7. सांख्यिकी

Extra Question

1 Mark Question

➢ दिलेली माहिती प्राथमिक किंवा दुय्यम सामग्री आहे की नाही ते सांगा

1) प्रत्येक विद्यार्थ्यांच्या उंचीची माहिती वरिष्ठ कार्यालयास तातडीने पाठवायची असल्याने शाळेतील शारीरिक शिक्षण विभागातील नोंदीवरून माहिती गोळा केली.

उत्तर : दुय्यम सामग्री

2) 35-40 वर्गाचा वर्गमध्य काढा

उत्तर : 35-40

$$= \frac{\text{वर्गाची वरची वर्गमर्यादा} + \text{वर्गाची खालची वर्ग मर्यादा}}{2}$$

$$= \frac{35+40}{2}$$

$$= \frac{75}{2}$$

$$= 37.5$$

∴ 35-40 वर्गाचा वर्गमध्य 37.5 आहे.

BUDDHIRAJ

3) दिलेल्या प्राप्तांकाचा मध्यक काढा 59, 75, 68, 70, 74, 75, 80

उत्तर : दिलेली सामग्री चढत्या क्रमाने लिहा

59, 68, 70, 74, 75, 75, 80.

n = 7 (विषम संख्या)

∴ मध्यक ही मध्यम संख्येची मुल्य किंमत असते.

मध्यक संख्या 74 आहे

∴ मध्यक 74.

4) 10 विद्यार्थ्यांचे वजन (किलामध्ये) खालीलप्रमाणे दिले आहे. 40, 35, 42, 43, 37, 35, 37, 37, 42, 37, या सामग्रीचा बहुलक काढा.

उत्तर : दिलेली सामग्री चढत्या क्रमाने मांडा

35, 35, 37, 37, 37, 37, 40, 42, 42, 42, 43

∴ जास्तीत जास्त वेळा आलेल निरीक्षण = 37

∴ दिलेल्या सामग्रीचा बहुलक 37 किलो आहे.

5) दिलेल्या सामग्रीचा बहुलक काढा (2 marks)

BUDDHIRAJ

गुण	35	36	37	38	39	40
विद्यार्थी संख्या	09	07	09	04	04	02

उत्तर : येथे, जास्तीत जास्त वारंवारता 9 आहे. त्यानंतर,

बहूलक = जास्तीत जास्त वारंवारता असणारी निरीक्षणे.

पण, हि दोन वारंवारता आहे. प्राप्तांकाची

∴ बहुलक 35 आणि 37.

6) मुकूंदाच्या शेतातले 7 वर्षे क्विंटलमध्ये एकरी सोयाबीनचे उत्पादन 10, 7, 5, 3, 9, 6, 9, इतके होते. तर प्रती एकर उत्पन्नाचा मध्य काढा. (3 marks)

उत्तर : मध्य $= \dfrac{\text{सारणीतील सर्व प्राप्तांकांची बेरीज}}{\text{सारणीतील सर्व निरीक्षणे}}$

$= \dfrac{10+7+5+3+9+6+9}{7}$

$= \dfrac{49}{7}$

∴ मध्य = 7

∴ 7 वर्षे एकरी उत्पदनाच्या मध्य 7 इतका आहे.

BUDHIRAJ

7) गणिताच्या गृहपाठात 7 विदयार्थ्यांना मिळालेले 100 पैकी गुण पुढीलप्रमाणे आहेत: 99 , 100, 95, 100, 100, 80, 90 यावरून मिळालेल्या गुणांचा बहुलक काढा. (2 marks)

उत्तर : दिलेली सामग्री चढत्या क्रमाने मांडू.

80, 90, 95, 99, 100, 100, 100.

येथे सर्वाधिक वेळा येणारा प्राप्तांक = 100

ब्हुलक 100 गुण आहे.

8) 10.5 ते 20.5 वर्गासाठीचा वर्गमध्य काढा. (2 marks)

उत्तर : वर्गमध्य $= \frac{10.5+20.5}{2} = \frac{31.0}{2}$

∴ वर्गमध्य = 15.5

9) 18, 14, 22, 23, 14, 18, 17, 18, 28, 28, 14, 25, 14, दिलेल्या प्राप्तांकांचा बहूलक काढा. (2 marks)

उत्तर : बहूलक हे वारंवार घडणाऱ्या प्राप्तांकांचे मुल्य असते. किंवा वारंवार घडणाऱ्या प्राप्तांकाचे मुल्य म्हणजे बहुलक होय.

∴ इथे 14 हे बहुलक आहे.

BUDDHIRAJ

10) नऊ संख्याचा मध्य 77 आहे. जर त्यांच्यामध्ये पुन्हा एक संख्या मिळवली, तर मध्य 5 ने वाढतो, तर मिळवलेली संख्या कोणती(2 M)

उत्तर : मध्य = $\frac{\text{सामग्रीतील सर्व प्राप्तांकाची बेरीज}}{\text{सामग्रीतील प्राप्तांकाची एकुण संख्या}}$

$77 = \frac{\text{नऊ संख्यांची बेरीज}}{9}$

∴ नऊ संख्यांची बेरीज = $77 \times 9 = 693$

∴ नऊसंख्यांची बेरीज = 693 …. (1)

(नऊ संख्यांची बेरीज + एक संख्या) यांचा मध्य = 77 + 5

दहा संख्याचा मध्य = 82.

$\therefore 82 = \frac{\text{दहा संख्यांची बेरीज}}{10}$

∴दहा संख्यांची बेरीज = 82×10

दहा संख्यांची बेरीज = 820 ….. (2)

=दहा संख्यांची बेरीज - नऊ संख्याची बेरीज

BUDHIRAJ

$= 820 - 693$

$= 127$

2 Marks Question

11) जर वर्गमध्य 10 असेल आणि वर्गरूंदी 6 असेल तर त्याचा वर्ग काढा

उत्तर : वर्गाची खालची वर्गमर्यादा x अंषी मांडू आणि वर्गाची वरची वर्गमर्यादा y अशी मांडू.

$$\text{वर्गमध्य} = \frac{\text{वर्गाची खालची वर्गमर्यादा} + \text{वर्गाची वरची वर्गमर्यादा}}{2}$$

$$\therefore 10 = \frac{x+y}{2}$$

$\therefore x + y = 20$ ……………….. (i)

वर्गरूंदी = वर्गाची वरची वर्गमर्यादा - वर्गाची खालची वर्गमर्यादा ….(ii)

$6 = y - x$

$= -x + y = 6$

$$\begin{array}{r} x + y = 20 \\ -\ x + y = 6 \\ \hline 2y = 26 \end{array}$$

y = …. (iii)

समीकरण (iii) समीकरण (i) मध्ये घाला

BUDDHIRAJ

x + 13 = 20

x = 20 – 13

x = 7

∴ वर्ग 7-13 हा आहे.

