती भागाची उंची)

$= 3 + 6 = 9$ सेमी

उत्तर : आकृतीची एकूण उंची 9 सेमी आहे.

8. पुढील चित्रात दिलेल्या माहितीवरून; अर्धगोल, वृत्तचिती व शंकूपासून तयार झालेल्या खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ काढा.



रीत : खेळणे अर्धगोल, शंकू व वृत्तचिती अशा तीन वेगवेगळ्या आकारांनी बनलेले आहे.

शंक्वाकृती भागासाठी,

$r = 3$ सेमी, $h = 4$ सेमी.

$l^2 = r^2 + h^2$

$= 3^2 + 4^2$

$\therefore l^2 = 9 + 16 = 25$

$\therefore l = 5$ सेमी ____(दोन्ही बाजूंची वर्गमुळे घेऊन)

शंक्वाकृती भागाचे वक्रपृष्ठफळ = πrl

$= \pi \times 3 \times 5$

$= 15\pi$ चौसेमी

वृत्तचिती भागासाठी,

$r = 3$ सेमी, $h = 40$ सेमी

वृत्तचिती भागाचे वक्रपृष्ठफळ $= 2\pi rh$

$= 2 \times \pi \times 3 \times 40$

$= 240\ \pi$ चौसेमी

अर्धगोलाकृती भागासाठी,

$r = 3$ सेमी

अर्धगोलाकृती भागाचे वक्रपृष्ठफळ $= 2\pi r^2$

$= 2 \times \pi \times 3^2$

$= 2 \times \pi \times 9$

$= 18\ \pi$ चौसेमी

खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ = शंक्वाकृती भागाचे वक्रपृष्ठफळ + वृत्तचिती भागाचे वक्रपृष्ठफळ + अर्धगोलाकृती भागाचे वक्रपृष्ठफळ

$= 15\ \pi + 240\ \pi + 18\ \pi$

$= 273\ \pi$ चौसेमी

उत्तर : खेळण्याचे एकूण पृष्ठफळ $273\ \pi$ चौसेमी आहे.

9. आकृतीमध्ये, वृत्तचिती आकाराच्या चपट्या गोळ्यांचे 10 सेमी लांबीचे एक वेष्टन आहे. एका गोळीची त्रिज्या 7 मिमी आणि उंची 5 मिमी असल्यास अशा किती गोळ्या त्या वेष्टनात मावतील ?

रीत : येथे, वृत्तचिती आकाराच्या वेष्टनासाठी,

वेष्टनाची लांबी म्हणजेच उंची होय.

h = 10 सेमी = 100 मिमी ___ (10 मिमी = 1 सेमी)

व्यास = 14 मिमी

त्रिज्या (r) = $\frac{\text{व्यास}}{2}$ = $\frac{14}{2}$ = 7 मिमी

∴ वृत्तचिती आकाराच्या वेष्टनाचे घनफळ = $\pi r^2 h$

$= \pi \times 7^2 \times 100$

$= \pi \times 7 \times 7 \times 100$ ___(1)

वृत्तचिती आकाराच्या गोळीसाठी,

त्रिज्या (R) = 7 मिमी व उंची (H) = 5 मिमी

∴ वृत्तचिती आकाराच्या एका गोळीचे घनफळ = $\pi R^2 H$

$= \pi \times 7^2 \times 5$

$= \pi \times 7 \times 7 \times 5$ ___(2)

वेष्टनात मावणाऱ्या गोळ्यांची संख्या $= \dfrac{\text{वेष्टनाचे घनफळ}}{\text{एका गोळीचे घनफळ}}$

$= \dfrac{\pi r^2 h}{\pi R^2 H}$

$= \dfrac{\pi \times 7 \times 7 \times 100}{\pi \times 7 \times 7 \times 5}$ ____ (1) व (2) वरून

$= 20$

उत्तर : वेष्टनात 20 गोळ्या मावतील.

10. आकृतीमध्ये, मुलांचे एक खेळणे आहे. ते एक अर्धगोल व एक शंकू यांच्या साहाय्याने केले आहे. आकृतीत दर्शवलेल्या मापांवरून खेळण्याचे घनफळ व पृष्ठफळ काढा.

($\pi = 3.14$)

रीत : खेळण्याच्या शंक्वाकृती भागासाठी,

r= 3 सेमी, h = 4 सेमी

$l^2 = r^2 + h^2$ ___ (सूत्र)

$= 3^2 + 4^2$

$= 9 + 16$

$= 25$ ___(किमती भरून)

$\therefore l = 5$ ___(दोन्ही बाजूंची वर्गमुळे घेऊन)

खेळण्याच्या शंक्वाकृती भागाचे वक्रपृष्ठफळ = πrl ___(सूत्र)

$= 3.14 \times 3 \times 5$ ____(किमती भरून)

= 47.10 चौसेमी

खेळण्याच्या शंक्वाकृती भागाचे घनफळ = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ___(सूत्र)

$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 3 \times 3 \times 4$

= 37.68 घसेमी

खेळण्याच्या अर्धगोलाकृती भागासाठी, r = 3 सेमी

खेळण्याच्या अर्धगोलाकृती भागाचे वक्रपृष्ठफळ = $2\pi r^2$

$= 2 \times 3.14 \times 3 \times 3$

= 56.52 चौसेमी

खेळण्याच्या अर्धगोलाकृती भागाचे घनफळ = $\frac{2}{3}$ πr^3

= $\frac{2}{3}$ × 3.14 × 3 × 3 × 3

= 56.52 घसेमी

∴ खेळण्याचे घनफळ = खेळण्याच्या शंक्वाकृती भागाचे घनफळ + खेळण्याच्या अर्धगोलाकृती भागाचे घनफळ

= 37.68 + 56.52

= 94.20 घसेमी

खेळण्याचे वक्रपृष्ठफळ = खेळण्याच्या शंक्वाकृती भागाचे वक्रपृष्ठफळ + खेळण्याच्या अर्धगोलाकृती भागाचे वक्रपृष्ठफळ

= 47.10 + 56.52

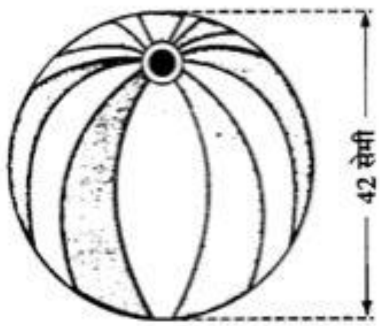
= 103.62 चौसेमी

उत्तर : खेळण्याचे घनफळ 94.20 घसेमी

व खेळण्याचे पृष्ठफळ 103.62 चौसेमी आहे.

11. आकृतीत दाखवलेल्या बीच बॉलचे पृष्ठफळ व घनफळ काढा.

रीत : बीच बॉलचा आकार गोलाकृती आहे.



व्यास (d) = 42 सेमी

∴ त्रिज्या (r) = $(\frac{\text{व्यास}}{2}) = \frac{42}{2} = 21$ सेमी

बीच बॉलचे पृष्ठफळ = $4\pi r^2$ ___(सूत्र)

$= 4 \times 3.14 \times 21^2$ ___(किमती भरून)

$= 4 \times 3.14 \times 21 \times 21$

$= 5538.96$ चौसेमी

बीच बॉलचे घनफळ = $\frac{4}{3} \pi r^3$ ___(सूत्र)

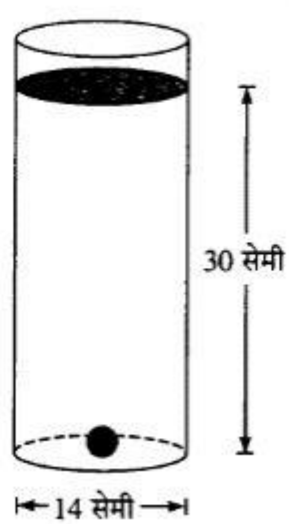
$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 21^3$ ___(किमती भरून)

$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 21 \times 21 \times 21$

= 38772.72 घसेमी

उत्तर : बीच बॉलचे पृष्ठफळ 5538.96 चौसेमी व बीच बॉलचे घनफळ 38772.72 घसेमी आहे.

12. आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे एका वृत्तचिती आकाराच्या ग्लासमध्ये पाणी आहे व त्यामध्ये एक धातूची 2 सेमी व्यासाची गोळी बुडालेली आहे; तर पाण्याचे घनफळ काढा.



रीत : येथे ग्लास वृत्तचिती आकाराचा आहे.

ग्लाससाठी, व्यास (d) = 14 सेमी

∴ त्रिज्या (r) = $\frac{\text{व्यास}}{2}$ = $\frac{14}{2}$ = 7 सेमी

h= 30 सेमी

गोळी असताना ग्लासमधील पाण्याचे घनफळ = $\pi r^2 h$ ___(सूत्र)

= $\pi \times 7 \times 7 \times 30$ ____(किमती भरून)

= 1470π घसेमी ___(1)

गोळीसाठी, व्यास (D) = 2 सेमी

$\therefore$ त्रिज्या (R) = $\frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{2}{2} = 1$ सेमी

धातूच्या गोळीचे घनफळ = $\frac{4}{3}\pi R^3$ ___(सूत्र)

= $\frac{4}{3}\pi \times (1)^3$ ___(किमती भरून)

= 1.33π घसेमी ____ (3)

$\therefore$ पाण्याचे घनफळ = गोळी असताना ग्लासमधील पाण्याचे घनफळ – गोळीचे घनफळ

= $1470\pi - 1.33\pi$ ____ (1) व (2) वरून

= 1468.67π घसेमी

उत्तर : पाण्याचे घनफळ 1468.67π घसेमी आहे.

सरावसंच 7.2

1. 30 सेमी उंची असलेल्या शंकूछेदाच्या आकाराच्या पाण्याच्या बादलीच्या वर्तुळाकार बाजूच्या त्रिज्या 14 सेमी व 7 सेमी असल्यास बादलीमध्ये किती लीटर पाणी मावेल ?

(1 लीटर = 1000 घसेमी)

रीत : येथे, h = 30 सेमी, r_1= 14 सेमी, r_2 = 7 सेमी

शंकूछेदाच्या आकाराच्या बादलीमध्ये तिच्या घनफळाइतके पाणी मावेल.

शंकूछेदाचे घनफळ $= \frac{1}{3}\pi h \ ({r_1}^2 + {r_2}^2 + r_1 + \times \ r_2)$ ___(सूत्र)

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 30(14^2 + 7^2 + 14 \times 7)$

$= \frac{22}{7} \times 10(196 + 49 + 98)$

$= \frac{22}{7} \times 10 \times 343$

= 10780 घसेमी

$= \frac{10780}{1000}$ लीटर ___(1 लीटर = 1000 घसेमी)

= 10.780 लीटर

उत्तर : बादलीमध्ये 10.78 लीटर पाणी मावेल.

2. शंकूछेदाच्या वर्तुळाकार भागांच्या त्रिज्या 14 सेमी व 6 सेमी आहेत व त्याची उंची 6 सेमी असल्यास पुढील किमती काढा : ($\pi = 3.14$)

(i) शंकूछेदाचे वक्रपृष्ठफळ

(ii) शंकूछेदाचे एकूण पृष्ठफळ

(iii) शंकूछेदाचे घनफळ.

रीत : येथे, $r_1 = 14$ सेमी, $r_2 = 6$ सेमी, h = 6 सेमी.

शंकूछेदाची तिरकस उंची (l) $= \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

$= \sqrt{6^2 + (14 - 6)^2}$

$= \sqrt{6^2 + 8^2}$

$= \sqrt{36 + 64}$

$= \sqrt{100}$

= 10 सेमी

(i)\ शंकूछेदाचे वक्रपृष्ठफळ $= \pi(r_1 + r_2)l$

$= 3.14(14 + 6) \times 10$

$= 3.14 \times 20 \times 10$

= 628 सेमी

(ii) शंकूछेदाचे एकूण पृष्ठफळ $= \pi(r_1 + r_2)l + \pi {r_1}^2 + \pi {r_2}^2$

$= 3.14(14 + 6) \times 10 + 3.14 \times 14^2 + 3.14 \times 6^2$

$= 3.14[20 \times 10 + 14^2 + 6^2]$

$= 3.14[200 + 196 + 36]$

$= 3.14[432]$

$= 1356.48$ चौसेमी

(iii) शंकूछेदाचे घनफळ= $\frac{1}{3}\pi h \left(r_1{}^2 + r_2{}^2 + r_1 + \times r_2\right)$

$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 6(14^2 + 6^2 + 14 \times 6)$

$= 3.14 \times 2(196 + 36 + 84)$

$= 3.14 \times 2 \times 316$

$= 1984.48$ घसेमी

उत्तर : (i) शंकूछेदाचे वक्रपृष्ठफळ = 628 चौसेमी;

(ii) शंकूछेदाचे एकूण पृष्ठफळ = 1356.48 चौसेमी व

(iii) शंकूछेदाचे घनफळ = 1984.48 घसेमी आहे.

3. आकृतीमध्ये, एका शंकूछेदाच्या वर्तुळाकार पायांचे परीघ अनुक्रमे 132 सेमी व 88 सेमी आहेत व उंची 24 सेमी आहे; तर त्या शंकूछेदाचे वक्रपृष्ठफळ काढण्यासाठी पुढील कृती पूर्ण करा : ($\pi = \frac{22}{7}$)

रीत :

परीघ$_1$ $= 2\pi r_1 = 132$

$r_1 = \frac{132}{2\pi} = \square$ सेमी

परीघ$_2$ $= 2\pi r_2 = 88$

$r_2 = \frac{88}{2\pi} = \square$ सेमी

शंकूछेदाची तिरकस उंची = l

$l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

$l = \sqrt{\square + \square}$

l = $\square$ सेमी

शंकूछेदाचे वक्रपृष्ठफळ $= \pi(r_1 + r_2)l$

$= \pi \times \square \times \square$

$= \square$ चौसेमी

उत्तर :

परीघ$_1$ $= 2\,\pi r_1 = 132$

$r_1 = \frac{132}{2\pi} = \boxed{21}$ सेमी

परीघ$_2$ $= 2\,\pi r_2 = 88$

$r_2 = \frac{88}{2\pi} = \boxed{14}$ सेमी

शंकूछेदाची तिरकस उंची = l

$l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

$l = \sqrt{\boxed{24}^2 + \boxed{7}^2}$

$l = \boxed{25}$ सेमी

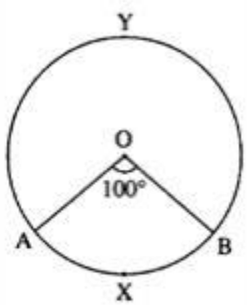
शंकूछेदाचे वक्रपृष्ठफळ $= \pi(r_1 + r_2)l$

$= \pi \times \boxed{35} \times \boxed{25}$

$= \boxed{2750}$ चौसेमी

4. सोबतच्या आकृतीवरून सारणी पूर्ण करा :

कंसाचा प्रकार	कंसाचे नाव	कंसाचे माप
लघुवर्तुळकंस	कंस AXB	$\boxed{----}$
$\boxed{----}$	कंस AYB	$\boxed{----}$



उत्तर :

कंसाचा प्रकार	कंसाचे नाव	कंसाचे माप
लघुवर्तुळकंस	कंस AXB	$\boxed{100°}$

कंसाचा प्रकार	कंसाचे नाव	कंसाचे माप
विशाल वर्तुळकंस	कंस AYB	260°

सरावसंच 7.3

1. वर्तुळाची त्रिज्या 10 सेमी आहे. वर्तुळकंसाचे माप 54° असल्यास त्या कंसाने मर्यादित केलेल्या वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ काढा.

($\pi = 3.14$)

रीत : येथे, r = 10 सेमी, $\theta = 54^\circ$

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = $\frac{\theta}{360} \pi r^2$ ___ (सूत्र)

$= \frac{54}{360} \times 3.14 \times 10 \times 10$

$= \frac{54}{360} \times 314$

= 47.10 चौसेमी

उत्तर : वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 47.10 चौसेमी आहे.

