4. गुणोत्तर व प्रमाण
Extra Questions

*** खाली दिलेल्या संख्यांच्या जोड्यामधील पहिल्या संख्येचे दुसऱ्या संख्येशी असलेले गुणोत्तर संक्षिप्त रूपात लिहा.....(1M)**

प्र 1) 84, 96

उकल : गुणोत्तर $= \frac{84}{96} = \frac{12 \times 7}{12 \times 8} = \frac{7}{8} = 7 : 8$

प्र 2) 54, 72

उकल : गुणोत्तर $= \frac{54}{72} = \frac{18 \times 3}{18 \times 4} = \frac{3}{4} = 3 : 4$

*** पुढील शतमाने संक्षिप्त गुणोत्तरांच्या रूपात लिहा. .(2 marks)**

प्र. 3) 225 %

उकल : $\frac{225}{100}$

$= \frac{45 \times 5}{20 \times 5}$

$= \frac{45}{20} = \frac{5 \times 9}{5 \times 4}$

BUDDHIRAJ

$= \frac{9}{4}$

$= 9 : 4$

प्र. 4) 25 : 100

उकल : $\frac{25}{100}$

$= \frac{5 \times 5}{20 \times 5}$

$= \frac{5}{20}$

$= \frac{1}{4}$

$= 1 : 4$

प्र. 5) 0. 32%

उकल : 0.32%

$= \frac{0.32}{100}$

$= \frac{0.32 \times 100}{100 \times 100}$ …… (अंशाला व छेदाला 100 ने गुणून)

$= \frac{32}{10000}$

BUDDHIRAJ

$$= \frac{8 \times 4}{25 \times 25 \times 4 \times 4}$$

$$= \frac{2}{25 \times 25}$$ ($\because$ 4 ने 8 ला भागून)

$$= \frac{2}{625}$$

=2:625

*** पुढील राशींपैकी पहिल्या राशीचे दुसऱ्या राशीशी असलेले गुणोत्तर संक्षिप्त रूपात लिहा..(2 marks)**

प्र 6) 15 रू, 13 रू, 60 पै.

उकल : 15 रू, 13 रू, 60 पैसे यांचे गुणोत्तर = $= \frac{(15 \times 100) \text{ पैसे}}{(13 \times 100) \text{ 60 पैसे}}$

($\because$ रूपयाचे रूपांतर पैसे मध्ये करून 1 रू = 100 पैसे)

$$= \frac{15 \text{ रू}}{13 \text{ रू } 60 \text{ पैसे}}$$

$$= \frac{1500}{1360}$$

$$= \frac{20 \times 75}{20 \times 68}$$

$$= \frac{75}{68}$$

= 75 : 68

BINDHIRAJ

येथे पहिल्या राशीचे आणि दुसऱ्या राशीचे वेगवेगळी आहेत.

गुणोत्तरासाठी दोन्हीं एकके समान हवीत म्हणून रूपयाचे

रूपांतर पैशांमध्ये करू.

∴ 13 रू. = 15 × 100 = 1500

$$= \frac{4.2 \times 1000 \text{ ग्रॅम}}{1700 \text{ ग्रॅम}}$$

आणि 13 रू - = 13 × 100 = 1300

(किलोग्रॅमचे रूपांतर ग्रॅममध्ये करून, ∵ 1 किलोग्रॅम = 1000 ग्रॅम)

Q. 7) 4.2 **किलोग्रॅम,** 1700 **ग्रॅम**

उकल : 4.2 **किलोग्रॅम,** 1700 **ग्रॅम**

$$= \frac{4.2 \times 1000 \text{ gm}}{1700 \text{ gm}}$$

$$[\because 1\text{kg} = 1000\text{gm}] = \frac{4200 \text{ gm}}{1700 \text{ gm}}$$

$$= \frac{50 \times 84 \text{ gm}}{50 \times 34 \text{ gm}}$$

$$= \frac{84}{34} = \frac{42}{17}$$

$$= 42 : 17$$

प्र. 8) 9 मिनिटे 40 सेकंद, 3 मिनिटे 8 सेकंद

उकल : 9 मिनिटे 40 सेकंद, 3 मिनिटे 8 सेकंद यांचे गुणोत्तर

BUDHI

$$= \frac{9 \text{ मिनिटे } 40 \text{ सेकंद}}{3 \text{ मिनिटे } 8 \text{ सेकंद}}$$

$\left(\because \text{ मिनिटाचे रूपांतर सेकंदामध्ये करून, } 1 \text{ मिनिट} = 60 \text{ सेकंद} \right)$

$$= \frac{(9 \times 60) + 40 \text{ सेकंद}}{(3 \times 60) + 8 \text{ सेकंद}}$$

$$= \frac{540 + 40}{180 + 8}$$

$$= \frac{580}{188}$$

$$= \frac{2 \times 290}{2 \times 94} = \frac{2 \times 145}{2 \times 47} = \frac{145}{47}$$

$$= 145 : 47$$

*** पुढील गुणोत्तरांचे शतमानात रूपांतर करा..(2 marks)**

प्र. 9) 14 : 20

उकल : समजा 14 : 20 = x %

$$\therefore \frac{14}{20} = \frac{x}{100}$$

$$\therefore x = \frac{14}{20} \times 100$$

$$\therefore x = 14 \times 5$$

BUDHIRAJ

$\therefore x = 70\ \%$

$\therefore 14 : 20 = 70\ \%$

प्र. 10) $\frac{7}{8}$

उकल : समजा $\frac{7}{8} = x\ \%$

$\therefore \frac{7}{8} = \frac{x}{100}$

$\therefore x = \frac{7}{8} \times 100$

$\therefore x = 7 \times 12.5$

$\therefore x = 87.5\ \%$

$\therefore \frac{7}{8} = 87.5\ \%$

*** पुढे दिलेल्या गुणोत्तरांच्या जोड्यांमधील लहान – मोठेपणा ठरवा.** **(2 marks)**

प्र. 11) $\frac{9}{13}$, $\frac{11}{15}$

उकल : 9 × 15 = 135 आणि

$\therefore 135 < 143$

BUDDHIRAJ

येथे 143 ही संख्या 135 पेक्षा मोठी आहे.