12) 10 मुलींचे वय खालीलप्रमाणे दिले आहे. 40, 35, 42, 43, 37, 35, 39, 39, 42, 39, या सामग्रीचा बहुलक काढा.

उत्तर : दिलेली सामग्री चढत्या क्रमाने मांडा

35, 35, 37, 39,39,39, 40, 42, 42, 42, 43

∴ जास्तीत जास्त वेळा आलेल निरीक्षण = 39

∴ दिलेल्या सामग्रीचा बहुलक 39 आहे.

13) खालील तक्त्यामध्ये 14 वर्षांपेक्षा कमी वयाच्या कुटुंबांची संख्या आणि भावंडांची माहिती दिली आहे. दिलेल्या सारणीवरून बहुलक काढा.

भावंड	1	2	3	4
कुटुंब	15	25	5	5

BUDDHIRAJ

उत्तर : येथे, जास्तीत जास्त वारंवारता 25 आहे आणि ती 2 भावडांसाठी आहे.

∴ बहुलक = 2

∴ 14 वर्षाखालील मुलांचा बहुलक 2 आहे.

14) खालील तक्ता पूर्ण करा.

वर्ग	ताळयाच्या खुणा	वरंवारता (f) (विद्यार्थ्यांची संख्या)
12-13	~~IIII~~	
13-14	~~IIII~~ ~~IIII~~ IIII	
14-15		
15-16	IIII	
	एकुण (N) = $\sum f = 35$	

BUDHIRAJ

उत्तर :

वर्ग	ताळयाच्या खुणा	वरंवारता (f) (विद्यार्थ्यांची संख्या)
12-13	~~IIII~~	5
13-14	~~IIII~~ ~~IIII~~ IIII	14
14-15	~~IIII~~ ~~IIII~~ II	12
15-16	IIII	4

	एकुण (N) = $\sum f = 35$

15) 5 प्राप्तांकाचा मध्य 50 आहे. या प्राप्तांपैकी 1 निरिक्षण सारणीतून काढले गेले. म्हणून त्याचा मध्य 45 इतका झाला. तर काढले गेलेले निरिक्षण किती ते काढा. (3 marks)

उत्तर : 5 प्राप्तांकाचा मध्य 50 आहे.

∴ 5 प्राप्तांकाचा बेरीज = [5] × [50]

= [250]

जर एखादे प्राप्तांक वगळलेले असले तर त्याचा मध्य 45 आहे

[4] प्राप्तांकांचा मध्य = [4] × 45

= [ ] 180

वगळलेली संख्या = [250] – [180]

= [70]

16) खालील तक्ता पूर्ण करा.

वर्ग	ताळयाच्या खुणा	वरंवारता (f) (विद्यार्थ्यांची संख्या)
12-13	~~IIII~~	
13-14		20
14-15	~~IIII~~ ~~IIII~~	
15-16	~~IIII~~ III	

BUDDHIRAJ

	एकुण (N) = $\sum f = 46$

Ans :

वर्ग	ताळयाच्या खुणा	वरंवारता (f) (विद्यार्थ्यांची संख्या)
12-13	~~IIII~~	5
13-14	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~	20
14-15	~~IIII~~ ~~IIII~~	10
15-16	~~IIII~~ III	8
	एकुण (N) = $\sum f = 46$	

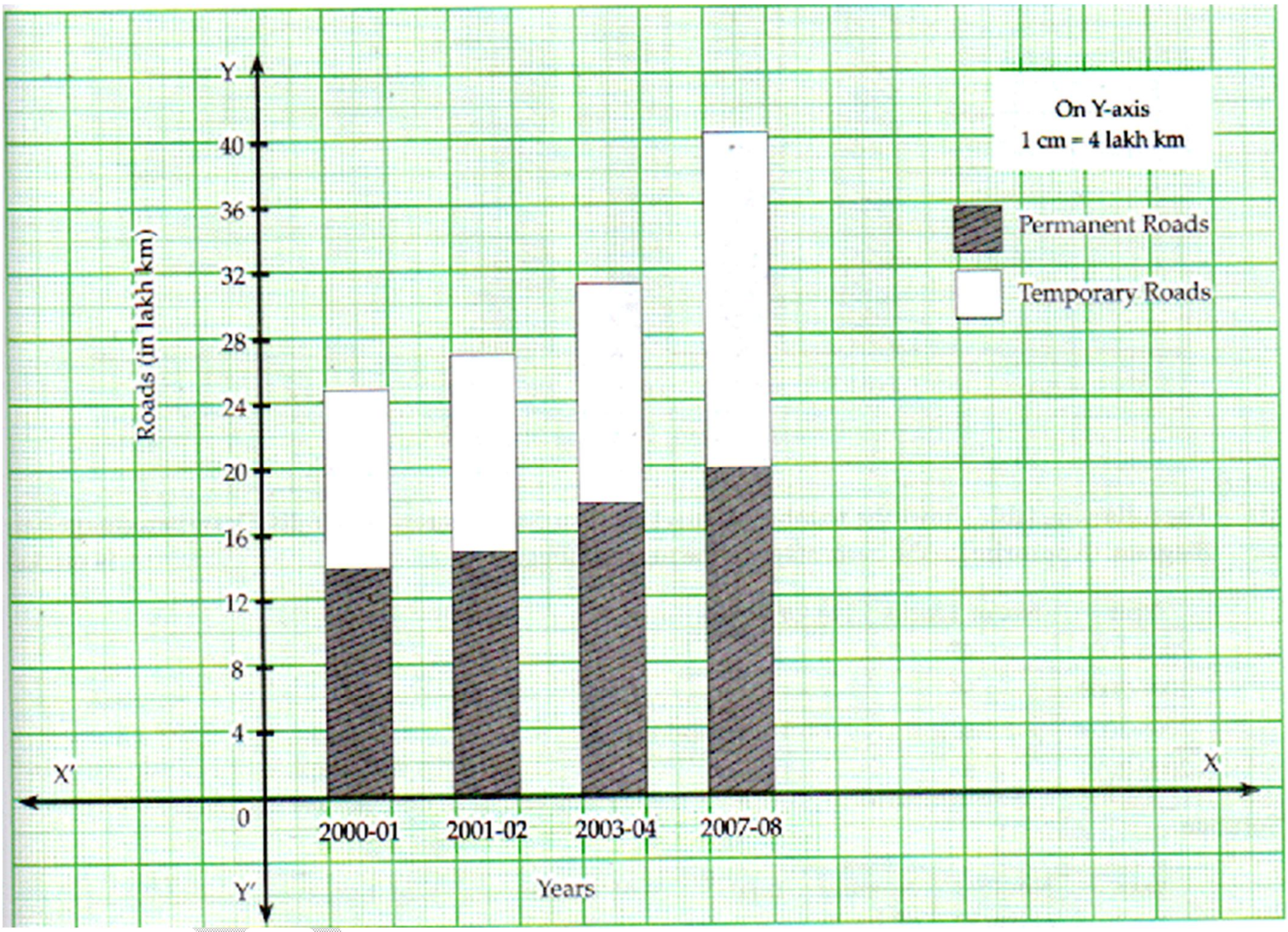
17) खाली दिलेल्या तक्त्यामध्ये रस्त्यांविषयी माहिती आहे. या माहितीचा वापर करून विभाजीत स्तंभालेख काढा. (3 marks)

