9. सम प्रमाण आणि व्यस्त प्रमाण

सरावसंच 37

1. 7 किग्रॅ कांदे 140 रुपयांना तर 12 किग्रॅ कांदे किती रुपयांना मिळतील ?

उकल : 12 किलोग्रॅम कांद्यांची किंमत x मानू,

कांदयांचे वजन व त्यांची किंमत समप्रमाणात आहेत.

$\therefore \frac{7}{140} = \frac{12}{x}$

7 ला x ने आणि 12 ला 140 ने गुणावे,

$\therefore 7x = 12 \times 140$

$\frac{7x}{7} = \frac{12 \times 140}{7}$ ...... (दोन्ही बाजूंना 7 ने भागले)

$\therefore x = 12 \times 20$

$\therefore x = 240$

$\therefore$ 12 किलोग्रॅम कांद्याची किंमत 240 रुपये आहे.

2. 600 रुपयांमध्ये 15 पेंढ्या कडबा मिळतो, तर 1280 रुपयांमध्ये किती पेंढ्या कडबा मिळेल ?

उकल : 1280 रुपयांमध्ये x पेंढ्या कडबा मिळेल असे मानू,

पेंढयांची किंमत व पेंढयांची संख्या समप्रमाणात आहेत.

$\frac{15}{600} = \frac{x}{1280}$

600 ला x ने आणि 15 ला 1280 ने गुणावे

$\therefore 600x = 15 \times 1280$

$\therefore \frac{600\,x}{600} = \frac{15 \times 1280}{600}$ येथे दोन्ही बाजूंना 600 ने भागले.

$\therefore x = 32$

$\therefore$ 1280 रुपयांमध्ये 32 पेंढ्या कडबा मिळेल.

3. रोज 13 कि.ग्रॅ. 500 ग्रॅम पूरक खुराक 9 गाईंना पुरतो, त्याच प्रमाणात 12 गाईंना किती खुराक लागेल ?

उकल : 12 गाईंना x कि.ग्रॅ. खुराक लागेल असे मानू.

गाईंची संख्या व त्यांना लागणारा पूरक खुराक समप्रमाणात असल्यामुळे त्यांचे गुणोत्तर मांडून समीकरण मिळवू.

$$\frac{9}{13.5} = \frac{12}{x}$$

13 कि.ग्रॅ. 500 ग्रॅम = 13500 ग्रॅम

$$\frac{9}{13500} = \frac{12}{x}$$

$\therefore$ 9 ला x ने आणि 12 ला 13500 ने गुणावे,

$\therefore 9\,x = 13500 \times 12$

$\therefore x = \frac{13500 \times 12}{9}$

$= 18000 = 18$ कि.ग्रॅ.

$\therefore$ 12 गाईंना 18 कि.ग्रॅ. पूरक खुराक लागेल.

4. 12 क्विंटल सोयाबीनला 36,000 रुपये पडतात, तर 8 क्विंटल सोयाबीनची किंमत किती ?

उकल : 8 क्विंटल सोयाबिनची किंमत x रुपये मानू,

सोयाबीनचे वजन व त्याची किंमत समप्रमाणात असल्यामुळे त्यांचे गुणोत्तर मांडून समीकरण मिळवू,

$$\therefore \frac{12}{36000} = \frac{8}{x}$$

12 ला x ने आणि 8 ला 36000 ने गुणावे,

$$\therefore 12x = 8 \times 36000$$

$$\therefore \frac{12x}{12} = \frac{8 \times 36000}{12}$$ ......(दोन्ही बाजूंना 12 ने भागले)

$$\therefore x = 8 \times 3000$$

$$\therefore x = 24000$$

∴ 8 क्विंटल सोयाबीनची किंमत = 24000 रुपये.

5. दोन मोबाइलची किंमत 16,000 रुपये आहे. असे 13 मोबाइल खरेदी केले, तर एकूण किती रुपये लागतील ?

उकल : 13 मोबाइल ची किंमत x रु. मानू,

मोबाइलची संख्या व त्यांची किंमत समप्रमाणात असल्यामुळे त्यांचे गुणोत्तर मांडून समीकरण मिळवू,

$$\therefore \frac{2}{16000} = \frac{13}{x}$$

2 ला x ने आणि 13 ला 16000 ने गुणावे,

$\therefore 2x = 13 \times 16000$

$\therefore \frac{2x}{2} = \frac{13 \times 16000}{2}$ ......(दोन्ही बाजूंना 2 ने भागू)

$\therefore x = 13 \times 8000$

$\therefore x = 104000$

∴ 13 मोबाइल खरेदी केले, तर एकूण $1,04,000$ रुपये लागतील.

सरावसंच 38

1. एका शेताची खुरपणी पूर्ण करण्यास 5 मजुरांना 12 दिवस लागतात, तर 6 मजुरांना किती दिवस लागतील ? 15 मजुरांना किती दिवस लागतील ?

उकल : मजुरांची संख्या व त्यांना लागणारे दिवस यांचे असणारे प्रमाण हे व्यस्त आहे. मजुरांची संख्या व खुरपणीला लागणारा वेळ यांचा असणारा गुणाकार हा स्थिर आहे.