2. एका वर्तुळकंसाचे माप 80° आणि त्रिज्या 18 सेमी आहे, तर त्या वर्तुळकंसाची लांबी शोधा.

($\pi = 3.14$)

रीत : येथे, r = 18 सेमी, θ = 80°

वर्तुळकंसाची लांबी $= \frac{\theta}{360} 2\pi r^2$ ____(सूत्र)

$= \frac{80}{360} \times 2 \times 3.14 \times 18$

= 25.12 सेमी

उत्तर : वर्तुळकंसाची लांबी 25.12 सेमी आहे.

3. वर्तुळपाकळीची त्रिज्या 3.5 सेमी असून, तिच्या वर्तुळकंसाची लांबी 2.2 सेमी आहे, तर वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ काढा.

रीत : येथे, r = 3.5 सेमी, l = 2.2 सेमी

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = $\frac{\text{वर्तुळकंसाची लांबी} \times \text{त्रिज्या}}{2}$ ___(सूत्र)

$= \frac{l \times r}{2}$

$= \frac{2.2 \times 3.5}{2}$

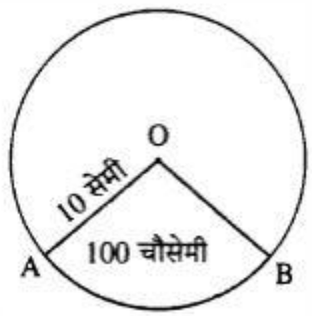
= 3.85 चौसेमी

उत्तर : वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 3.85 चौसेमी आहे.

4. वर्तुळाची त्रिज्या 10 सेमी आहे. त्याच्या एका वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 100 चौसेमी आहे, तर तिच्या संगत विशाल वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ काढा. (π = 3.14)

रीत : येथे, r = 10 सेमी,

लघु वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = 100 चौसेमी



वर्तुळाचे क्षेत्रफळ = πr^2 ___(सूत्र)

= 3.14 × 10 - 10

= 314 सेमी

विशाल वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = वर्तुळाचे क्षेत्रफळ - संगत लघुवर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ

= 314 - 100

= 214 चौसेमी

उत्तर : विशाल वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 214 चौसेमी आहे.

5. 15 सेमी त्रिज्या असलेल्या एका वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफ 30 चौसेमी असेल, तर संबंधित वर्तुळकंसाची लांबी काढा.

रीत : येथे, r = 15 सेमी, वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = 30 चौसेमी

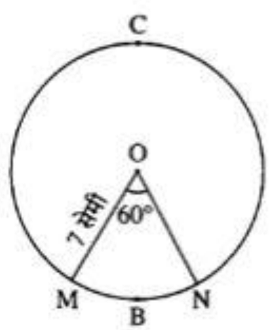
वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = $\frac{l \times r}{2}$ ___ (सूत्र)

$\therefore 30 = \frac{l \times 15}{2}$

$\therefore l = \frac{30 \times 2}{15} = 4$ सेमी

उत्तर : वर्तुळकंसाची लांबी 4 सेमी आहे.

6. आकृतीत वर्तुळाची त्रिज्या 7 सेमी आहे आणि m(कंस MBN) = 60° तर (i) वर्तुळाचे क्षेत्रफळ काढा. (ii) A(O-MBN) काढा. (iii) A(O- MCN) काढा.



रीत : येथे, r = 7 सेमी, θ = 60°

(i) वर्तुळाचे क्षेत्रफळ $= \pi r^2$ ____ (सूत्र)

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

= 154 चौसेमी.

(ii) A(O - MBN) $= \frac{\theta}{360} \pi r^2$

$= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= \frac{77}{3}$ सेमी^{2}

= 25.7 चौसेमी

(iii) A(O-MCN) = वर्तुळाचे क्षेत्रफळ – A(O-MBN)

$= 154 - \frac{77}{3}$

$= \frac{385}{3}$ सेमी^{2}

= 128.3 चौसेमी

उत्तर : (i) वर्तुळाचे क्षेत्रफळ = 154 चौसेमी,

(ii) A(O-MBN) = 25.7 चौसेमी व (iii) A(O-MCN) 128.3 चौसेमी आहे.

7. 3.4 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळपाकळीची परिमिती 12.8 सेमी आहे, तर वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ काढा.

रीत : येथे, r = 3.4 सेमी, वर्तुळपाकळीची परिमिती = 12.8 सेमी

वर्तुळपाकळी P– ABC ची परिमिती = PA + PC + वर्तुळकंस ABC ची लांबी

12.8 = 3.4 + 3.4 + वर्तुळकंस ABC ची लांबी

∴ वर्तुळकंस ABC ची लांबी = 12.8 – 6.8

$= 6$ सेमी

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = $\frac{l \times r}{2}$

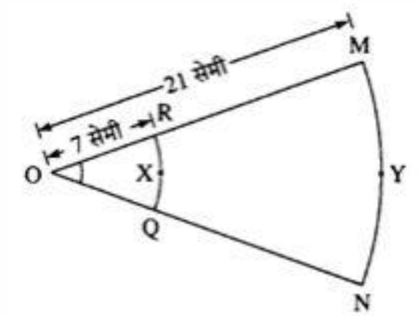
$= \frac{6 \times 3.4}{2} = 10.2$ चौसेमी

उत्तर : वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 10.2 चौसेमी आहे.

8. आकृतीमध्ये, बिंदू O हे वर्तुळपाकळीचे केंद्र आहे.

$\triangle ROQ = < MON = 60^\circ$, OR = 7 सेमी, OM = 21 सेमी, तर कंस RXQ व कंस MYN ची लांबी काढा.

$(\pi = \frac{22}{7})$



रीत : $\theta = 60^\circ$, OR = 7 सेमी, OM = 21 सेमी. OR = r मानू

व OM = R मानू.

कंस RXQ ची लांबी $= \frac{\theta}{360} 2\pi r$ ___ (सूत्र)

$= \frac{60}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7$

$= \frac{22}{3} = 7.33$ सेमी

कंस MYN ची लांबी $= \frac{\theta}{360}\ 2\pi R$ ___ (सूत्र)

$= \frac{60}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21$

$= 22$ सेमी.

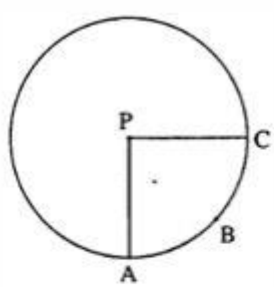
उत्तर : कंस RXQ ची लांबी 7.33 सेमी आणि

कंस MYN ची लांबी 22 सेमी आहे.

9. आकृतीत, A(P– ABC) = 154 चौसेमी आणि वर्तुळाची त्रिज्या 14 सेमी असेल, तर

(i) < APC चे माप काढा.

(ii) कंस ABC ची लांबी काढा.



रीत : येथे, r = 14 सेमी, A(P– ABC) = 154 चौसेमी.

(i) A(P-ABC) $= \frac{\theta}{360}\ \pi r^2$ ___(सूत्र)

$\therefore 154 = \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$ ____(किमती भरून)

$\therefore\ \theta = \frac{154\times360\times7}{22\times14\times14}$

$= 90^\circ$

$\therefore \angle APC = 90^\circ$

(ii) कंस ABC ची लांबी = $\frac{\theta}{360}\ \pi r$

$= \frac{90}{360} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 14$

= 22 सेमी.

उत्तर : (i) $\angle APC = 90^\circ$

आणि (ii) कंस ABC ची लांबी 22 सेमी आहे.

10. वर्तुळपाकळीची त्रिज्या 7 सेमी आहे. जर वर्तुळपाकळीच्या कंसांची मापे पुढीलप्रमाणे असतील, तर त्या वर्तुळपाकळ्यांची क्षेत्रफळे काढा :

(i) 30° (ii) 210° (iii) 3 काटकोन.

रीत : येथे, r = 7 सेमी.