$\therefore \frac{9}{13} < \frac{11}{15}$

प्र. 12) $\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}, \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$

उकल : $3\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} ; 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$

$9 \times (\sqrt{3} \times \sqrt{3}) ; 2 \times (\sqrt{2} \times \sqrt{2})$

$9 \times 3 ; 2 \times 2$

$27 ; 4$

$27 > 4$

$\therefore \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} > \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$

प्र. 13) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{9}}, \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{18}}$

उकल : $\sqrt{12} \times \sqrt{18} ; \sqrt{9} \times \sqrt{24}$

$\sqrt{216} ; \sqrt{216}$

$\therefore \sqrt{216} = \sqrt{216}$

$\therefore \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{18}}$

प्र. 14) दोन संख्यांचे गुणोत्तर 13 : 6 आहे व त्यांची वजाबाकी 70 आहे. तर त्या संख्या कोणत्या ? **(2 marks)**

BUDHIRAJ

उकल : दोन संख्यांचे गुणोत्तर 13 : 6

समानपट x मानू.

पहिली संख्या = $13x$

दुसरी संख्या = $6x$

दिलेल्या अटीनुसार, $13x - 6x = 70$

$$7x = 70$$

$$x = \frac{70}{7}$$

$$\boxed{x = 10}$$

पहिली संख्या = $13x = 13 \times 10 = 130$

दुसरी संख्या = $6x = 6 \times 10 = 60$

प्र 15) दोन संख्यांचे गुणोत्तर 11 : 13 आहे व त्यांची बेरीज 264 आहे, तर त्या संख्या कोणत्या ? **(2 marks)**

उकल : दोन संख्यांचे गुणोत्तर 11 : 13 आहे.

समानपट x मानू.

∴ पहिली संख्या = $11x$

दुसरी संख्या = $13x$

BUDDHIRAJ

दिलेल्या अटीनुसार, $11x + 13x = 264$

$$24x = 264$$

$$x = \frac{264}{24}$$

$$\boxed{x = 11}$$

$\therefore$ पहिली संख्या $= 11x = 11 \times 11 = 121$

व दुसरी संख्या $= 13x = 13 \times 11 = 143$

प्र 16) जर $a : b = 7 : 8$ आणि $b : c = 12 : 7$ आहे तर सोप्या रूपात $a : b$ काढा (2 marks)

उकल : $a : b = 7 : 8$ आणि $b : c = 12 : 7$

$$\frac{a}{b} = \frac{7}{8} \text{ आणि } \frac{b}{c} = \frac{12}{7}$$

$$\therefore \frac{7}{8} \times \frac{12}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \text{ [} \because \text{ 4 ने भागून]}$$

प्र. 17) $\frac{(a^3 + b^3)}{ab^3}$, $\frac{a^3\, b}{(a^3 + b^3)}$ यांतील मध्यम प्रमाणपद काढा.(3 m)

उकल : मध्यम प्रमाणपद m मानू.

BUDDHIRAJ

$\therefore \frac{a^3+b^3}{ab^3}, m, \frac{a^3b}{a^3+b^3}$ हे परंपरित प्रमाणात आहेत.

$\therefore m^2 = \frac{a^3+b^3}{b^2} \times \frac{a^2}{a^3+b^3}$

$\therefore m^2 = \frac{a^2}{b^2}$

$\therefore m = \frac{a}{b}$ .... [दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ घेऊन]

प्र. 18) आई आणि मुलगा यांच्या आजच्या वयाचे गुणोत्तर 12 : 5 आहे. मुलाच्या जन्माच्या वेळी आईचे वय 21 वर्षे होते तर त्यांची आजची वये काय असतील ? (3 marks)

उकल : आई आणि मुलगा यांच्या आजच्या वयाचे गुणोत्तर 12 : 5 आहे.

समानपट x मानू

आईचे आजचे वय = $12x$ वर्षे

व मुलाचे आजचे वय = $5x$ वर्षे

दिलेल्या अटीनुसार, $12x - 5x = 21$

BUDDHIRAJ

$\therefore 7x = 21$

$\therefore x = \frac{21}{7}$

$\therefore \boxed{x = 3}$

∴ आई चे आजचे वय $2x = 12 \times 3 = 36$ वर्षे

व मुलाचे आजचे वय $= 5x = 5 \times 3 = 15$ वर्षे

प्र. 19) एका गावाची लोकसंख्या 14, 400 आहे. निरक्षर लोकांचे साक्षर लोकांशी असलेले गुणोत्तर 3 : 5 आहे, तर गावातील साक्षर आणि निरक्षर लोकांची संख्या शोधा. (3 marks)

उकल : एका गावाची लोकसंख्या 14, 400 आहे.

निरक्षर लोकांचे साक्षर लोकांशी असलेले गुणोत्तर 3 : 5 आहे.

समानपट x मानू.

∴ निरक्षर लोक $= 3x$

आणि साक्षर लोक $= 5x$

BUDHIRAJ

दिलेल्या अटीनुसार $3x + 5x = 14,400$

$$8x = 14,400$$

$$x = \frac{14,400}{8}$$

$$\therefore x = \boxed{1800}$$

$\therefore$ निरक्षर लोक $= 3x = 3 \times 1800 = \boxed{5400}$

आणि साक्षर लोक $= 5x = 5 \times 1800 = \boxed{9000}$

प्र 20) एका वर्गात मुलांच्या व मुलींच्या संख्येचे गुणोत्तर 5 : 4 आहे. जर त्या वर्गात आणखी 4 मुले व 4 मुली आले असतील, तर त्या विद्यार्थ्यांच्या संख्येचे गुणोत्तर 6:5 होईल, तर त्या वर्गातल्या मुलांच्या व मुलींची संख्या काढा. (3M)

उकल : एका वर्गात मुलांच्या व मुलींच्या संख्येचे गुणोत्तर 5 : 4 आहे.

समान पट x मानू.

$\therefore$ मुलांची संख्या $= 5x$

∴ मुलींची संख्या = $5x$

मुलींची संख्या= $4x$

दिलेल्या अटीनुसार , $\frac{5x+4}{4x+4} = \frac{6}{5}$

$\therefore (5x+4) \times 5 = 6 \times (4x+4)$

$\therefore 25x + 20 = 24x + 24$

$\therefore 25x - 24x = 24 - 20$

$\therefore \boxed{x = 4}$

मुलांची संख्या $= 5x = 5 \times 4 = \boxed{20}$

व मुलींची संख्या= $4x = 4 \times 4 = \boxed{16}$

प्र. 21) त्रिकोणाच्या कोनांची मापे 4 : 5 : 6 : या गुणोत्तरात आहेत. तर प्रत्येक कोनाचे माप काढा. (3 marks)

उकल : त्रिकोणाच्या कोनांची मापे यांचे गुणोत्तर 4 : 5 : 6 आहे.

त्रिकोणांच्या कोनांची मापांची बेरीज = 180^0

समानपट x मानू.