5 मजूरांना खूरपणी करण्यास 12 दिवस लागतात.

6 मजूरांना खूरपणी करण्यास m दिवस व 15 मजूरांना खूरपणी करण्यास n दिवस लागतील असे मानू,

$\therefore 6 \times m = 5 \times 12 \qquad \therefore 6m = 60 \qquad \therefore m = 10$

आणि $15 \times n = 5 \times 12 \qquad \therefore 15n = 60 \qquad \therefore n = 4$

∴ 6 मजुरांना 10 दिवस तर 15 मजुरांना 4 दिवस खुरपणीसाठी लागतील.

2. मोहनरावांनी रोज 40 पाने याप्रमाणे एक पुस्तक वाचले, तर ते पुस्तक 10 दिवसांत वाचून पूर्ण होते. तेच पुस्तक 8 दिवसांत वाचून पूर्ण करायचे असल्यास दररोज किती पाने वाचावीत ?

उकल : पुस्तकाची रोज वाचलेली पाने व पुस्तक वाचून पूर्ण करण्यास लागणारे दिवस व्यस्त प्रमाणात आहेत. म्हणून त्यांचा गुणाकार स्थिर आहे.

पुस्तक 8 दिवसात वाचून पूर्ण करण्यासाठी रोज p पाने वाचावी लागतील असे मानू,

$$8 \times p = 10 \times 40$$

$$\therefore 8p = 400$$

$$\therefore p = 50$$

$\therefore$ मोहनरावांनी तेच पुस्तक 8 दिवसांत वाचून पूर्ण करायचे असल्यास दररोज 50 पाने वाचावीत.

3. मेरीचा सायकल चालवण्याचा वेळ ताशी 6 किमी आहे. ती 12 किमी अंतरावरील मावशीच्या घरी जाणार आहे, तर तिला किती वेळ लागेल? तिच्या सायकलचा वेग ताशी 4 किमी झाला, तर तिला किती वेळ लागेल ?

उकल : मेरीचा सायकल चालवण्याचा वेळ ताशी 6 किमी आहे.

मेरीला 12 किमी अंतर जाण्यास x तास लागतात असे मानू,

वेग $\times$ वेळ $=$ अंतर

$$\therefore 6 \times x = 12$$

$$\therefore x = 2$$

$\therefore$ मेरीला ताशी 6 किमी वेगाने 12 किमी अंतर जाण्यास 2 तास लागतील.

मेरीच्या सायकलचा वेग 4 किमी झाल्यास y तास वेळ लागेल असे मानू,

$$4 \times y = 12$$

$$\therefore 4y = 12$$

$$\therefore y = 3$$

∴ सायकलचा वेग ताशी 4 किमी झाला, तर तिला 3 तास वेळ लागेल.

4. एका शासकीय गोदामातील धान्यसाठा 4000 माणसांना 30 दिवस पुरतो, तर तो धान्यसाठा 6000 माणसांना किती दिवस पुरेल ?

उकल : माणसांची संख्या व धान्यसाठा पुरण्याचे दिवस व्यस्तप्रमाणात आहेत. म्हणून त्यांचा गुणाकार स्थिर आहे.

6000 माणसांना तो धान्यसाठा x दिवस पुरेल असे मानू,

$$6000 \times x = 4000 \times 30$$

$$\therefore 6000x = 120000$$

$$\therefore x = \frac{120000}{6000}$$

$$\therefore x = 20$$

∴ धान्यसाठा 6000 माणसांना 20 दिवस पुरेल.

सरावसंच 39

1. सुरेश आणि रमेश यांनी 144000 रुपये 4:5 या प्रमाणात गुंतवून एक भूखंड खरेदी केला. काही वर्षांनी तो विकून त्यांना 20 % नफा मिळाला, तर प्रत्येकाला किती नफा मिळाला ?

उकल : भूखंड विकून त्यांना 20 % नफा झाला.

नफा $= \frac{14400 \times 20}{100} = 28800$ रु.

सुरेश आणि रमेश यांचे गुंतवणूकीचे प्रमाण = 4:5

गुंतवणूकीच्या प्रमाणात नफ्याची वाटणी होते म्हणून नफ्याचे प्रमाण = 4:5

सुरेश ची गुंतवणूक 4y व रमेश ची गुंतवणूक 5y मानू

$$4y + 5y = 28800$$

$$\therefore 9y = 28800$$

$$\therefore y = 3200 \text{ रु.}$$

$\therefore$ सुरेशचा नफा $= 4y = 4 \times 3200 = 12800$ रु.

$\therefore$ रमेशचा नफा $= 5y = 3200 \times 5 = 16000$ रु.

$\therefore$ सुरेशला नफा 12800 रु. आणि रमेशला नफा 16000 रु. मिळाला.

2. विराट व सम्राट यांनी अनुक्रमे 50000 रुपये व 120000 रुपये गुंतवून व्यवसाय चालू केला. या व्यवसायात त्यांना 20% तोटा झाला. तर प्रत्येकाला किती तोटा झाला ?