वर्षे	कायमचे रस्ते (लाख किमी)	तात्पुरते रस्ते
2000-2001	14	10
2001-2002	15	11
2003-2004	17	13
2007-2008	20	19

Ans : विभाजीत स्तंभालेख:

BUDDHIRAJ

वर्षे	कायमचे रस्ते (लाख किमी)	तात्पुरते रस्ते	एकुण
2000-2001	14	10	24
2001-2002	15	11	26
2003-2004	17	13	30
2007-2008	20	19	39



18) खालील तक्ता पुर्ण करा. (3 marks)

वर्षे	ट्रकची संख्या	बसची संख्या	एकूण	ट्रकची टक्केवारी	बसची टक्केवारी
2005-2006	47	9	56	$\frac{47}{56} \times 100 = 84\%$	

2007-2008	56	13	69	$\frac{\square}{\square}$ × 100 = 81%	100-81=19%
2008-2009	60	16	76	$\frac{\square}{76}$ × 100 =	100 –79 =21%
2009-2010	63	18	81	$\frac{\square}{76}$ × 100 = 78%	100 – 78= □

उत्तर :

वर्षे	ट्रकची संख्या	बसची संख्या	एकूण	ट्रकची टक्केवारी	बसची टक्केवारी
2005-2006	47	9	56	$\frac{47}{56}$ × 100 = 84%	100 - 84 = 16
2007-2008	56	13	69	$\frac{56}{69}$ × 100 = 81%	100-81=19%
2008-2009	60	16	76	$\frac{60}{76}$ × 100 =	100 –79 =21%
2009-2010	63	18	81	$\frac{63}{81}$ × 100 = 78%	100 – 78= 22

19) 50 दशांश ठिकाणापर्यंतची π ची किंमत खाली दिलेली आहे.

3.141592653589793238462643383279502884197169399375

10 या माहितीसाठी दशांश बिंदूनंतर दिसून येणाऱ्या अंकांची एक श्रेणीबध्द वारंवारता वितरण सारणी तयार करा. (3 गुण)

BUDDHIRAJ

उत्तर :

वर्ग (अंक)	ताळयाच्या खुणा	वारंवारता (f)
0	II	2
1	~~IIII~~	5
2	~~IIII~~	5
3	~~IIII~~ III	8
4	IIII	4
5	~~IIII~~	5
6	IIII	4
7	IIII	4
8	~~IIII~~	5
9	~~IIII~~ III	8
	एकुण (N) = $\sum f = 50$	

20) एका गावात खाली दिलेल्या प्रमाणे संकलन केंद्रावर 50 दुध धारकांकडून दूध संकलित केले जाते

27	75	5	99	70	12	15	20	30	35	45	80	77
90	92	72	4	33	22	15	20	28	29	14	16	20
72	81	85	10	16	9	25	23	26	46	55	56	66
67	51	57	44	43	6	65	42	36	7	35		

योग्य वर्ग घेऊन गटबध्द वारंवारता वितरण सारणी तयार करा.

(3 M)

उत्तर :

वर्ग (दुध लिटरमध्ये)	ताळयाच्या खुणा	वारंवारता (f) (दुध धारकांची संख्या)
0-20	~~IIII~~ ~~IIII~~	12

BUDDHIRAJ

20-40	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~	15
40-60	~~IIII~~ IIII	09
60-80	~~IIII~~ III	08
80-100	~~IIII~~ I	06
	एकुण (N) = $\sum f = 50$	

3 Marks Question

21) जर खाली दिलेल्या सारणीचा मध्य 20.2 असेल तर p ची किंमत काढा.

xi	10	15	20	25	30
Fi	6	8	P	10	6

उत्तर :

Xi	Fi	fixi
10	6	60
15	8	120
20	P	20p
25	10	250
30	6	180
	$\sum fi$ = 30 + p	$\sum fixi$ = 610 + 20 p

$$\text{Mean } (\bar{x}) = \frac{\sum fixi}{\sum fi}$$

$$20.2 = \frac{610+20p}{30+p}$$

$$\therefore\ 20.2\,(30 + P) = 610 + 20p$$

$$\therefore\ 606 + 20.2p = 610 + 20p$$

BUDDHIRAJ

∴ 20.2p – 20p = 610 – 606

∴ 0.2p = 4

∴ p = $\frac{4}{0.2}$ = $\frac{40}{2}$ = 20

∴ p = 20

22) पुढील 10 निरीक्षणे खालीलप्रमाणे चढत्या क्रमाने व्यवस्थित मांडले आहेत. 2, 3, 5, 9, x + 1 , 14, 16, 19, 20, जर दिलेल्या सारणीचा मध्यक 11 इतका असेल तर x ची किंमत काढा. (3M)

उत्तर : चढत्या क्रमाने दिलेली सारणी

2, 3, 5, 9, x + 3, 14, 16, 19, 20

∴ प्राप्तांकांची संख्या (n) = 10

∴ मध्यक म्हणजे मध्यम दोन प्राप्तांकांची सरासरी होय.

5 वी आणि 6 वी संख्या मध्यम स्थितीत आहेत.

∴ मध्यक = $\frac{(x+1)+(x+3)}{2}$

∴ 11 = $\frac{2x+4}{2}$

∴ 22 – 4 = 2x

∴ 18 = 2x

∴ x = $\frac{18}{2}$

BUDDHIRAJ

∴ $x = 9$

23) 50 निरीक्षणांचा काढलेला मध्य 80 होता. नंतर असे लक्षात आले की निरीक्षण 19 ची चुकून 91 म्हणून नोंद केली गेली तर योग्य मध्य काय तो काढा? (3 marks)

उत्तर : येथे मध्य = 80, प्राप्तांकाची संख्या = 50

मध्य = $\frac{\text{सर्व प्राप्तांकाची बेरीज}}{\text{एकूण निरिक्षण संख्या}}$

∴ सर्व प्राप्तांकांची बेरीज = मध्य × एकुण प्राप्तांकाची संख्या

∴ सर्व प्राप्तांकांची बेरीज = 80 × 50

= 4000

त्यातील एक प्राप्तांक 19 होते, तथापि चुकून ते 91 इतके नोंदवले गेले.