(i) $\theta = 30^\circ$ असताना,

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360}\ \pi r^2$ ____(सूत्र)

$= \frac{30}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= \frac{77}{6}$

$= 12.83$ चौसेमी.

(ii) $\theta = 210^\circ$ असताना,

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} \pi r^2$ ___(सूत्र)

$= \frac{210}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= \frac{539}{6}$

$= 89.83$ चौसेमी

(iii) 3 काटकोन $= 3 \times 90^\circ$

$= 270^\circ$

$\theta = 270^\circ$ असताना,

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} \pi r^2$ ___(सूत्र)

$= \frac{270}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= \frac{231}{2}$

$= 115.5$ चौसेमी.

उत्तर : वर्तुळपाकळ्यांची क्षेत्रफळे : (i) 12.83 चौसेमी, (ii) 89.83 चौसेमी व (iii) 115.5 चौसेमी आहेत.

11. लघुवर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 3.85 चौसेमी व संगत केंद्रीय कोनाचे माप 36° असल्यास त्या वर्तुळाची त्रिज्या काढा.

रीत : येथे, लघुवर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = 3.85 चौसेमी, $\theta = 36^\circ$.

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = $\frac{\theta}{360}\ \pi r^2$ ___(सूत्र)

$3.85 = \frac{36}{360} \times \frac{22}{7} \times r^2$ ___(किमती भरून)

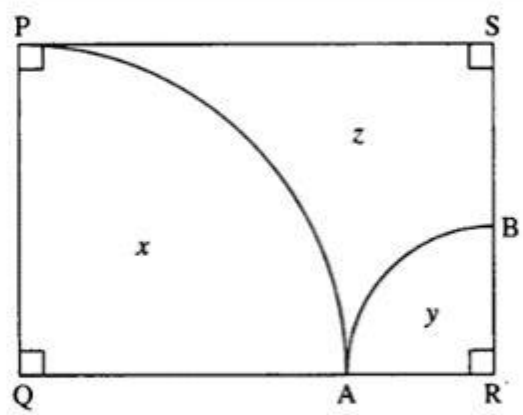
$\therefore\ r^2 = \frac{3.85 \times 360 \times 7}{36 \times 22}$

$= \frac{49}{4}$ ____(दोन्ही बाजूंची वर्गमुळे घेऊन)

$\therefore$ r = 3.5 सेमी

उत्तर : वर्तुळाची त्रिज्या 3.5 सेमी आहे.

12. आकृतीत ■PQRS हा आयत असून PQ = 14 सेमी, QR = 21 सेमी, तर आकृतीत दाखवलेल्या x, y आणि z या प्रत्येक भागाचे क्षेत्रफळ काढा.



रीत : Q-PA या वर्तुळपाकळीसाठी,

θ= 90°, r = 14 सेमी

$\therefore$ A (Q-PA) = $\frac{\theta}{360}\pi r^2$ ___ (सूत्र)

$= \frac{90}{360} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$

= 154 चौसेमी

$\therefore$ x = 154 चौसेमी

R-AB या वर्तुळपाकळीसाठी,

θ= 90°,

QR = QA + AR ____(Q - A - R)

21 = 14 + AR

$\therefore$ AR = 7 सेमी

$\therefore$ r = 7 सेमी

$\therefore$ A(R - AB) = $\frac{\theta}{360}\pi r^2$ ___ (सूत्र)

$= \frac{90}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= \frac{77}{2}$ = 38.5 चौसेमी

$\therefore$ y = 38.5 चौसेमी

आयताचे क्षेत्रफळ = लांबी $\times$ रुंदी ____(सूत्र)

A(■ PQRS) = PS × PQ

= 21 × 14 ____(QR = 21 सेमी)

= 294 चौसेमी

Z चे क्षेत्रफळ = A(■ PQRS) - (x + y)

= 294 - (154 + 38.5)

= 294 - 192.5

= 101.50 चौसेमी

उत्तर : x या भागाचे क्षेत्रफळ = 154 चौसेमी;

y या भागाचे क्षेत्रफळ 38.5 चौसेमी आणि

z या भागाचे क्षेत्रफळ 101.50 चौसेमी आहे.

13. Δ LMN हा समभुज त्रिकोण आहे. LM = 14 सेमी. त्रिकोणाचा प्रत्येक शिरोबिंदू केंद्रबिंदू मानून व 7 सेमी त्रिज्या घेऊन आकृतीत दाखवल्याप्रमाणे तीन वर्तुळपाकळ्या M काढल्या.

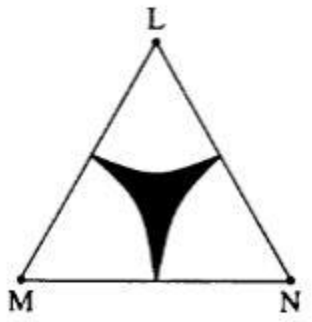
त्यावरून,

(i) A(Δ LMN) = ?

(ii) एका वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ काढा.

(iii) तीन वर्तुळपाकळ्यांचे एकूण क्षेत्रफळ काढा.

(iv) रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ काढा.



रीत : येथे, LM = 14 सेमी, r = 7 सेमी.

(i) Δ LMN हा समभुज त्रिकोण आहे. ___ (दिले आहे.)

समभुज त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ = $\frac{\sqrt{3}}{4} \times$ बाजू^{2} ___ (सूत्र)

$\therefore A(\Delta\ LMN) = \frac{\sqrt{3}}{4} \times LM^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 14^2$

$= \frac{\sqrt{3} \times 14 \times 14}{4}$

$= \sqrt{3} \times 7 \times 7$

$= 1.732 \times 49$

$= 84.868$ चौसेमी

(ii) L केंद्रबिंदू असलेल्या वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ $= \frac{\theta}{360} \pi r^2$

$= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

$= \frac{77}{3}$

= 25.67 चौसेमी.

(iii) तीन वर्तुळपाकळ्यांचे एकूण क्षेत्रफळ

= 3 × (L केंद्रबिंदू असलेल्या वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ)

= 3 × 25.67 = 77.01 चौसेमी.

(iv) रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ

= A(Δ LMN) – तीन वर्तुळपाकळ्यांचे एकूण क्षेत्रफळ

= 84.87 – 77.01

= 7.86 चौसेमी.

उत्तर :(i) A(Δ LMN) = 84.87 चौसेमी;

(ii) एका वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = 25.67 चौसेमी;

(iii) तीन वर्तुळपाकळ्यांचे एकूण क्षेत्रफळ = 77.01 चौसेमी व

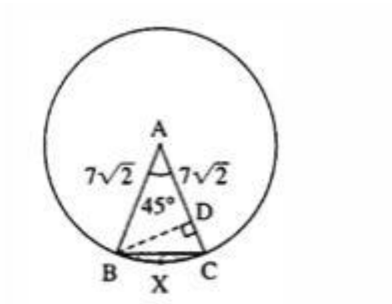
(iv) रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ = 7.86 चौसेमी.

सरावसंच 7.4

1. आकृतीमध्ये, A केंद्र असलेल्या वर्तुळात

$< ABC = 45°$, $AC = 7\sqrt{2}$ सेमी, तर वर्तुळखंड BXC चे क्षेत्रफळ काढा.

($\pi = 3.14, \sqrt{2} = 1.41$)



[टीप : या उदाहरणात $< BAC = 45°$, घ्यावा.]

रीत : पद्धत 1 :

$\theta = 45°$, $r = 7\sqrt{2}$ सेमी.

रेख $BD \perp$ बाजू AC काढा. ___ (A-D-C)

$< BAD = 45°$, ___(दिले आहे.)

$< BDA = 90°$ __(रचना)

$\therefore < ABD = 45°$ ___(त्रिकोणाचा उरलेला कोन)

$\therefore \triangle ABD$ हा समद्विभुज काटकोन त्रिकोण आहे.