BUDDHIRAJ

$4x + 5x + 6x = 180^0$

$15x = 180^0$

$x = \frac{180}{15}$

$\boxed{x = 12}$

$\therefore$ त्रिकोणाच्या कोणाची मापे $4x = 4 \times 12 = 48^0$

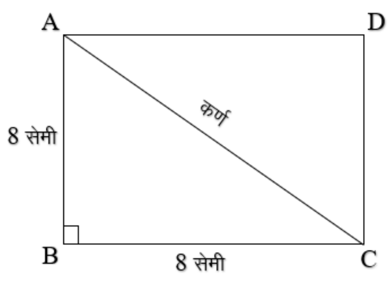
$5x = 5 \times 12 = 60^0$

$6x = 6 \times 12 = 72^0$

*** पुढील गुणोत्तरे काढा.**

प्र.22) बाजू 8 सेमी असलेल्या चौरसाच्या कर्णाचे त्याच्या बाजूशी असलेले गुणोत्तर. (2 marks)

उकल :



□ ABCD चौरस आहे.

$\therefore$ काटकोन त्रिकोण Δ ABC मध्ये,

$\therefore\ AC^2 = AB^2 + BC^2$ .... [पायथागोरसचे प्रमेय]

$\therefore\ AC^2 = 8^2 + 8^2$

$\therefore\ AC^2 = 2 \times 8^2$

$\therefore$ कर्ण $= 8\sqrt{2}$ सेमी

$\therefore$ गुणोत्तर $= \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{बाजू}} = \dfrac{8\sqrt{2}}{8} = \dfrac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} : 1$

प्र. 23) लांबी 4 सेमी व रूंदी 2.5 सेमी असलेल्या आयताच्या परिमितीचे, क्षेत्रफळाशी असलेले गुणोत्तर. **(2 marks)**

उकल : लांबी = 4 सेमी, रूंदी = 2.5 सेमी

$\dfrac{\text{आयताचे क्षेत्रफळ}}{\text{आयताचे क्षेत्रफळ}} = \dfrac{2(l + b)}{l \times b}$

$= \dfrac{2(4 + 2.5)}{4 \times 2.5} = \dfrac{2\ (6.5)}{10}$

$= \dfrac{13}{10}$

$= 13 : 10$

प्र. 24) दोन संख्यांचे गुणोत्तर 7 : 9 आहे व त्यांचा गुणाकार 4032 आहे, तर त्या संख्या कोणत्या ? खाली दिलेली कृती पूर्ण करा.

(3 m)

SIDDHIRAJ

कृती : दोन संख्यांचे गुणोत्तर □ आहे.

समान पट x मानू.

पहिली संख्या = $7x$

दुसरी संख्या = □

दिलेल्या अटीनुसार, $7x \times \square = \square$

$\square = \square$

$\therefore x^2 = \frac{\square}{\ }$

$\therefore x^2 = \square$

$\therefore x = \square$

पहिली संख्या = $7x = 7 \times \square = \square$

दुसरी संख्या = $9x = 9 \times \square = \square$

उकल : दोन संख्यांचे गुणोत्तर $\boxed{7 : 9}$ आहे.

समान पट x मानू.

BUDDHIRAJ

पहिली संख्या = $7x$

दुसरी संख्या = $\boxed{9x}$

दिलेल्या अटीनुसार, $7x = \boxed{9x} = \boxed{4032}$

$$\boxed{63x^2} = \boxed{4032}$$

$$\therefore\ x^2 = \frac{\boxed{4032}}{63}$$

$$\therefore\ x^2 = \boxed{64}$$

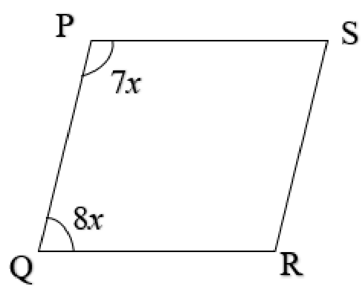
$$\therefore\ x = \boxed{8}$$

पहिली संख्या = $7x = 7 \times \boxed{8} = \boxed{56}$

दुसरी संख्या = $9x = 9 \times \boxed{8} = \boxed{72}$

प्र 25) ◻ PQRS समांतरभुज चौकोन आहे. ∠P व ∠Q च्या मापांचे गुणोत्तर 7 : 8 आहे तर ∠Q चे माप काढा. (3 marks)

उकल : समजा, सामाईक गुणक x आहे.



$\therefore$ m∠P = $7x^0$ o m∠Q = $8x^0$ व

BUDHIRAJ

आता, $m\angle P + m\angle Q = 180^0$

.... [समांतरभुज चौकोनाचे लगतचे कोन पूरक असतात]

$\therefore 7x + 8x = 180^0$

$\therefore 15x = 180^0$

$\therefore x = \frac{180^0}{15}$

$\therefore x = 12^0$

$\therefore m\angle Q = 8x^0 = 8 \times 12^0 = 96^0$

$\therefore \angle Q$ चे माप 96^0 आहे.

प्र. 26) जर a : b = 2 : 1 आणि b : c = 3 : 1 तर $\frac{a^2}{10bc}$ या राशीची किंमत काढा. (3 marks)

उकल : a : b = 2 : 1 आणि b : c = 3 : 1

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{2}{1}$ आणि $\frac{b}{c} = \frac{3}{1}$

a = 2b आणि b = 3c

BUDDHIRAJ

b = 3c ही किंमत a = 2b मध्ये ठेवू

$\therefore a = 2b = 2 \times 3c = 6c$

$\therefore \boxed{a = 6c}$ आणि $\boxed{b = 3c}$

आता, $\frac{a^2}{10bc} = \frac{(6c)^2}{10 \times 3c \times c}$

$= \frac{36\,c \times c}{10 \times 3c \times c}$

$= \frac{36}{10 \times 3}$

$\therefore \boxed{\frac{a^2}{10bc} = \frac{12}{10}} = \frac{6}{5}$

प्र. 27) $\sqrt{0.03 \times 0.3 \times a} = 0.3 \times 0.03 \times \sqrt{b}$ तर $\frac{a}{b}$ हे गुणोत्तर काढा. (3 marks)

उकल : $\sqrt{0.03 \times 0.3 \times a} = 0.3 \times 0.03 \times \sqrt{b}$

$\therefore \sqrt{\frac{3}{100} \times \frac{3}{10} \times a} = \frac{3}{10} \times \frac{3}{100} \times \sqrt{b}$

$\therefore \frac{9}{1000} \times a = \frac{9}{100} \times \frac{9}{10000} \times b$

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{9}{100} \times \frac{9}{10000} \times \frac{1000}{9}$