दुरुस्त प्राप्तांकांची बेरीज = 50 प्राप्तांकांची बेरीज + अचुक प्राप्तांक – चुकीचे प्राप्तांक

= 4000 + 19 – 19

= 3928

∴ योग्य मध्य = $\frac{\text{दुरूस्तीनंतर प्राप्तांकांची बेरीज}}{\text{एकुण प्राप्तांक संख्या}}$

$= \frac{3928}{50}$

BUDDHIRAJ

= 78.56

∴ योग्य मध्य 78.56 आहे.

24) 9 संख्याचा मध्य 77 आहे. जर त्या संख्येत एक संख्या मिळवली असता त्याचा मध्य 5 नी वाढतो तर ती सारणीत मिळवलेली नवीन संख्या किती ते काढा. (3 marks)

उत्तर : सारणीचा मध्य = $\frac{\text{सर्व प्राप्तांकांची बेरीज}}{\text{एकुण प्राप्तांक संख्या}}$

∴ सर्व प्राप्तांकांची बेरीज = सारणीचा मध्य × एकुण प्राप्तांक संख्या

∴ 9 प्राप्तांकांची बेरीज = 77 × 9

= 693 ….. (i)

जर आणखी एक संख्या जोडली गेली तर मध्य 5 नी वाढतो.

10 संख्याचा मध्य = 77 + 5

= 82

∴ 10 संख्याचा मध्य = 82 × 10

= 820 …. (ii)

∴ मिळवलेली संख्या = 10 संख्याची बेरीज – 9 संख्याची बेरीज

= 820 – 693 [(i) व (ii) वरून]

= 127

∴ सारणीत मिळवलेली नवीन संख्या 127 आहे.

25) एका वर्गातील 62 विद्यार्थ्यांना गणित विषयात 100 पैकी मिळालेले गुण पुढे दिले आहेत. 0-10, 10-20…. हे वर्ग घेऊन संचित वारंवारता सारणी (पेक्षा जास्त) तयार करा. (4 marks)

55, 60, 81, 90, 45, 65, 45, 52, 30, 85, 20, 10, 75, 95,
09, 20, 25, 39, 45, 50, 78, 70, 46, 64, 42, 58, 31,
82, 27, 11, 78, 97, 07, 22, 27, 36, 35, 40, 75, 80,
47, 69, 48, 59, 32, 83, 23, 17, 77, 45, 05, 23, 37,
38, 35, 25, 46, 57, 68, 45, 47, 49

तयार केलेल्या सारणीवरून पुढील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

(i) 40 किंवा 40 पेक्षा अधिक गुण मिळवणारे विद्यार्थी किती ?
(ii) 90 किंवा 90 पेक्षा अधिक गुण मिळवणारे विद्यार्थी किती?
(iii) 60 किंवा 60 पेक्षा अधिक गुण मिळवणारे विद्यार्थी किती?

BUDDHIRAJ

(iv) 0-10 या वर्गाची पेक्षा जास्त किंवा तेवढीच संचित वारंवारता किती?

उत्तर :

वर्ग	ताळयाच्या खुणा	वरंवारता	संचित वारंवारता (पेक्षा जास्त किंवा तेवढीच)
0-10	III	3	62
10-20	III	3	62 – 3 = 59
20-30	~~IIII~~ IIII	9	59-3 = 56
30-40	~~IIII~~ IIII	9	56 – 9 = 47
40-50	~~IIII~~ ~~IIII~~ III	13	47 – 9 = 38
50-60	~~IIII~~ I	6	38 – 13 = 25
60-70	~~IIII~~	5	25 – 6 = 19
70-80	~~IIII~~ I	6	19 – 5 = 14
80-90	~~IIII~~	5	14 – 6 = 8
90-100	III	3	8 – 5 = 3
	एकुण (N)	= 50	

(i) 40 किंवा 40 पेक्षा अधिक गुण मिळवणारे 38 विद्यार्थी आहेत.

(ii) 90 किंवा 90 पेक्षा अधिक गुण मिळवणारे 03 विद्यार्थी आहेत.

(iii) 60 किंवा 60 पेक्षा अधिक गुण मिळवणारे 19 विद्यार्थी आहेत.

(iv) 0-10 या वर्गाची पेक्षा जास्त किंवा तेवढीच संचित वारंवारता 62 आहे.

BUDHRAJ

26) खाली दिलेल्या तक्त्यामध्ये वर्गमध्य आणि वारंवारता दिलेली आहेत. समावेषक वर्ग घेऊन वारंवारता सारणी तयार करा. (4 marks)

उत्तर : 5 वर्गमध्यांच्या वर्गाचा खालची वर्गमर्यादा आणि वर्गाचा वरची वर्गमर्यादा अनुक्रमे x_1 आणि x_2 अशी मांडू

मग, $5 = \frac{x_1+x_2}{2}$

$\therefore\ x_1 + x_2 = 10$ …….. (i)

वर्ग रूंदी = 35 – 25 = 25 -15 = 15 -5 = 10

∴ वर्गाची वरची वर्गमर्यादा आणि वर्गाची खालची वर्गमर्यादा यातील फरक 10 आहे.

$\therefore\ x_2 - x_1 = 10$ …….. (ii)

समीकरण (i) व (ii) वरून

$x_1 = 0$ आणि $x_2 = 10$

BUDDHIRAJ

∴ 0-10 हा पहिला वर्ग आहे. त्याचप्रमाणे इतरवर्ग पण आढळू शकतात.

वर्ग	वर्गमध्य	वारंवारता
0-09	4.5	3
10-19	14.5	9
20-29	24.5	15
30-39	34.5	13
40-49	44.5	-

27) एका संख्येला दिव्यांग विकास निधीसाठी गावातील 38 लोकांकडून प्रत्येकी काही रूपये दिले. ही माहिती पुढे दिली आहे. (4 marks)

101, 500, 401, 201, 301, 160, 210, 125, 175, 190, 450, 151, 101, 351, 251, 451, 151, 260, 360, 410, 150, 125, 161, 195, 351, 170, 225, 260, 290, 310, 360, 425, 420, 100, 105, 170, 250, 250, 100.

(i) 100-149, 150-199 200-249, ….. असे वर्ग घेऊन वर्गीकृत वारंवारता वितरण सारणी तयार करा.

(ii) सारणीवरून 350 रूपये व त्यापेक्षा अधिक निधी देणाऱ्यांची संख्या किती आहे हे लिहा.