$\triangle ABD$ या काटकोन त्रिकोणात,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

$\therefore (7\sqrt{2})^2 = AD^2 + BD^2$ ____(BD = AD)

$\therefore 49 \times 2 = 2AD^2$

$\therefore AD^2 = 49$

$\therefore AD = 7$ __(दोन्ही बाजूंची वर्गमूळे घेऊन)

$\therefore BD = 7$ सेमी

त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची __ (सूत्र)

$A(\Delta ABC) = \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= \frac{1}{2} \times 7\sqrt{2} \times 7$

$= \frac{49\sqrt{2}}{2}$ चौसेमी

$A(A - BXC) = \frac{\theta}{360} \pi r^2$ __(सूत्र)

$= \frac{45}{360} \times 3.14 \times 7\sqrt{2} \times 7\sqrt{2}$

$= \frac{1}{8} \times 3.14 \times 49 \times 2$

$= \frac{1.57 \times 49}{2}$ चौसेमी

वर्तुळखंड BXC चे क्षेत्रफळ = $A(A\text{-}BXC) - A(\Delta ABC)$

$= \frac{1.57 \times 49}{2} - \frac{49\sqrt{2}}{2}$

$= \frac{49(1.57-\sqrt{2})}{2} = \frac{49\times0.16}{2} = 3.92$ चौसेमी

पद्धत 2 :

वर्तुळखंड EXC चे क्षेत्रफळ $= r^2[\frac{\pi\theta}{360} - \frac{\sin\theta}{2}]$

$= (7\sqrt{2})^2[\frac{3.14\times45}{360} - \frac{\sin 45}{2}]$

$= (49 \times 2)[\frac{3.14}{8} - \frac{1/\sqrt{2}}{2}]$

$= 98 \ [\frac{1.57}{4} - \frac{1}{2\sqrt{2}}]$

$= 98 \ [\frac{1.57}{4} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}]$

$= 98[\frac{1.57-\sqrt{2}}{4}]$ ____$(\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2)$

$= 98[\frac{1.57-1.41}{4}]$

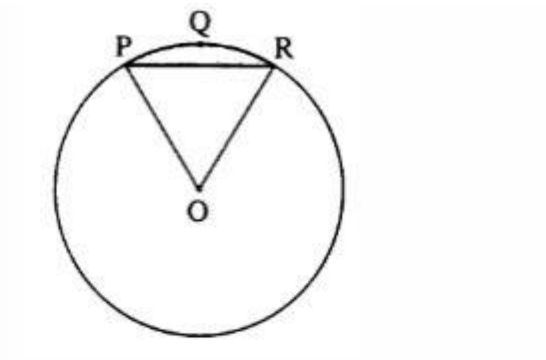
$= 98 \ [\frac{0.16}{4}]$

$= 98[0.04]$

$= 3.92$ चौसेमी.

उत्तर : छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ 3.92 चौसेमी आहे.

2. आकृतीमध्ये O हे वर्तुळकेंद्र आहे. m(कंस PQR) = 60°, OP = 10 सेमी, तर छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ काढा. (π = 3.14, $\sqrt{3}$ = 1.73)



रीत :

वर्तुळखंड PQR चे क्षेत्रफळ $= r^2\left[\frac{\pi\theta}{360} - \frac{\sin\theta}{2}\right]$ ___(सूत्र)

$= (10)^2\left[\frac{3.14\times60}{360} - \frac{\sin 60}{2}\right]$

$= 100\left[\frac{3.14}{6} - \frac{\sqrt{3}/2}{2}\right]$

$= 98\left[\frac{1.57}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right]$

$= 98\left[\frac{4\times1.57-\sqrt{3}\times3}{12}\right]$ ____($\sqrt{2}\times\sqrt{2} = 2$)

$= 98\left[\frac{4\times1.57-1.73\times3}{12}\right]$

$= 98\left[\frac{6.28-5.19}{12}\right]$

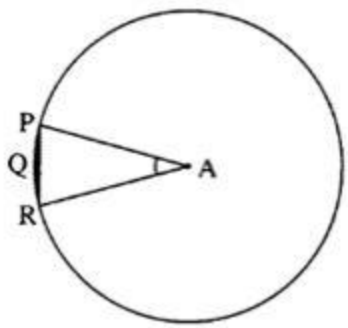
$= 98\left[\frac{1.09}{12}\right]$

$= \frac{109}{12}$

= 9.08 चौसेमी.

उत्तर : वर्तुळखंड BXC चे क्षेत्रफळ = 9.08 चौसेमी आहे.

3. A केंद्र असलेल्या वर्तुळात $< PAR = 30°$, AP = 7.5 तर, वर्तुळखंड PQR चे क्षेत्रफळ काढा. ($\pi = 3.14$)



उत्तर :

वर्तुळखंड PQR चे क्षेत्रफळ = $r^2[\frac{\pi\theta}{360} - \frac{\sin\theta}{2}]$ ___(सूत्र)

$= (7.5)^2[\frac{3.14\times30}{360} - \frac{\sin 30}{2}]$

$= (7.5)^2 \ [\frac{3.14}{12} - \frac{1/2}{2}]$

$= (7.5)^2 \ [\frac{3.14}{12} - \frac{1}{4}]$

$= (7.5)^2 \ [\frac{3.14}{12} - \frac{3}{12}]$

$=7.5 \times 7.5 \times [\frac{0.14}{12}]$

= 0.65625 चौएकक.

उत्तर : वर्तुळखंड PQR चे क्षेत्रफळ 0.65625 चौएकक आहे.

4. केंद्र O असलेल्या वर्तुळात PQ ही जीवा आहे. < POQ = 90° आणि छायांकित भागाचे क्षेत्रफळ 114 चौसेमी आहे, तर वर्तुळाची त्रिज्या काढा. (π = 3.14)

रीत : येथे, θ = 90°

वर्तुळखंड PRQ चे क्षेत्रफळ = 114 चौसेमी.

वर्तुळखंड PRO चे क्षेत्रफळ = $r^2[\frac{\pi\theta}{360} - \frac{\sin\theta}{2}]$ __(सूत्र)

$114 = r^2[\frac{3.14\times90}{360} - \frac{\sin\theta}{2}]$

$= r^2 [\frac{3.14}{4} - \frac{1}{2}]$

$= r^2 [\frac{3.14}{12} - \frac{2}{4}]$

$= r^2 [\frac{1.14}{4}]$

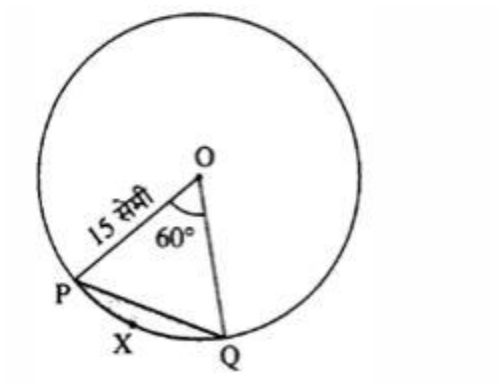
$r^2 = \frac{114\times4}{1.14} = \frac{114\times4\times100}{114} = 400$

r = 20 __(दोन्ही बाजूंची वर्गमुळे घेऊन)

उत्तर : वर्तुळाची त्रिज्या 20 सेमी आहे.

5. 15 सेमी त्रिज्या असलेल्या वर्तुळाची PQ ही जीवा वर्तुळाच्या केंद्राशी 60° चा कोन करते. त्या जीवेमुळे झालेल्या विशालवर्तुळखंड आणि लघुवर्तुळखंड यांची क्षेत्रफळे काढा.

($\pi = 3.14$, $\sqrt{3} = 1.73$)



रीत : येथे, r = 15 सेमी, $\theta = 60^\circ$

वर्तुळाचे क्षेत्रफळ $= \pi r^2$ ___(सूत्र)

$= 3.14 \times 15^2$

$= 3.14 \times 15 \times 15$

= 706.5 चौसेमी.