BUDDHIRAJ

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{9}{1000}$

प्र. 28) $(x + 2) : (x + 12) : (x - 4) : (x + 3)$ तर x ची किंमत काढा. **(3 marks)**

उकल : $\frac{x+2}{x+12} = \frac{x-4}{x+3}$

$\therefore (x + 2) \times (x + 3) = (x - 4)(x + 12)$

$\therefore x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 12x - 4x - 48$

$\therefore x^2 + 5x + 6 = x^2 + 8x - 48$

$\therefore x^2 - x^2 + 5x - 8x = -48 - 6$

$\therefore -3x = -54$

$\therefore x = \frac{54}{3}$

$\therefore \boxed{x = 18}$

BUDDHIRAJ

प्र 29) जर $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ तर $\frac{4a^2 + 3b^2}{4a^2 - 3b^2}$ शोधा. **(3 marks)**

उकल : $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$

$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \frac{3^2}{2^2}$ …… (दोन्ही बाजूंचा वर्ग करून)

$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \frac{9}{4}$

$\therefore \frac{a^2}{b^2} \times \frac{4}{3} = \frac{9}{4} \times \frac{4}{3}$ ….. (दोन्ही बाजूस $\frac{4}{3}$ ने गुणून)

$\therefore \frac{4a^2}{3b^2} = \frac{36}{12}$

$\therefore \frac{4a^2 + 3b^2}{4a^2 - 3b^2} = \frac{36 + 12}{36 - 12}$ ….. (योग – वियोग क्रिया करून)

$\therefore \frac{4a^2 + 3b^2}{4a^2 - 3b^2} = \frac{48}{24} = \frac{2}{1} = 2 : 1$

प्र. 30) जर $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{25}{7}$ rj $\frac{a}{b}$ ची किंमत काढा. (3 marks)

उकल : $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{25}{7}$

योग वियोग क्रिया करून, $\frac{a^2 + b^2 + a^2 - b^2}{a^2 + b^2 - (a^2 - b^2)} = \frac{25 + 7}{25 - 7}$

$\therefore \frac{a^2 + b^2 + a^2 - b^2}{a^2 + b^2 - a^2 + b^2} = \frac{32}{18}$

$\therefore \frac{2a^2}{2b^2} = \frac{32}{18}$ ……. ($\because$ 2 ने भागून)

$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \frac{32}{18}$ ……. ($\because$ 2 ने भागून)

BUDDHIRAJ

$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \frac{16}{9}$

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{4}{3}$ ($\because$ दोन्हीं बाजूंचे वर्गमूळ घेऊन)

प्र. 31) जर $\frac{x}{y} = \frac{13}{6}$ असेल तर $\frac{2x^2 + 5y^2}{2x^2 + 5y^2}$ ची किंमत काढण्यासाठी खाली दिलेली कृती पूर्ण करा. (3 marks)

असेल तर $\frac{2x^2 + 5y^2}{2x^2 + 5y^2}$

कृती :

$\therefore \frac{x}{y} = \frac{13}{6}$

$\therefore \frac{x^2}{y^2} = \square$ ….. (दोन्हीं बाजूंचा वर्ग करून)

$\therefore \frac{x^2}{y^2} \times \square = \frac{169}{36} \times \boxed{\frac{}{}}$ ……. (दोन्हीं बाजूस $\boxed{\frac{}{}}$ ने गुणून)

$\frac{2x^2}{5y^2} = \frac{169}{\square} \times \frac{1}{5}$

$\therefore \frac{2x^2}{5y^2} = \square$

$\square = \square$ …….. (योग – वियोग क्रिया करून)

BUDDHIRAJ

$\therefore \dfrac{+}{-} = \square$

उकल :

$\therefore \dfrac{x}{y} = \dfrac{13}{6}$

$\therefore \dfrac{x^2}{y^2} = \boxed{\dfrac{169}{36}}$ ..... (दोन्हीं बाजूंचा वर्ग करून)

$\therefore \dfrac{x^2}{y^2} \times \boxed{\dfrac{2}{5}} = \dfrac{169}{36} \times \boxed{\dfrac{2}{5}}$ .... (दोन्हीं बाजूस $\boxed{\dfrac{2}{5}}$ ने गुणून)

$\dfrac{2x^2}{5y^2} = \dfrac{169}{\boxed{36}} \times \dfrac{2}{5}$

$\boxed{\dfrac{2x^2 + 5y^2}{2x^2 - 5y^2}} = \boxed{\dfrac{169 + 90}{169 - 90}}$ .... (योग – वियोग क्रिया करून)

$\therefore \dfrac{2x^2 + 5y^2}{2x^2 - 5y^2} = \boxed{\dfrac{259}{79}}$

प्र. 32) जर $\dfrac{x}{y + z - x} = \dfrac{y}{z + x - y} = \dfrac{z}{x + y - z}$ आणि $x + y + z \neq 0$

तर प्रत्येक गुणोत्तर 1 आहे हे दाखवा. (3 marks)

उकल : समजा $\dfrac{x}{y + 2 - x} = \dfrac{y}{z + x - y} = \dfrac{z}{x + y - z} = k$ **मानू.**

समान गुणोत्तरांच्या गुणधर्मानुसार,

BUDHIRAJ

प्रत्येक गुणोत्तर $k = \frac{x+y+z}{y+z-x+z+x-y+y-z}$

$$k = \frac{x+y+z}{x+y+z}$$

$$k = 1$$

$\therefore$ प्रत्येक गुणोत्तर = 1 ...... $(x + y + z \neq 0)$

प्र. 33) जर $\frac{3a-5b}{5c+3b} = \frac{a+5c}{b-5a} = \frac{b-c}{a-c}$ k तर प्रत्येक गुणोत्तर $\frac{a}{b}$ दाखवा. **(3 marks)**

उकल : $\frac{3a-5b}{5c+3b} = \frac{a+5c}{b-5a} = \frac{b-c}{a-c} = k$ मानू.

$\therefore \frac{3a-5b}{5c+3b} = \frac{a+5c}{b-5a} = \frac{5(b-c)}{5(a-c)}$

...... (तिसऱ्या गुणोत्तराच्या दोन्हीं पदांना 5 ने गुणून)

$\therefore$ समान गुणोत्तरांच्या सिद्धांतानुसार,

$$\therefore k = \frac{(3a-5b)+(a+5c)+5(b-c)}{(5c+3b)+(b-5a)+5(a-c)}$$

$$\therefore k = \frac{3a-5b+a+5c+5b-5c}{5c+3b+b-5a+5a-5c}$$

$$\therefore k = \frac{3a+a}{3b+b}$$

$$\therefore k = \frac{4a}{4b}$$

BUDDHIRAJ

$\therefore k = \frac{a}{b}$

$$\therefore \frac{3a - 5b}{5c + 3b} = \frac{a + 5c}{b - 5a} = \frac{b - c}{a - c} = \frac{a}{b}$$

प्र. 34) जर 4m + n = 12m – 2n असेल तर पुढील राशींच्या किंमती काढा.