BUDDHIRAJ

उत्तर : i) वर्गीकृत वारंवारता वितरण सारणी पुढीलप्रमाणे

Class	Tally Marks	Frequency
100-149	~~IIII~~ II	7
150-199	~~IIII~~ ~~IIII~~	10
200-249	III	3
250-299	~~IIII~~	5
300-349	II	2
350-399	IIII	4
400-449	IIII	4
450-499	II	2
500-549	I	1
	एकूण (N) = $\sum f = 38$	

ii) 350 रूपये व त्यापेक्षा अधिक निधी देणाऱ्यांची संख्या =

4 + 4 + 2 +1 = 11

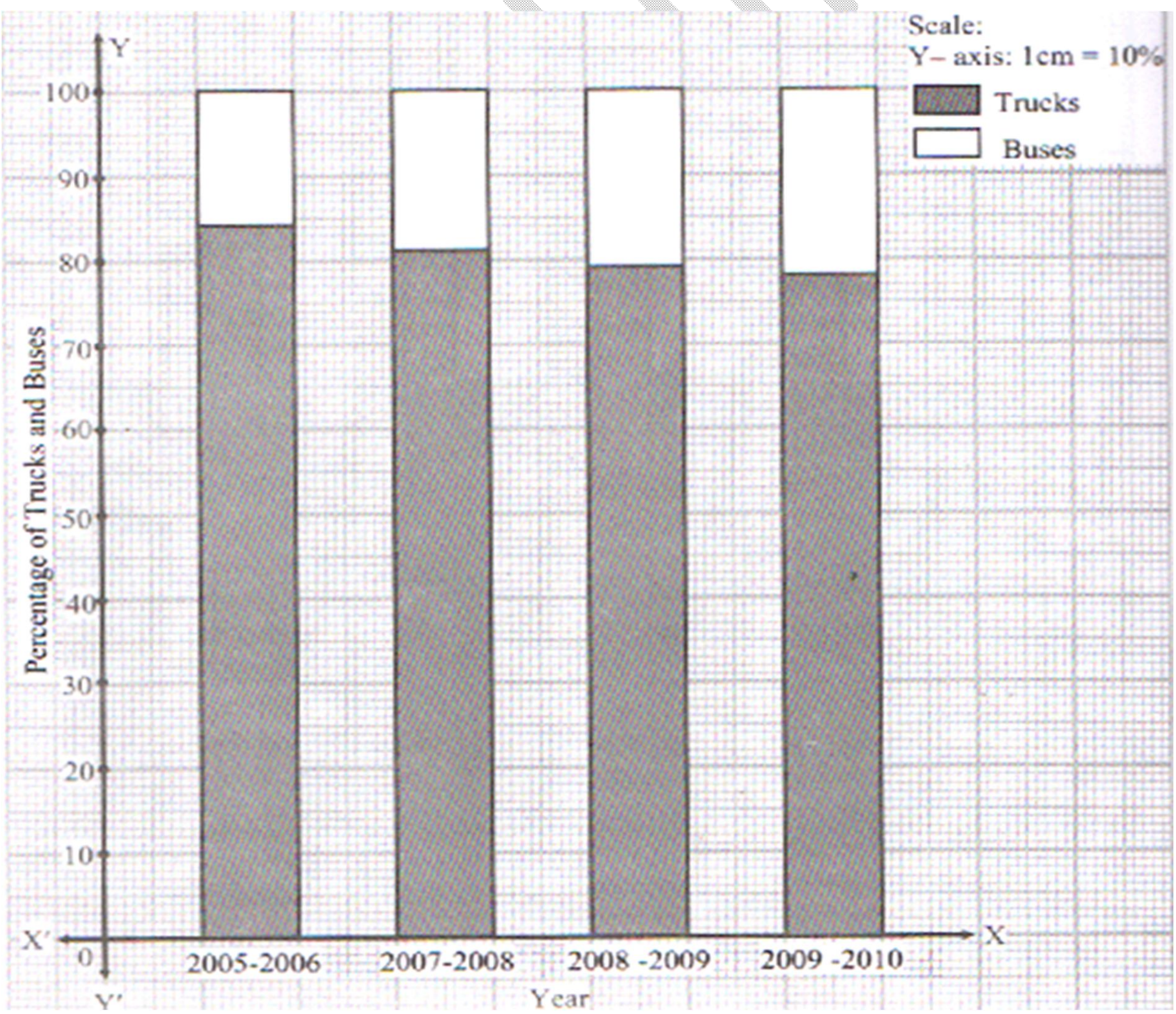
28) खालील सारणीमध्ये भारतातील ट्रक व बस यांची जवळच्या पूर्ण लाखातील संख्या खाली दिली आहे. त्यावरून “◌ातमान स्तंभालेख काढा. (शतमाने जवळच्या पूर्णांकापर्यंत घ्या.) (4 m)

वर्श	2005-2006	2007-2008	2008-2009	2009-2010
ट्रकची संख्या	47	56	60	63
बसची संख्या	9	13	16	18

BUDDHIRAJ

उत्तर:

वर्षे	2005-2006	2007-2008	2008-2009	2009-2010
ट्रकची संख्या	47	56	60	63
बसची संख्या	9	13	16	18
एकुण	56	69	76	81
ट्रकची शेकडेवारी	$\frac{47}{56} \times 100 =$ 83.93% ~ 84%	$\frac{56}{69} \times 100 =$ 81.16% ~ 81%	$\frac{60}{76} \times 100 =$ 78.95% ~ 79%	$\frac{63}{81} \times 100 =$ 77.78% ~ 78%
बसची शेकडेवारी	100 – 84 = 16%	100 – 81 = 19%	100 – 79 = 21%	400 – 78 = 22%