लघुवर्तुळखंड PXQ चे क्षेत्रफल $= r^2[\frac{\pi\theta}{360} - \frac{\sin\theta}{2}]$ ___(सूत्र)

$= 15^2[\frac{3.14\times60}{360} - \frac{\sin 60}{2}]$

$= 225[\frac{3.14}{6} - \frac{\sqrt{3/2}}{2}]$

$= 225\ [\frac{1.57}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}]$

$= 225[\frac{1.57}{3} - \frac{1.73}{4}]$

$= \quad 225\ [\frac{1.57\times4-1.73\times3}{12}]$

$= 225\left[\frac{6.28-5.19}{12}\right]$

$= \ 225[\frac{1.09}{12}]$

= 20.43 चौसेमी

विशालवर्तुळखंड PYQ चे क्षेत्रफळ = वर्तुळाचे क्षेत्रफळ – लघुवर्तुळखंड PXQ चे क्षेत्रफळ

= 706.5 चौसेमी – 20.43 चौसेमी

= 686.0625 चौसेमी

= 686.07 चौसेमी

उत्तर : विशालवर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ 686.07 चौसेमी व लघुवर्तुळखंडाचे क्षेत्रफळ 20.43 चौसेमी आहे.

संकीर्ण प्रश्नसंग्रह 7

1. पुढील बहुपर्यायी प्रश्नांच्या उत्तरांचा अचूक पर्याय निवडा :

(i) जर वर्तुळाचा परीघ व वर्तुळाचे क्षेत्रफळ यांचे गुणोत्तर 2 : 7 असेल, तर वर्तुळाचा परीघ किती ?

(A) 14 π (B) $\frac{7}{\pi}$ (C) 7 π (D) $\frac{14}{\pi}$

उत्तर : (A) 14 π

(ii) 44 सेमी लांबी असलेल्या वर्तुळकंसाचे माप 160° असेल, तर त्या वर्तुळाचा परीघ किती?

(A) 66 सेमी (B) 44 सेमी (C) 160 सेमी (D) 99 सेमी

उत्तर : (D) 99 सेमी

(iii) कंसाचे माप 90° आणि त्रिज्या 7 सेमी असलेल्या वर्तुळपाकळीची परिमिती काढा.

(A) 44 सेमी (B) 25 सेमी (C) 36 सेमी (D) 56 सेमी

उत्तर : (B) 25 सेमी

(iv) तळाची त्रिज्या 7 सेमी व उंची 24 सेमी असलेल्या शंकूचे वक्रपृष्ठफळ किती?

(A) 440 सेमी ^{2} (B) 550 सेमी ^{2} (C) 330 सेमी ^{2} (D) 110 सेमी ^{2}

उत्तर : (B) 550 सेमी ^{2}

(v) 5 सेमी त्रिज्येच्या वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ 440 सेमी ^{2} असल्यास त्या वृत्तचितीची उंची किती ?

(A) $\frac{44}{\pi}$ सेमी (B) 22 π सेमी (C) 14 π सेमी (D) $\frac{22}{\pi}$ सेमी

उत्तर : (A) $\frac{44}{\pi}$ सेमी

(vi) एक शंकू वितळवून त्याच्या तळाच्या त्रिज्येएवढ्याच त्रिज्येची वृत्तचिती तयार केली. जर वृत्तचितीची उंची 5 सेमी असेल, तर शंकूची उंची किती?

(A) 15 सेमी (B) 10 सेमी (C) 18 सेमी (D) 5 सेमी

उत्तर : (A) 15 सेमी

(vii) 0.01 सेमी बाजू असलेल्या घनाचे घनफळ किती घसेमी ?

(A) 1 (B) 0.001 (C) 0.0001 (D) 0.000001

उत्तर : (D) 0.000001

(viii) एक घनमीटर घनफळ असलेल्या घनाच्या बाजूची लांबी किती?

(A) 1 सेमी (B) 10 सेमी (C) 100 सेमी (D) 1000 सेमी

उत्तर : (C) 100 सेमी

2. एका शंकूछेदाच्या आकाराच्या कपडे धुण्याच्या टबची उंची 21 सेमी आहे. टबच्या दोन्ही वर्तुळाकार बाजूंच्या त्रिज्या 20 सेमी व 15 सेमी आहेत; तर टबमध्ये किती लीटर पाणी मावेल ?

($\pi = \frac{22}{7}$)

रीत : येथे, h = 21 सेमी, r_1 = 20 सेमी, r_2 = 15 सेमी.

शंकूछेदाच्या आकाराच्या टबमध्ये त्याच्या घनफळाइतके पाणी मावेल.

शंकूछेदाच्या आकाराच्या टबाचे घनफळ $= \frac{1}{3} \pi \left(r_1{}^2 + r_2{}^2 + r_1 \times r_2\right) h$

$= \frac{1}{3} - \frac{22}{7} (20^2 + 15^2 + 20 \times 15) \times 21$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times (400 + 225 + 300)$

$= 22 \times (925)$

= 20350 सेमी^{3}

$= \frac{20350}{1000}$ लीटर ___[1 लीटर = 1000 सेमी^{3} , 1 मी^{3} = 1000 लीटर]

= 20.35 लीटर

उत्तर : टबमध्ये 20.35 लीटर पाणी मावेल.

3. प्लॅस्टिकच्या 1 सेमी त्रिज्येच्या लहान गोळ्या वितळवून वृत्तचिती आकाराची नळी तयार केली. नळीची जाडी 2 सेमी, उंची 90 सेमी व बाह्यत्रिज्या 30 सेमी असेल; तर त्या नळीसाठी किती गोळ्या वितळवल्या असतील?

[टीप : वृत्तचिती आकाराची नळी पोकळ आहे.]

रीत : येथे, प्लॅस्टिकच्या गोळीची त्रिज्या (r) = 1 सेमी.

नळीसाठी : उंची (H) = 90 सेमी,

बाह्यत्रिज्या (R_1= 30 सेमी,

आतील त्रिज्या (R_2) = 30 – 2 = 28 सेमी.

नळीचे घनफळ नळीसाठी लागणाऱ्या गोळ्यांची संख्या = $\frac{\text{नळीचे घनफळ}}{\text{गोळीचे घनफळ}}$

$= \dfrac{\pi({R_1}^2 - {R_2}^2)H}{\frac{4}{3}\pi r^3}$ __(सूत्र)

$= \dfrac{3(30^2 - 28^2)90}{4\times1\times1\times1}$ __(किमती भरून)

$= \frac{3}{4}\times (900 - 784) \times 90$

$= \frac{3}{4}\times 116 \times 90$

= 7830

उत्तर : नळीसाठी 7830 गोळ्या वितळवल्या असतील.

4. लांबी 16 सेमी, रुंदी 11 सेमी व उंची 10 सेमी असलेल्या धातूच्या इष्टिकाचितीपासून ज्याची जाडी 2 मिमी आहे व व्यास 2 सेमी आहे अशी काही नाणी तयार केली, तर किती नाणी तयार होतील?

रीत : येथे,

इष्टिकाचितीसाठी, लांबी (l) = 16 सेमी, रुंदी (b) = 11 सेमी, उंची (h) = 10 सेमी नाण्यासाठी :

नाण्याची जाडी म्हणजेच उंची होय.

उंची (H) = 2 मिमी = 0.2 सेमी __(10 मिमी = 1 सेमी)

व्यास (d) = 2 सेमी

त्रिज्या = $\frac{\text{व्यास}}{2}$ = $\frac{2}{2}$ = 1 सेमी

∴ त्रिज्या (r) = 1 सेमी.

नाण्याचा आकार वृत्तचितीचा असतो.

नाण्यांची संख्या = $\frac{\text{इष्टिकाचितीचे घनफळ}}{\text{नाण्याचे घनफळ}}$

$$= \frac{l \times b \times h}{\pi r^2 H}$$ __(सूत्र)

$$= \frac{16 \times 11 \times 10}{\frac{22}{7} \times 1^2 \times 0.2}$$ __(किमती भरून)

$$= \frac{16 \times 11 \times 10 \times 7 \times 10}{22 \times 1 \times 1 \times 0.2}$$

$= 2800$

उत्तर : 2800 नाणी तयार होतील.

5. एका रोलरचा व्यास 120 सेमी आणि लांबी 84 सेमी आहे. एक मैदान एकदा सपाट करण्यासाठी रोलरचे 200 फेरे पूर्ण होतात; तर 10 रुपये प्रति चौरस मीटर या दराने ते मैदान सपाट करण्याचा एकूण खर्च काढा.