(3 marks)

$$\frac{n^2 + m^2}{n^2 - m^2}$$

उकल : $\because 4m + n = 12m - 2n$

$$\therefore 4m - 12m = -2n - n$$

$$\therefore -8m = -3n$$

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{3}{8} \quad \ldots\ldots\text{(i)}$$

$\therefore \frac{m^2}{n^2} = \frac{9}{64}$ …. (दोन्ही बाजूंचा वर्ग करून)

$\therefore \frac{n^2}{m^2} = \frac{64}{9}$ …. (व्यस्त क्रिया करून)

$\therefore \frac{n^2 + m^2}{n^2 - m^2} = \frac{64 + 9}{64 - 9}$ …. (योग – वियोग क्रिया करून)

$$\therefore \boxed{\frac{n^2 + m^2}{n^2 - m^2} = \frac{73}{55}}$$

BUDDHIRAJ

प्र. 35) $\frac{3n+7m}{3n-7m}$

$\because 4m + n = 12m - 2n$

$\therefore 4m - 12m = -2n - n$

$\therefore -8m = -3n$

$\therefore \frac{m}{n} = \frac{3}{8}$

$\therefore \frac{n}{m} = \frac{8}{3}$ ..... (व्यस्त क्रिया करून)

$\therefore \frac{n}{m} \times \frac{3}{7} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{7}$ ..... (दोन्ही बाजूंना $\frac{3}{7}$ ने गुणून)

$\therefore \frac{3n}{7m} = \frac{24}{21}$

$\therefore \frac{3n+7m}{3n-7m} = \frac{24+21}{24-21}$ ..... (योग वियोग क्रिया करून)

$\therefore \frac{3n+7m}{3n-7m} = \frac{15}{1}$

$\therefore \frac{3n+7m}{3n-7m} = \frac{15}{1}$

प्र. 36) 11, 15, 20 या प्रत्येक संख्येत कोणती संख्या मिळवावी म्हणजे येणाऱ्या संख्या परंपरित प्रमाणात असतील ? (3 marks)

BUDDHIRAJ

उकल : 11, 15 आणि 20 या प्रत्येक संख्येत x ही संख्या मिळविली असता येणाऱ्या संख्या परंपरित प्रमाणात येतील असे मानू.

$\therefore (11 + x), (15 + x), (20 + x)$ **परंपरित प्रमाणात आहेत.**

$\therefore (15 + x)^2 = (11 + x)(20 + x)$

$\therefore 225 + 30x + x^2 = 220 + 11x + 20x + x^2$

$\therefore 225 + 30x + x^2 = 220 + 31x + x^2$

$\therefore 225 - 220 = x^2 - x^2 + 31x - 30x$

$\therefore \boxed{5 = x} \qquad \therefore x = 5$

प्र. 37) 22, 32 व 47 या प्रत्येक संख्येतून कोणती संख्या वजा करावी म्हणजे येणाऱ्या संख्या परंपरित प्रमाणात असतील ? (3 m)

उकल : 22, 32, 47 या प्रत्येक संख्येतून x वजा केले असता येणाऱ्या संख्या परंपरित प्रमाणात येतील असे मानू.

$\therefore 22 - x,\ 32 - x,\ 47 - x$ **या संख्या परंपरित प्रमाणात आहेत.**

BUDHIRAJ

$\therefore\ (32 - x)^2 = (22 - x)\ \ (47 - x)$

$\therefore 1024 - 64x + \ x^2 = 1034 - 22x - 47x + \ x^2$

$\therefore 1024 - 1034 = \ - 22x + 64x - 47x + x^2 - \ x^2$

$\therefore - 10 = \ 42x - 47x$

$\therefore - 10 = \ - 5x$

$\therefore x = \dfrac{10}{5}$

$\therefore \boxed{x = 2}$

प्र. 38) जर $(x + y)^2, m , (x - y)^2$ हे परंपरित प्रमाणात आहेत तर m = ? **(3 marks)**

उकल : $(x + y)^2, m , (x - y)^2$ हे परंपरित प्रमाणात आहेत.

$\therefore\ m^2 = (x + y)^2 \times (x - y)^2$

$\therefore\ m^2 = \left(x^2 + 2xy + \ y^2\right)\ \left(x^2 - 2xy + \ y^2\right)$

$\therefore\ m^2 = \ x^4 - 2x^{3y} + \ x^2\, y^2 + \ 2x^3y - \ 4x^2y^2 + 2xy^3$
$\quad + \ y^2\, x^2 - \ 2xy^3 + y^4$

$\therefore m^2 = x^4 + x^2y^2 + y^2x^2 = 4x^2y^2 + y^4$

$\therefore m^2 = x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

$\therefore m^2 = (x^2 - y^2)^2$ …… [$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$]

$\therefore m = x^2 - y^2$ …… (दोन्हीं बाजूंचे वर्गमूळ घेऊन)

प्र. 39) $\frac{a^2 + b^2}{a + c} = a$ **सोडविण्यासाठी खाली दिलेली कृती पूर्ण करा.**

$a = \square$ o $b = \square$ या किंमती दोन्ही बाजूंत ठेवून,

डावी बाजू = $\square$

$= \frac{(ck^2)^2 + (ck)^2}{ck^2 + c}$

$= \square$

$= \frac{c^2k^2\,(x^2 + 1)}{c\,(k^2 + 1)}$

$= \square$

उजवी बाजू = a

$a = \square$

BUDDHIRAJ

∴ डावी बाजू = उजवी बाजू

∴ $\boxed{}$ हे सिद्ध केले. (3 marks)

उकल : $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$ मानू.

$a = \boxed{bk}$ vkf.k $b = \boxed{ck}$

$\therefore a = \boxed{(ck)k}$

$\therefore a = \boxed{ck^2}$

$a = \boxed{ck^2}$ o $b = \boxed{ck}$ या किंमती दोन्ही बाजूंत ठेवून

डावी बाजू $= \boxed{\frac{a^2 + b^2}{a + c}}$

$= \frac{(ck^2)^2 + (ck)^2}{ck^2 + c}$

$= \boxed{\frac{c^2 k^4 + c^2 k^2}{c(k^2 + 1)}}$

$= \frac{c^2 k^2 (k^2 + 1)}{c (k^2 + 1)}$

$= \boxed{ck^2}$

उजवी बाजू $= a$

BUDHIRAJ

$\therefore a = \boxed{ck^2}$

∴ डावी बाजू = उजवी बाजू

$\therefore \boxed{\dfrac{a^2 + b^2}{a + c} = a}$ हे सिद्ध केले.