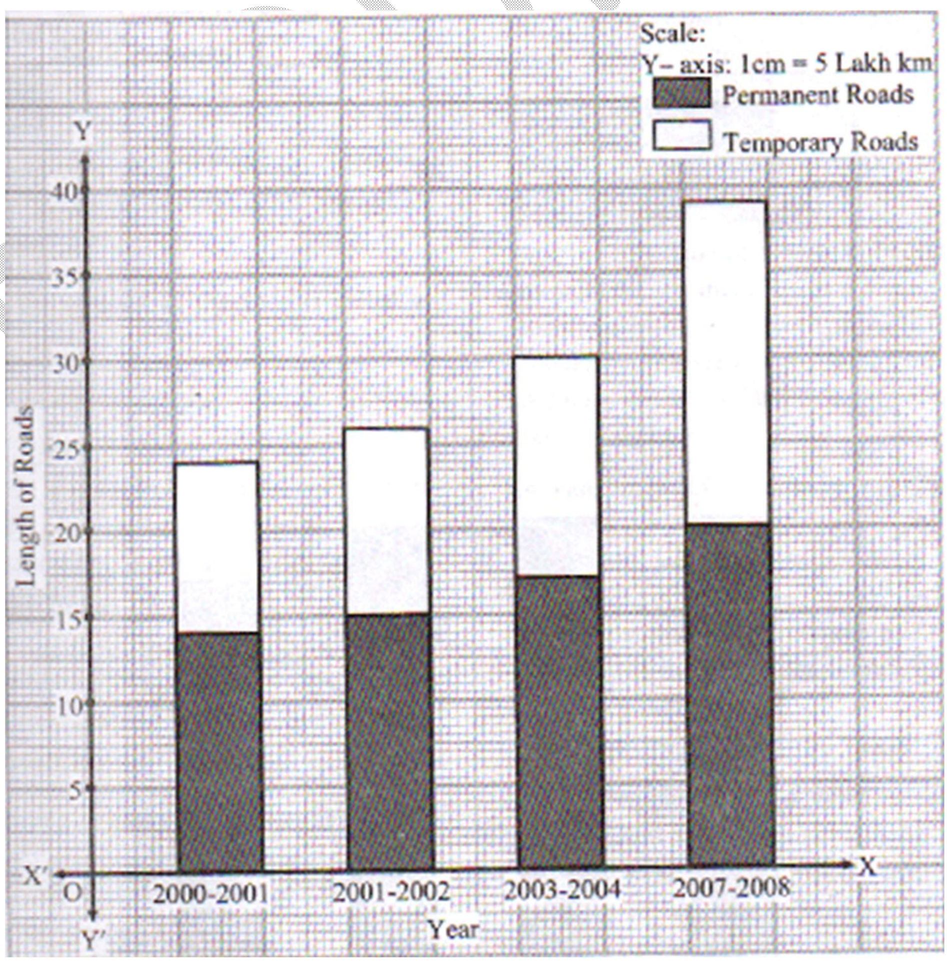


29) खालील सारणीमध्ये भारतातील पक्क्या रस्त्यांची व कच्च्या रस्त्यांची माहिती दिली आहे. त्यावरून विभाजीत व शतमान स्तंभालेख काढा. (शतमाने जवळच्या पूर्णांकापर्यंत घ्या.)(3M)

वर्षे	पक्के रस्ते	कच्चे रस्ते
2000-2001	14	10
2001-2002	15	11
2003-2004	17	13
2007-2008	20	19

उत्तर : विभाजीत स्तंभालेख

वर्षे	पक्के रस्ते	कच्चे रस्ते	एकुण
2000-2001	14	10	24
2001-2002	15	11	26
2003-2004	17	13	30
2007-2008	20	19	39



30) खालील संचयी वारंवारता सारणी पूर्ण करा. (3 marks)

वर्ग (रूपये मासिक उत्पन्न)	वारंवारता (व्यक्तींची संख्या)	पेक्षा जास्त किंवा तेवढीच संचित वारंवारता
1000-5000	45	
5000-10,000	19	
10, 000-15, 000	16	
15, 000-20,000	2	
20,000-25,000	5	

उत्तर :

वर्ग (रूपये मासिक उत्पन्न)	वारंवारता (व्यक्तींची संख्या)	पेक्षा जास्त किंवा तेवढीच संचित वारंवारता
1000-5000	45	87
5000-10,000	19	87-45 = 42
10, 000-15, 000	16	42-19 = 23
15, 000-20,000	2	23-16=7
20,000-25,000	5	7-2=5
	एकुण = 87	

31) 20 कर्मचाऱ्यांचा पगाराचा मध्य ₹.10,250 आहे. जर त्यामध्ये कार्यालय प्रमुखाचा पगार मिळवला, तर मध्य ₹.750 ने वाढतो तर कार्यालय प्रमुखाचा पगार काढा. (3 marks)

BUDDHIRAJ

उत्तर : 20 कर्मचाऱ्यांचा पगाराचा मध्य ₹.10,250

$$\text{मध्य} = \frac{\text{सामग्रीतील सर्व प्राप्तांकाची बेरीज}}{\text{सामग्रीतील प्राप्तांकाची एकुण संख्या}} \quad \text{..... सूत्र}$$

$$10250 = \frac{\text{20 कर्मचाऱ्यांच्या पगाराची एकूण रक्कम}}{20}$$

∴ 20 कर्मचाऱ्यांच्या पगाराची रक्कम = ₹ 10, 250 × 20

∴ 20 कर्मचाऱ्यांच्या पगाराची रक्कम = ₹ 2,05, 000 …….. (i)

या रकमेत कार्यालय प्रमुखाचा पगार मिळवला, तर मध्य ₹750 नी वाढतो. म्हणजेच,

$$\frac{\text{20 कर्मचाऱ्यांच्या पगाराची रक्कम + कार्यालय प्रमुखाचा पगार}}{21}$$

= ₹ (10250 + 750) = ₹ 11, 000

∴ 20 कर्मचाऱ्यांच्या पगाराची एकुण रक्कम + कार्यालय प्रमुखाचा पगार= ₹ 11000 × 21

∴ 205000 + कार्यालय प्रमुखाचा पगार = 231000

∴ कार्यालय प्रमुखाचा पगार = 231000 – 205000

∴ कार्यालय प्रमुखाचा पगार = ₹ 26, 000

∴ कार्यालय प्रमुखाचा पगार = ₹ 26, 000 आहे.

32) खालील सामग्रीचा मध्य काढा. (3 marks)

BUDDHIRAJ

x_i	2	4	6	8	10	12
F_i	5	10	16	7	4	8

उत्तर :

X_i	Fi	fixi
2	5	10
4	10	40
6	16	96
8	7	56
10	4	40
12	8	96
	$N = 50$	$\sum fixi = 338$

सारणीचा मध्य = $\frac{\text{सारणीतील सर्व प्राप्तकांची बेरीज}}{\text{सारणीतील एकूण प्राप्तांक संख्या}}$

$= \frac{338}{50}$

∴ सारणीचा मध्य = 6.76

33) पुढील सामग्रीचा मध्यक काढा. (3 marks)

वजन (किलोमध्ये)	35	36	38	40	42	44	45
विद्यार्थी संख्या	6	5	8	9	2	7	4

उत्तर :

BUDDHIRAJ

वजन (किलोमध्ये)	विद्यार्थी संख्या	संचित वारंवारता (पेक्षा कमी)
35	6	6
36	5	11
38	8	19
40	9	28
42	2	30
44	7	37
45	4	41
	$N = 41$	

प्राप्तांकाची संख्या = 41

N = 41 ही विषम आहे.

$\therefore$ $\frac{N+2}{2}$ वी संख्या यांची सरासरी मध्यक आहे.