रीत : रोलरचा आकार वृत्तचितीसारखा असतो.

व्यास (d) = 120 सेमी,

त्रिज्या (r) = $\frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{120}{2}$ = 60 सेमी

रोलरची लांबी म्हणजेच उंची होय.

उंची (h) = 84 सेमी.

रोलरचे वक्रपृष्ठफळ = $2\pi rh$ ____(सूत्र)

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 60 \times 84$

= 31680 चौसेमी.

रोलरने 1 फेऱ्यात आक्रमिलेले अंतर म्हणजेच त्याचे वक्रपृष्ठफळ होय.

∴ रोलरने 200 फेऱ्यांत पूर्ण केलेले अंतर

= 200 × रोलरचे वक्रपृष्ठफळ

$= 200 \times 31680$

= 6336000 चौसेमी

$= \frac{6336000}{10000}$ चौमी

= 633.6 चौमी ___(100 सेमी = 1 मीटर)

मैदान सपाट करण्याचा एकूण खर्च

= प्रति चौरस मीटर दर × सपाट केलेल्या मैदानाचे क्षेत्रफळ

= 10 × 633.6

= Rs. 6336

उत्तर : मैदान सपाट करण्याचा एकूण खर्च Rs. 6336 आहे.

6. व्यास 12 सेमी व जाडी 0.01 मीटर असलेला एक धातूचा पोकळ गोल आहे. तर त्या गोलाच्या बाहेरील भागाचे पृष्ठफळ काढा व धातूची घनता 8.88 ग्रॅम प्रति घनसेंटिमीटर असल्यास त्या गोलाचे वस्तुमान काढा.

[टीप : गोलाचा बाहेरील व्यास 12 सेमी आहे.]

रीत : येथे, व्यास (d) = 12 सेमी, जाडी = 0.01 मीटर = 1 सेमी

गोलाची बाहेरील त्रिज्या (r) = $\frac{\text{व्यास}}{2}$ = $\frac{12}{2}$ = 6 सेमी

__(1 मीटर = 100 सेमी)

गोलाची आतील त्रिज्या (R) = 6 सेमी – 1 सेमी = 5 सेमी.

गोलाच्या बाहेरील भागाचे पृष्ठफळ = $4\pi r^2$

= 4 × 3.14 × 6 × 6

$= 452.16$ सेमी^{2}

गोल पूर्ण भरीव असता तर त्याचे घनफळ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 6^3$

त्यातून काढून टाकायचा पूर्ण पोकळ गोलाकृती भाग $= \frac{4}{3}\pi R^3$

$= \frac{4}{3}\pi \times 5^3$

$\therefore$ गोलाचे घनफळ $= \frac{4}{3}\pi \times 6^3 - \frac{4}{3}\pi \times 5^3$

$= \frac{4}{3}\pi \ (6^3 - 5^3)$

$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times (216 - 125)$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 91$

$= 381.33$ घसेमी

$\therefore$ धातूच्या गोलाचे वस्तुमान = घनफळ $\times$ घनता

$= 381.33$ घसेमी $\times$ 8.88 ग्रॅम / घसेमी

$= 3386.21$ ग्रॅम.

उत्तर : गोलाचे वस्तुमान 3386.21 ग्रॅम आहे.

7. एका लंबवृत्तचितीच्या आकाराच्या बादलीचा तळाचा व्यास 28 सेमी व उंची 20 सेमी आहे. ही बादली वाळूने पूर्ण भरली आहे. त्या बादलीतील वाळू जमिनीवर अशा रितीने ओतली, की वाळूचा शंकू तयार होईल. वाळूच्या शंकूची उंची 14 सेमी असेल तर शंकूच्या तळाचे क्षेत्रफळ काढा.

रीत : लंबवृत्तचिती आकाराच्या बादलीसाठी : व्यास (d) = 28 सेमी

∴ त्रिज्या (r) = $\frac{\text{व्यास}}{2}$ = $\frac{28}{2}$ = 14 सेमी , h = 20 सेमी

शंक्वाकृती आकाराच्या वाळूसाठी : उंची (H) = 14 सेमी

लंबवृत्तचिती आकाराच्या बादलीतील वाळूचे घनफळ = शंक्वाकृती आकाराच्या वाळूचे घनफळ

$$\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi R^2 \text{ H}$$

$$\therefore \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 20 = \frac{1}{3}(\pi R^2) \times 14$$

__(शंकूचा तळ = πR^2)

$$\therefore \pi R^2 = \frac{22 \times 14 \times 14 \times 20 \times 3}{7 \times 14}$$

= 2640 चौसेमी.

उत्तर : शंकूच्या तळाचे क्षेत्रफळ 2640 चौसेमी आहे.

8. एका धातूच्या गोळ्याची त्रिज्या 9 सेमी आहे. तो गोळा वितळवून 4 मिमी व्यासाची धातूची तार काढली, तर त्या तारेची लांबी किती मीटर असेल ?

रीत : धातूच्या गोळ्यासाठी : त्रिज्या (r) = 9 सेमी = 9 मीटर

$= \frac{9}{100}$ मीटर ___ (1 मीटर = 100 सेमी)

धातूच्या तारेसाठी : व्यास (D) = 4 मिमी

∴ त्रिज्या (R) = $\frac{\text{व्यास}}{2}$ = $\frac{4}{2}$ = 2 मिमी

$= \frac{2}{1000}$ मीटर __ (1 मीटर = 1000 मिमी)

तारेची लांबी म्हणजेच उंची होय.

धातूच्या गोळ्याचे घनफळ = धातूच्या तारेचे घनफळ

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi R^2 \text{ H}$$

$$\frac{4}{3} \times \left(\frac{9}{100}^3\right) = \left(\frac{2}{1000}\right)^2 \times H$$

$$\therefore H = \frac{4}{3} \times \frac{9}{100} \times \frac{9}{100} \times \frac{9}{100} \times \frac{1000}{2} \times \frac{1000}{2}$$

$$\therefore H = 243 \text{ मीटर}$$

उत्तर : तारेची लांबी 243 मीटर असेल.

9. 6 सेमी त्रिज्या असलेल्या एका वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ 15 π सेमी ^{2} आहे, तर त्या पाकळीच्या कंसाचे माप काढा व वर्तुळकंसाची लांबी काढा.

रीत : येथे,

त्रिज्या (r) = 6 सेमी, वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = 15 π सेमी ^{2}

वर्तुळपाकळीचे क्षेत्रफळ = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$ ____(सूत्र)

$$15\pi = \frac{\theta}{360} \times \pi \times 6 \times 6$$

$$\therefore \theta = \frac{15 \times 360}{6 \times 6}$$

$$= 150°$$

वर्तुळकंसाची लांबी = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$$= \frac{150}{360} \times 2 \times \pi \times 6$$

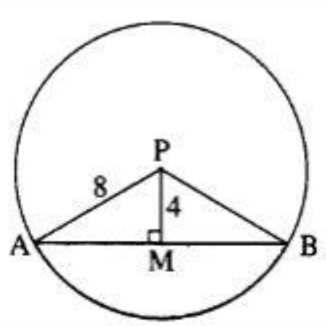
= 5π सेमी

उत्तर : कंसाचे माप = 150° व वर्तुळकंसाची

लांबी = 5π सेमी आहे.

10. आकृतीत, P हे वर्तुळाचे केंद्र असून, रेख AB ही जीवा आहे. PA = 8 सेमी आणि जीवा AB वर्तुळकेंद्रापासून 4 सेमी अंतरावर असेल, तर रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ काढा.

(π = 3.14, $\sqrt{3}$ = 1.73)



रीत : आकृतीत P हे वर्तुळकेंद्र असून, रेख AB ही जीवा आहे. समजा, वर्तुळकेंद्र P मधून टाकलेला लंब जीवा AB ला M बिंदूत छेदतो. (A-M-B)

PA ही वर्तुळाची त्रिज्या आहे.

r = 8 सेमी.