4 marks question

*** समीकरण सोडवा.**

प्र. 40) $\dfrac{\sqrt{7x+1} + \sqrt{3x+1}}{\sqrt{7x+1} - \sqrt{3x+1}} = \dfrac{5}{1}$

उकल : $\dfrac{\sqrt{7x+1} + \sqrt{3x+1}}{\sqrt{7x+1} - \sqrt{3x+1}} = \dfrac{5}{1}$

$\therefore \dfrac{(\sqrt{7x+1} + \sqrt{3x+1}) + (\sqrt{7x+1} - \sqrt{3x+1})}{(\sqrt{7x+1} + \sqrt{3x+1}) - (\sqrt{7x+1} - \sqrt{3x+1})} = \dfrac{5+1}{5-1}$

.... (योग – वियोग क्रिया करून)

$\therefore \dfrac{\sqrt{7x+1} + \sqrt{3x+1} + \sqrt{7x+1} - \sqrt{3x+1}}{\sqrt{7x+1} + \sqrt{3x+1} - \sqrt{7x+1} + \sqrt{3x+1}} = \dfrac{6}{4}$

$\therefore \dfrac{2\sqrt{7x+1}}{2\sqrt{3x+1}} = \dfrac{6}{4}$

$\therefore \dfrac{\sqrt{7x+1}}{\sqrt{3x+1}} = \dfrac{3}{2}$

BUDHIRAJ

$\therefore \frac{(7x+1)}{(3x+1)} = \frac{9}{4}$

$\therefore 4\,(7x + 1) = 9\,(3x + 1)$

$\therefore 28x + 4 = 27x + 9$

$\therefore 28x - 27x = 9 - 4$

$\therefore \boxed{x = 5}$

$\therefore x = 5$ ही दिलेल्या समीकरणाची उकल आहे.

प्र. 41) $\frac{(5x+2)^2 + (5x-2)^2}{(5x+2)^2 \; -5x - 2^2} = \frac{13}{12}$

$$\frac{(5x + 2)^2 + (5x - 2)^2}{(5x + 2)^2 + (5x - 2)^2} = \frac{13}{12}$$

$$\frac{[(5x+2)^2 + (5x-2)^2] + [(5x+2)^2 + (5x-2)^2]}{[(5x+2)^2 + (5x-2)^2] + [(5x+2)^2 + (5x-2)^2]} = \frac{13+12}{13-12}$$

.... (योग – वियोग क्रिया करून)

$\therefore \frac{(5x-2)^2 + (5x-2)^2 + (5x+2)^2 - (5x-2)^2}{(5x+2)^2 + (5x-2)^2 - (5x+2)^2 + (5x-2)^2} = \frac{25}{1}$

$\therefore \frac{2\,(5x+2)^2}{2\,(5x-2)^2} = \frac{25}{1}$

$\therefore \frac{(5x+2)^2}{(5x-2)^2} = \frac{25}{1}$

BUDHIRAJ

$\therefore \frac{5x+2}{5x-2} = \frac{5}{1}$ ..... (दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ घेऊन)

$\therefore 1(5x + 2) = 5\ (5x - 2)$

$\therefore 5x + 2 = 25x - 10$

$\therefore 5x - 25x = -10 - 2$

$\therefore -20x = -12$

$\therefore x = \frac{12}{20}$

$\therefore \boxed{x = \frac{3}{5}}$ ..... ($\because$ 4 ने भागून)

$\therefore x = \frac{3}{5}$ ही दिलेल्या समीकरणाची उकल आहे.

प्र. 42) $\frac{3x^2 + 21x + 4}{3x^2 + 27x + 5} = \frac{x+7}{x+9}$

उकल : $\frac{3x^2 + 21x + 4}{3x^2 + 27x + 5} = \frac{x+7}{x+9} = k$ मानू.

$\therefore k = \frac{3x^2 + 21x + 4}{3x^2 + 27x + 5} = \frac{3x\ (x+7)}{3x\ (x+9)}$

.... (दुसऱ्या गुणोत्तराच्या दोन्ही पदांना $3x$ ने गुणून)

$\therefore k = \frac{3x^2 + 21x + 4}{3x^2 + 27x + 5} = \frac{3x^2 + 21x}{3x^2 + 27x}$

समान गुणोत्तरांच्या सिद्धांतानुसार,

$$\therefore \text{ प्रत्येक गुणोत्तर } = \frac{3x^2 + 21x + 4 - 3x^2 - 21x}{3x^2 + 27x + 5 - 3x^2 - 27x}$$

$$k = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \frac{x+7}{x+9} = \frac{4}{5}$$ ……. [(i) वरून]

$$\therefore 5(x+7) = 4(x+9)$$

$$\therefore 5x + 35 = 4x + 36$$

$$\therefore 5x - 4x = 36 - 35$$

$$\therefore \boxed{x = 1}$$

प्र. 43) $\frac{12x^2 + 18x + 21}{24x^2 - 30x + 9} = \frac{4x+6}{8x-10}$ सोडविण्यासाठी खाली दिलेली कृती पूर्ण करा.

$\therefore \frac{12x^2 + 18x + 21}{24x^2 - 30x + 9} = \frac{4x+6}{8x-10} = \square$ मानू.

$\therefore \frac{12x^2 + 18x + 21}{24x^2 - 30x + 9} = \square$

……..(दुसऱ्या गुणोत्तराच्या दोन्हीं पदांना $\square$ ने गुणून)

BUDDHIRAJ

$$\therefore \frac{12x^2 + 18x + 21}{24x^2 - 30x + 9} = \frac{12x^2 + 18x}{24x^2 - 30x}$$

समान गुणोत्तरांच्या सिद्धांतानुसार,

$\therefore \square = \square$

$\therefore \square = \square$ k $= \dfrac{21}{9}$

$\therefore \square = \frac{7}{3}$ …….. (3 ने भागून)

$\therefore \square$

$\therefore 12x + 18 = 56x - 70$

$\therefore \square$

$\therefore 88 = 44x$

$\therefore x = \dfrac{88}{44}$

$\therefore x = \square$

उकल : $\dfrac{12x^2 + 18x + 21}{24x^2 - 30x + 9} = \dfrac{4x + 6}{8x - 10} = \boxed{k}$ **मानू.** ….. (i)

$$\frac{12x^2 + 18x + 21}{24x^2 - 30x + 9} = \boxed{\frac{3x\,(4x + 6)}{3x\,(8x - 10)}}$$