मध्यक = $\frac{41+1}{2}$ मध्यक

$\therefore$ मध्यक = $\frac{42}{2}$

= 21 वी संख्या मध्य आहे.

21 वी संख्या 40 आहे.

$\therefore$ मध्यक = 40

BUDDHIRAJ

34) पुढील सामग्रीचा मध्यक काढा. (3 marks)

गुण (60 पैकी)	32	27	26	24	23	21	32
विद्यार्थी संख्या	6	4	7	9	16	2	2

उत्तर :

गुण (60 पैकी)	विद्यार्थी संख्या	संचित वारंवारता (पेक्षा कमी)
32	6	6
27	4	10
26	7	17
24	9	26
23	16	42
21	2	44
	$N = 44$	

प्राप्तांकाची संख्या = 44

N = 44 ही सम संख्या आहे.

$\therefore \frac{N}{2}$ आणि $\frac{N+2}{2}$ वी संख्या यांची सरासरी मध्यक आहे.

$\left(\frac{N}{2}\right)$ वी संख्या $= \frac{44}{2} = 22$ वी संख्या 24 आहे.

$= \frac{N+2}{2}$ वी संख्या $= \frac{46}{2} = 23$ वी संख्या 24 आहे.

$\therefore$ मध्यक $= \frac{24 + 24}{2} = 24$

$\therefore$ मध्यक $= 24$

BUDDHIRAJ

35) एका वर्गातील 150 विद्यार्थ्यांच्या वजनाचा मध्य 60 किलो आहे. मुलांच्या वजनाचा मध्य 70 किलो असून त्यातील काही मुलींचा वजनाचा मध्य 55 किलो आहे तर वर्गातील मूलांची आणि मुलींची संख्या काढा. (4marks)

उत्तर : वर्गातील मुलांची संख्या x अशी मांडू

∴ वर्गातील मुलांची संख्या = (150 -x)

एकूण 150 विद्यार्थ्यांचे वजन = [(एकूण x मुलाचे वजन) + (एकूण (150 -x) मूलींचे वजन)]

∴ $150 \times 60 = 70x + 55(150 - x)$

∴ $9000 = 70x + 8250 - 55x$

∴ $9000 - 8250 = 70x - 55x$

∴ $15x = 750$

∴ $x = 50$

∴ वर्गातील मुलांची संख्या = x = 50

∴ वर्गातील मुलींची संख्या = (150- x) = 100

BUDDHIRAJ

36) वर्गातील 25 विद्यार्थ्यांचा वजनाचा मध्य 48 किलो आहे. जर पहिल्या 13 विद्यार्थ्यांचा वजनाचा मध्य 50 किलो असून त्यातील शेवटच्या 13 विदयाश्र्यांचा वजनाचा मध्य 46 किलो आहे. तर 13 व्या विद्यार्थ्यांचे वजन काढा. (4 marks)

Ans : 25 विद्यार्थ्यांच्या वजनाचा मध्य 48 किलो आहे.

∴ 25 विद्यार्थ्यांच्या वजनाची बेरीज = 48 × 25

= 1200 किलो

आता, पहिल्या 13 विद्यार्थ्यांच्या वजनाचा मध्य 50 किलो आहे.

पहिल्या 13 विद्यार्थ्यांच्या वजनाची बेरीज = 50 × 13

= 650 किलो

शेवटच्या 13 विद्यार्थ्यांच्या वजनाचा मध्य 46 किलो आहे.

∴ शेवटच्या 13 विद्यार्थ्यांच्या वजनाची बेरीज = 46 × 13

= 598 किलो

पहिल्या 13 विद्यार्थ्यांच्या वजनाची बेरीज आणि शेवटच्या 13 विद्यार्थ्यांच्या वजनाची बेरीज = 650 + 598 = 1248 किलो

13 व्या विद्यार्थ्यांचे वजन = 1248 – 1200

= 48 किलो

BUDDHIRAJ

37) सोमवार, मंगळवार, आणि बुधवार चे सरासरी तापमान 40^0 अंश सेल्सिअस होते. मंगळवार, बुधवार, आणि गुरूवारचे सरासरी तापमान 41^0 अंश सेल्सिअस होते. जर गुरूवारचे तापमान 42^0 अंश सेल्सिअस असेल तर सोमवारचे तापमान काय होते? (4 marks)

उत्तर : सोमवार, मंगळवार, आणि बुधवारचे सरासरी तापमान 40 अंश सेल्सिअस होते.

∴ सोमवार, मंगळवार, आणि बुधवारच्या तापमानांची बेरीज

$= 40 \times 3 = 120^0$सेल्सिअस

मंगळवार, बुधवार आणि गुरूवारचे सरासरी तापमान 41^0 सेल्सिअस होते.

∴ मंगळवार, बुधवार आणि गुरूवारच्या तापमानांची बेरीज

$= 41 \times 3 = 123^0$ सेल्सिअस

गुरूवारचे तापमान 42^0 सेल्सिअस होते.

$= (120 + 42 – 123)$

$= 39^0$ सेल्सिअस

∴ सोमवारचे तापमान 39^0 सेल्सिअस होते.

BUDDHIRAJ

38) एका शाळेतील शिक्षकांचे वय पुढीलप्रमाणे दिलेले आहे. 53, 37, 39, 51, 46, 42, 44, 47, 55, 48. तर त्यांचा मध्यक काढा .(3 m)

Ans : दिलेली सामग्री चढत्या क्रमाने मांडा :

37,39,42,44,46,47,48,51,53,55.

येथे , n = 10 (सम संख्या)

मध्यक $= \left(\frac{N}{2}\right)$ आणि $\frac{N+2}{2}$ यांचा मध्य

$\therefore \frac{n}{2} = \frac{10}{2} =$ 5 वे पद आणि

$\left(\frac{N+2}{2}\right) = \left(\frac{10+2}{2}\right) = \left(\frac{12}{2}\right) =$ 6 वे पद

5 वे पद = 46 आणि 5 वे पद =47

मध्यक $= \frac{46+47}{2} = \frac{93}{2} = 46.5$

46.5 हा मध्यक आहे.

39) एका टोपलीमध्ये 10 टोमॅटो आहेत. प्रत्येक टोमॅटोचे ग्रॅममधील वजन खालीलप्रमाणे दिले आहे. 60, 70, 90, 95, 50, 65, 70, 80, 85, 95.