जीवा वर्तुळकेंद्रापासून 4 सेमी अंतरावर आहे, याचा अर्थ केंद्रापासून जीवा AB चे लंबअंतर 4 सेमी आहे.

हे अंतर PM आहे.

याचा अर्थ रेख PM ⊥ जीवा AB __(1)

Δ PMA हा काटकोन त्रिकोण आहे.

Δ PMA या काटकोन त्रिकोणात,

PA = 8 सेमी, PM = 4 सेमी __(दिले आहे.)

∴ $PM = \frac{1}{2} PA$

∴ 30°-60°-90° त्रिकोणाच्या प्रमेयाच्या व्यत्यासावरून,

$\angle PAM = 30°$

$\angle PMA = 90°$ __(1)वरून

∴ $\angle APM = 60°$ __(त्रिकोणाचा उरलेला कोन) ∴

Δ PAM हा 30°-60°-90° मापाचा त्रिकोण आहे.

30°-60°–90° त्रिकोणाच्या प्रमेयावरून,

$AM = \frac{\sqrt{3}}{2} \times AP$ ___(60° कोनासमोरील बाजू)

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$ सेमी

$AB = 2 \times AM$

$= 2 \times 4\sqrt{3}$

$= 8\sqrt{3}$ सेमी

त्याचप्रमाणे सिद्ध करता येईल की, $\angle BPM = 60°$

$\angle APB = \angle APM + \angle BPA$ ___(कोनांच्या बेरजेचे गृहीतक)

$= 60° + 60° = 120°$

$A(P - AB) = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{120}{360} \times 3.14 \times 8 \times 8$

$= 66.99$ चौसेमी

त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची ___(सूत्र)

$\therefore A(\Delta PAB) = \frac{1}{2} \times AB \times PM$

$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 4$

$= 4\sqrt{3} \times 4$

$= 16 \times 1.73$

$= 27.68$ चौसेमी.

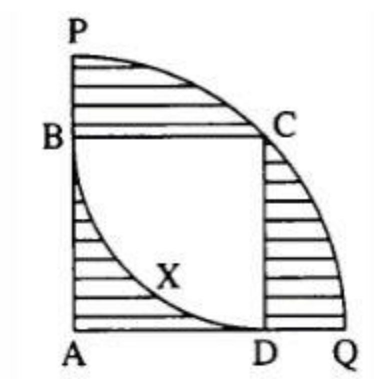
रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ = A(P - AB) - A(Δ PAB)

= 66.99 - 27.68

= 39.31 चौसेमी.

उत्तर : रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ 39.31 चौसेमी आहे.

11. वर्तुळपाकळी A-PCQ मध्ये, ■ ABCD हा चौरस आहे. C-BXD या पाकळीची त्रिज्या 20 सेमी असेल, तर रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ काढण्यासाठी पुढील कृती करा :



उकल : चौरस ABCD ची बाजू = वर्तुळपाकळी C-BXD ची त्रिज्या = ☐ सेमी

चौरसाचे क्षेत्रफळ = ☐ बाजू ^{2} = ☐ __ (1)

चौरसातील रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ = चौरस ABCD चे क्षेत्रफळ – वर्तुळपाकळी C-BXD चे क्षेत्रफळ

$= \square - \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \square - \frac{90}{360} \times \frac{3.14}{1} \times \frac{400}{1}$

$= \square - 314$

मोठ्या वर्तुळपाकळीची त्रिज्या = चौरस ABCD च्या कर्णाची लांबी

$= 20\sqrt{2}$

मोठ्या वर्तुळपाकळीतील चौरसाबाहेरील रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ = वर्तुळपाकळी A-PCQ चे क्षेत्रफळ - चौरस ABCD चे क्षेत्रफळ

= A(A - PCQ) - A(■ ABCD)

$= (\frac{\theta}{360} \times \pi r^2) - \square$

$= \frac{90}{360} \times 3.14(20\sqrt{2})^2 - (20)^2$

$= \square - \square = \square$

∴ रेखांकित भागाचे एकूण क्षेत्रफळ = 86 + 228 = 314 चौसेमी.

उकल : चौरस ABCD ची बाजू = वर्तुळपाकळी C-BXD ची त्रिज्या = $\boxed{20}$ सेमी

चौरसाचे क्षेत्रफळ = $\boxed{20}$ बाजू^{2} = $\boxed{400 \text{सेमी}^2}$ — (1)

चौरसातील रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ = चौरस ABCD चे क्षेत्रफळ – वर्तुळपाकळी C-BXD चे क्षेत्रफळ

$= \boxed{BC^2} - \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \boxed{20^2} - \frac{90}{360} \times \frac{3.14}{1} \times \frac{400}{1}$

$= \boxed{400} - 314$

मोठ्या वर्तुळपाकळीची त्रिज्या = चौरस ABCD च्या कर्णाची लांबी

$= 20\sqrt{2}$

मोठ्या वर्तुळपाकळीतील चौरसाबाहेरील रेखांकित भागाचे क्षेत्रफळ = वर्तुळपाकळी A-PCQ चे क्षेत्रफळ - चौरस ABCD चे क्षेत्रफळ

= A(A - PCQ) - A(■ ABCD)

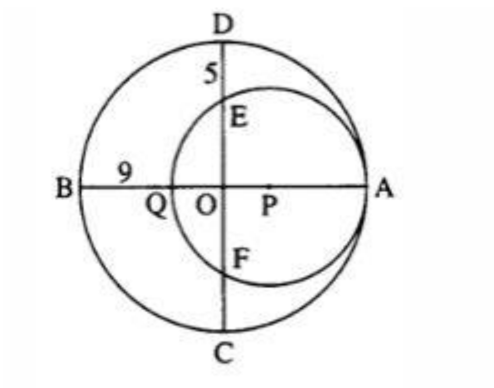
$= (\frac{\theta}{360} \times \pi r^2) - \boxed{BC^2}$

$= \frac{90}{360} \times 3.14(20\sqrt{2}^2) - (20)^2$

$= \boxed{628} - \boxed{400} = \boxed{228 सेमी^2}$

∴ रेखांकित भागाचे एकूण क्षेत्रफळ = 86 + 228 = 314 चौसेमी.

12. O आणि P केंद्रे असलेली वर्तुळे बिंदू A मध्ये आतून स्पर्श करतात. जर, BQ = 9, DE = 5, तर वर्तुळाच्या त्रिज्या शोधण्यासाठी पुढील कृती करा :



उकल : मोठ्या वर्तुळाची त्रिज्या R मानू.

लहान वर्तुळाची त्रिज्या r मानू.

OA, OB, OC आणि OD या मोठ्या वर्तुळाच्या त्रिज्या

∴ OA = OB = OC = OD = R

PQ = PA= r

OQ = OB - BQ = ☐

OE = OD – DE = ☐

P केंद्र असलेल्या वर्तुळात दोन जीवांच्या आंतरविभाजनाच्या गुणधर्मानुसार,

OQ × OA = OE× OF

$\square$ × R = $\square$ × $\square$ (∵ OE = OF)

R^2 - 9R = R^2 - 10R + 25

R = $\square$

AQ = 2r = AB - BQ

2r = 50 - 9 = 41

r = $\boxed{\frac{}{}}$ = $\square$

उकल : मोठ्या वर्तुळाची त्रिज्या R मानू.

लहान वर्तुळाची त्रिज्या r मानू.

OA, OB, OC आणि OD या मोठ्या वर्तुळाच्या त्रिज्या

∴ OA = OB = OC = OD = R

PQ = PA= r

OQ = OB - BQ = $\boxed{R-9}$

OE = OD – DE = $\boxed{R-5}$

P केंद्र असलेल्या वर्तुळात दोन जीवांच्या आंतरविभाजनाच्या गुणधर्मानुसार,

OQ × OA = OE× OF

$\boxed{R-9}$ × R = $\boxed{R-5}$ × $\boxed{R-5}$ (∵ OE = OF)

R^2 - 9R = R^2 - 10R + 25

R = $\boxed{25}$

AQ = 2r = AB - BQ

2r = 50 - 9 = 41

r = $\boxed{\frac{41}{2}}$ = $\boxed{20.5}$