उकल :

विराट आणि सम्राट यांचे एकूण भांडवल = 50000 + 120000 = 170000

व्यवसायात त्यांना 20% तोटा झाला.

एकूण तोटा = $\frac{170000 \times 20}{100}$ = 34000 रु.

भांडवलाचे प्रमाण = 50000 : 120000 = 5 : 12

तोट्याचे प्रमाण = 5 : 12

विराटचा तोटा = $5x$ आणि सम्राटचा तोटा = $12x$

$5x + 12x = 34000$

$\therefore 17x = 34000$

$\therefore x = 2000$

$\therefore$ विराटचा तोटा = $5x = 5 \times 2000 = 10000$

$\therefore$ सम्राटचा तोटा = $12x = 12 \times 2000 = 24000$

$\therefore$ विराटला तोटा 10,000 रु. आणि सम्राटला तोटा 24,000 रु. तोटा झाला.

3. श्वेता, पियुष आणि नचिकेत या तिघांनी मिळून सोलापुरी चादर व टॉवेल विकण्याचा व्यवसाय 80,000 रु. गुंतवून सुरु केला. त्यांपैकी श्वेताचे भांडवल 30,000 रुपये होते व पियुषचे भांडवल 12,000 रुपये होते. त्यांना वर्षाखेरीस 24% नफा झाला, तर नचिकेतची भागीदारी किती होती ? नचिकेतला मिळालेल्या नफ्याची रक्कम किती ?

उकल : एकूण भांडवल 80000रु.

श्वेताचे भांडवल + पियुषचे भांडवल = 30,000 + 12000 = 42000 रु.

नचिकेतचे भांडवल = एकूण भांडवल – (श्वेताचे भांडवल + पियुषचे भांडवल)

नचिकेतचे भांडवल = 80000 – 42000 = 38000 रु.

नचिकेतचा नफा x रुपये मानू,

त्यांना वर्षाखेरीस 24 % नफा झाला.

$\therefore\ x = 38000$ चे 24% $= 38000 \times \frac{24}{100} = 9120$

$\therefore$ नचिकेतची भागीदारी 38000 रु. व नफा 9120 रु. मिळाला.

4. अ व ब यांनी मिळालेला 24500 रुपये नफा 3 : 7 या प्रमाणात वाटून घेतला. प्रत्येकाने आपल्याला मिळालेल्या नफ्यापैकी 2% रक्कम सैनिक कल्याण निधीला दिली, तर प्रत्येकाने किती रक्कम निधीसाठी दिली ?

उकल :

अ व ब यांनी मिळालेला 24500 रुपये नफा 3 : 7 या प्रमाणात वाटून घेतला.

अ ला $3x$ व ब ला $7x$ नफा मिळाला.

$3x + 7x = 24500$

$\therefore 10x = 24500$ $\therefore x = 2450$

'अ' चा नफा $= 3x = 3 \times 2450 = 7350$ रु.

'ब' चा नफा $= 7x = 7 \times 2450 = 17150$ रु.

'अ' ने 2% रक्कम सैनिक कल्याण निधीला दिली

$\therefore \frac{7350 \times 2}{100} = \frac{14700}{100} = 147$रु.

'ब' ने 2 % रक्कम सैनिक कल्याण निधीला दिली

$\therefore \frac{17150 \times 2}{100} = \frac{34300}{100} = 343$ रु.

∴ 'अ' ने 147 रु. रक्कम सैनिक कल्याण निधीला दिली

∴ 'ब' ने 343रु. रक्कम सैनिक कल्याण निधीला दिली

5. जया, सीमा, निखिल आणि निलेश यांनी व्यवसायासाठी 3 : 4 : 7 : 6 या प्रमाणात 360000 रुपयांची भागीदारी केली, तर जयाचे भांडवल किती रुपये होते ? त्यांना या व्यवहारात 12 % नफा झाला तर निखिलच्या वाट्याला किती रुपये मिळतील ?

उकल : एकूण भांडवल = 360000 रु.

जयाचे भांडवल $3x$, सीमाचे भांडवल $4x$, निखिलचे भांडवल $7x$ आणि निलेशचे भांडवल $6x$ मानू.

व्यवसायासाठी 3 : 4 : 7 : 6 या प्रमाणात 360000 रुपयांची भागीदारी त्यांनी केली आहे.

$\therefore 3x + 4x + 7x + 6x = 360000$

$20x = 360000 \therefore x = 18000$

$\therefore$ जयाचे भांडवल $3x = 3 \times 18000 = 54000$

त्यांना व्यवहारात 12 % नफा झाला आहे

$\therefore \frac{360000 \times 12}{100} = 43200$

नफ्याची वाटणी भांडवलाच्या प्रमाणात आहे.

$\therefore$ जयाचा नफा = $3y$, सीमाचा नफा = $4y$, निखिलचा नफा = $7y$ आणि

निलेशचा नफा = $6y$

$3y + 4y + 7y + 6y = 43200$

$20y = 43200 \qquad \therefore y = 2160$

निखिलचा नफा = $7y = 7 \times 2160 = 15120$

$\therefore$ जयाचे भांडवल 54,000 रु. होते. निखिलच्या वाट्याला 15,120 रु.येतील.

*****