BUDDHIRAJ

……. (दुसऱ्या गुणोत्तराच्या दोन्हीं पदांना $\boxed{3x}$ ने गुणून)

$$\frac{12x^2 + 18x + 21}{24x^2 - 30x + 9} = \frac{12x^2 + 18x}{24x^2 - 30x}$$

समान गुणोत्तराच्या सिद्धांतानुसार,

$$\therefore \text{ प्रत्येक गुणोत्तर } k = \frac{12x^2 + 18x + 21 - 12x^2 - 18x}{24x^2 - 30x + 9 - 24x^2 + 30x}$$

$$\therefore k = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$ ……..(3 ने भागून)

$$\boxed{\frac{4x + 6}{8x - 10}} = \frac{7}{3}$$ ……..((i) ने भागून)

$$\boxed{3\,(4x + 6) = 7\,(8x - 10)}$$

$$12x + 18 = 56x - 70$$

$$\boxed{18 + 70 = 56x - 12x}$$

$$88 = 44x$$

$$\therefore x = \frac{88}{44}$$

$$\therefore \boxed{x = 2}$$

BUDDHIRAJ

प्र. 44) जर $\dfrac{x}{x+2y+z} = \dfrac{y}{y+2z+x} = \dfrac{z}{z+2x+y}$ **आणि** $x + y \neq 0$

तर दाखवा कि प्रत्येक गुणोत्तर $\frac{1}{4}$ **आहे.**

उकल : समजा, $\dfrac{x}{x+2y+z} = \dfrac{y}{y+2z+x} = \dfrac{z}{z+2x+y} = k$ **मानू.**

समान गुणोत्तराच्या सिद्धांतानुसार,

$$\therefore k = \frac{x+y+z}{x+2y+z+y+2z+x+z+2x+y}$$

$$\therefore k = \frac{x+y+z}{x+x+2x+2y+y+y+z+2x+z}$$

$$\therefore k = \frac{x+y+z}{4x+4y+4z}$$

$$\therefore k = \frac{x+y+z}{4(x+y+z)}$$

$$\therefore k = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \boxed{\frac{x}{x+2y+z} = \frac{y}{y+2x+x} = \frac{z}{z+2x+y} = \frac{1}{4}}$$

प्र. 45) जर $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ **असेल तर सिद्ध करा** $\frac{a}{b} = \dfrac{\sqrt{a^2+c^2}}{\sqrt{b^2+d^2}}$

उकल : a, b, c, d **प्रमाणात आहेत.**

BUDDHIRAJ

$\therefore \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ मानू.

$\therefore \boxed{a = bk}$ व $\boxed{c = dk}$ या किंमती घेऊन,

डावी बाजू $\frac{a}{b} = \frac{bk}{b}$

$\therefore \frac{a}{b} = k$

उजवी बाजू $= \frac{\sqrt{a^2 + c^2}}{\sqrt{b^2 + d^2}}$

$= \frac{\sqrt{(bk)^2 + (dk)^2}}{\sqrt{b^2 + d^2}}$

$= \sqrt{\frac{b^2 x^2 + d^2 x^2}{b^2 + d^2}}$

$= \sqrt{\frac{x^2 (b^2 + d^2)}{b^2 + d^2}}$

$= \sqrt{k^2}$

$\therefore$ उजवी बाजू $= k$

$\therefore \sqrt{\frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}} = k$

$\therefore$ डावी बाजू = उजवी बाजू

BUDDHIRAJ

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$$

$$\therefore \boxed{\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a^2 + c^2}}{\sqrt{b^2 + d^2}}}$$

प्र. 46) पाच संख्या परंपरित प्रमाणात असून पहिले पद 4 व शेवटचे पद 64 आहे. तर त्या संख्या काढा.

उकल : समजा, परंपरित प्रमाणात असलेल्या पाच संख्या

a, ak, ak^2, ak^3 **आहेत.**

येथे $a = 4$ **आणि** $ak^4 = 64$

$\therefore 4 \times k^4 = 64$

$\therefore k^4 = \frac{64}{4}$

$\therefore k^4 = 16$

$\therefore k = 2 \; (\because 2^4 = 16)$

$\therefore a = 4$

$ak = 4 \times 2 = 8$, $ak^2 = 4 \times (2)^2 = 4 \times 4 = 16$

$ak^3 = 4 \times 2^3 = 4 \times 8 = 32$

BUDDHIRAJ

$ak^4 = 64$

∴ त्या संख्या 4, 8, 16, 32, 64 आहेत.

प्र. 47) जर a, b, c आणि d प्रमाणात असतील तर दाखवा कि

$$\frac{2a-3c}{2b-3d} = \frac{5a+4c}{5b+4d}$$

उकल : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

∴ $a = bk$ व $c = dk$ या किंमती दोन्हीं बाजूंत ठेवून,

डावी बाजू $= \frac{2a-3c}{2b-3d}$

$$= \frac{2(bz)-3(dk)}{2b-3d} = \frac{2bk-3dk}{2b-3d}$$

$$= \frac{k(2b-3d)}{(2b-3d)}$$

$$= k$$

उजवी बाजू $= \frac{5a+4c}{5b+4d}$

$$= \frac{5(bk)+4(dk)}{5b+4d} = \frac{5bk+4dk}{5b+4d}$$

$$= \frac{k(5b+4d)}{5b+4d}$$

$$= k$$

BUDHIRAJ

∴ डावी बाजू = उजवी बाजू

$$\therefore \frac{2a - 3c}{2b - 3d} = \frac{5a + 4c}{5b + 4d}$$

प्र. 48) जर $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ आणि a, b, c > 0 तर सिद्ध करा $\frac{a^2 + b^2}{b^2} = \frac{(a + c)^2}{b^2 + c^2}$

उकल : $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$ मानू.

$a = b$ आणि $\boxed{b = ck}$

$\therefore a = (ck)k$

$\therefore \boxed{a = ck^2}$

$a = ck^2$ व $b = ck$ या किंमती दोन्हीं बाजूंत ठेवून,

डावी बाजू $= \frac{a^2 + b^2}{b^2} = \frac{(ck^2)^2 + (ck)^2}{(ck)^2}$

$$= \frac{c^2 k^4 + c^2 k^2}{c^2 k^4}$$

$$= \frac{c^2 k^2 + (k^2 + 1)}{c^2 k^2}$$

$$= k^2 + 1$$

उजवी बाजू $= \frac{(a + c)^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + 2ac + c^2}{b^2 + c^2}$

BUDDHIRAJ

$$= \frac{(ck)^2 + 2(ck^2)c + c^2}{(ck)^2 + c^2}$$

$$= \frac{c^2 k^4 + 2c^2 k^2 + c^2}{c^2 k^2 + c^2}$$

$$= \frac{c^2 (k^4 + 2k^2 + 1)}{c^2 (k^2 + 1)}$$

$$= \frac{(k^2 + 1)(k^2 + 1)}{(k^2 + 1)}$$

$$= k^2 + 1$$

∴ डावी बाजू = उजवी बाजू

$$\therefore \frac{a^2 + b^2}{b^2} = \frac{(a + c)^2}{b^2 + c^2}$$

*** पुढील गुणोत्तरांचे शतमानत रूपांतर करा..(2 marks)**

प्र. 49) 14 : 20

उकल : समजा $12 : 25 = x$ %

$$\therefore \frac{12}{25} = \frac{x}{100}$$

$$\therefore x = \frac{12}{25} \times 100$$

$$\therefore x = 12 \times 4$$

BUDDHIRAJ

$\therefore x = 48\ \%$

$\therefore 12 : 25 = 48\ \%$

50) $\frac{a^2 + b^2}{a+c}$ = खालील कृती पुर्ण करा.

a = ☐ आणि b = ☐ या किंमती घ्या

डावी बाजु = ☐

$= \frac{(ck^2)^2 + (ck)^2}{ck^2 + c}$

= ☐

$= \frac{c^2k^2(k^2+1)}{c\ (k^2+1)}$

= ☐

उजवी बाजू = a

= ☐

∴ डावी बाजू = उजवी बाजू

∴ ☐

उत्तर : a = ck^2 ck या किंमती दोन्ही बाजूत ठेऊन

BUDHIRAJ

डावी बाजू $= \boxed{\dfrac{a^2 + b^2}{a + c}}$

$= \dfrac{(ck^2)^2+(ck)^2}{ck^2+c}$

$= \boxed{\dfrac{c^2k^2(k^2+1)}{c\,(k^2+1)}}$

$= \dfrac{c^2k^2(k^2+1)}{c\,(k^2+1)}$

$= \boxed{ck^2}$

उजवी बाजू = a

$= \boxed{ck^2}$

∴ डावी बाजू = उजवी बाजू

∴ $\boxed{\dfrac{a^2 + b^2}{a + c} = a}$

51) वत्सला व सारा यांची आजची वये अनुक्रमे 14 वर्षे व 10 वर्षे आहेत. किती वर्षांनी त्यांच्या वयांचे गुणोत्तर 5 : 4 होईल?

BUDDHIRAJ

उकल : समजा, अजून x वर्षांनी वत्सला व सारा यांच्या वयांचे गुणोत्तर 5 : 4 होईल.

त्यावेळेस वत्सलाचे वय = (14 + x) वर्षे व

साराचे वय = (10 + x) वर्षे.

$\therefore \frac{14+x}{10+x} = \frac{5}{4}$ $\therefore 4 (14 + x) = 5 (10 + x)$

$\therefore 56 + 4x = 50 + 5x$ $\therefore 56 – 50 = 5x – 4x$

$6 = x$ $\therefore x = 6$

सहा वर्षानंतर वत्सला व सारा यांच्या वयांचे गुणोत्तर 5 : 4 होईल.

BUDDHIRAJ

52) अल्बर्ट आणि सलीम यांच्या आजच्या वयांचे गुणोत्तर 5 : 9 आहे. पाच वर्षानंतर त्यांच्या वयांचे गुणोत्तर 3 : 5 होईल, तर त्यांची आजची वये काढा.

उकल : दिलेल्या गुणोत्तराची समानपट ग मानू.

मग अल्बर्टचे आजचे वय = 5x वर्षे व

सलीमचे आजचे वय = 9x वर्षे

पाच वर्शानंतर अल्बर्टचे वय = (5x + 5) वर्षे

आणि पाच वर्षानंतर सलीमचे वय = (9x + 5) वर्षे होईल.

$\frac{5x+5}{9x+5} = \frac{3}{5}$ $\therefore 5 (5x + 5) = 3 (9x + 5)$

$\therefore 25x + 25 = 27x + 15$

$\therefore 25 - 15 = 27x - 25x$ $\therefore 10 = 2x$

$\therefore x = \frac{10}{2} = 5$

अल्बर्टचे आजचे वय = 5x = 5 × 5 = 25 वर्षे,

व सलीमचे आजचे वय = 9x = 9 × 5 = 45 वर्षे

अल्बर्टचे आजचे वय 25 वर्षे, व सलीमचे आजचे वय 45 वर्षे आहे.

53) तीन संख्या परंपरित प्रमाणात आहेत. त्यांचे मध्यम प्रमाणपद 12 असून उरलेल्या दोन संख्याची बेरीज 26 आहे., तर त्या संख्या काढा.

उकल : समजा a, b, c या तीन संख्या परंपरित प्रमाणात आहेत.

दिलेल्या अटीनुसार,

b = 12 व a + c = 26 ….. (1)

$b^2 = a \times c$ $\therefore (12)^2 = a \times c$

$\therefore 144 = a \times c$ $\therefore \frac{144}{c}$ …. (2)

समीरकण (2) ची किंमत (1) मध्ये भरून,

$\therefore \frac{144}{c} + c = 26$

∴ $144 + c^2 = 26c$ ..... (दोन्ही बाजुंना c ने गुणून)

∴ $c^2 - 26c + 144 = 0$

∴ $\underline{c^2 - 18c} - \underline{8c + 144} = 0$

∴ $c(c - 18) - 8(c - 18) = 0$

∴ $(c - 8)(c - 18) = 0$

∴ $c - 8 = 0$ किंवा $c - 18 = 0$

∴ $c = 8$ किंवा $c = 18$

जर $c = 8$, तर $a = \frac{144}{8} = 18$

व $c = 18$ तर $a = \frac{144}{18} = 8$

त्या तीन संख्या 18, 12, 8 किंवा 8, 12, 18 या आहेत.

54) **a, b, c** तीन संख्या परंपरित प्रमाणात आहेत. जर a = 3 आणि c = 27 असेल, तर b = किती?

उकल : a, b, c या तीन संख्या परंपरित प्रमाणात आहेत.

∴ $b^2 = a \times c$

BUDDHIRAJ

$\therefore b^2 = 3 \times 27$

$\therefore b^2 = 81$

$\therefore b = 9$ ….. (दोन्ही बाजुंची वर्गमुळे घेऊन)

b = 9

****

BUDDHIRAJ