BUDDHIRAJ

टोमॅटोच्या वजनाचे मध्यक काढा (3 marks)

50, 60, □ , 70, □, 80, 85, □ , □ , □

येथे, n = □

मध्यक = □ व्या पदाचा व □ व्या पदाचा मध्य

मध्यक = $\frac{\quad}{2} = \frac{\quad}{\quad}$

∴ टोमॅटोच्या वजनाचा मध्यक = □ ग्रॅम

उत्तर : दिलेली सामग्री चढत्या क्रमाने मांडा

50, 60, 65 , 70, 70, 80, 85, 90 , 95 , 95

येथे, n = 10

मध्यक = 5 व्या पदाचा व 6 व्या पदाचा मध्य

मध्यक = $\frac{70+80}{2} = \frac{150}{2}$

∴ टोमॅटोच्या वजनाचा मध्यक = 75 ग्रॅम

BUDDHIRAJ

40) खालील 10 प्राप्तांक चढत्या क्रमाने मांडलेले आहेत. 45, 47, 50, 52, x, x + 2, 60, 62, 63, 74. यांचा मध्यक 53 आहे यावरून x ची किंमत काढा. (4 marks)

Soln : दिलेले प्राप्तांक चढत्या क्रमाने 45, 47, 50, 52, x, x + 2, 60, 62, 63, 74.

एकुण प्राप्तांक = n = 10

∴ 5 वी आणि 6 वी संख्याची सरासरी मध्यक आहे.

∴ मध्यक = $\frac{x+x+2}{2}$

56 = $\frac{x+x+2}{2}$

∴ 106 = 2x + 2

∴ 2x = 106 – 2

∴ 2x = 104

∴ x = 52.

ii) प्राप्तांक चढत्या क्रमाने 45, 47, 50, 52, 52, 54, 60, 62, 63, 74.

BUDDHIRAJ

∴ मध्य = $\dfrac{\text{सर्व प्राप्तांकांची बेरीज}}{\text{एकूण प्राप्तांक}}$

$= \dfrac{45+47+50+52+52+54+60+62+63+74}{10}$

$= \dfrac{559}{10}$

मध्य = 55.9

iii) प्राप्तांक चढत्या क्रमाने 45, 47, 50, 52, 52, 54, 60, 62, 63, 74.

सर्वाधिक वेळा आलेला प्राप्तांक 52 आहे.

∴ बहूलक = 52

41) एका शेतकऱ्याला त्याच्या शेतातून गहू व ज्वारी या दोन पिकांचे तीन वर्षात मिळालेले उत्पादन दर्शवणारा जोडस्तंभालेख काढून दाखवला आहे. त्यावरून पुढील प्रश्नांची उत्तरे लिहा. (4 मार्क)

(i) तीन वर्षामध्ये कोणत्या धान्याचे उत्पादन सतत वाढले?

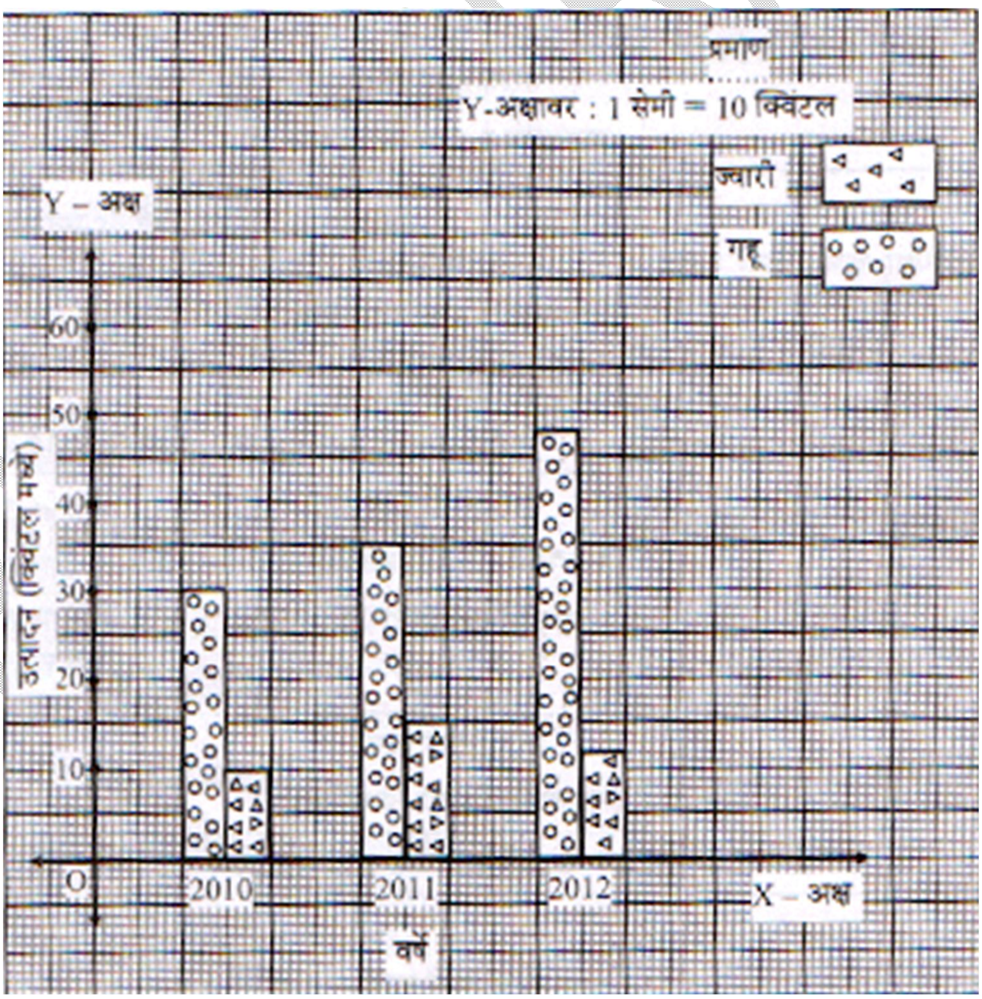
(ii) 2012 मध्यक 2011 पेक्षा ज्वारीचे उत्पादन किती कमी झाले?

(iii) 2010 मधील गव्हाचे उत्पादन व 2012 मधील गव्हाचे उत्पादन यांतील फरक किती?

(iv) या आलेखातील माहितीवरून खालील सारणी पूर्ण करा.

उत्पादन (क्विंटल) / वर्षे	गहू	ज्वारी	एकूण उत्पादन
2010			
2011			
2012	48	12	60

उत्तर :



(i) तीन वर्षामध्ये गहू या धान्याचे उत्पादन सतत वाढले

(ii) 2012 मध्यक 2011 पेक्षा ज्वारीचे उत्पादन 3 क्विंटल ने कमी झाले

(iii) 2010 व 2012 मधील गव्हाच्या उत्पादनातील फरक =48 -30 =18 क्विंटल

(iv)

उत्पादन (क्विंटल) / वर्षे	गहू	ज्वारी	एकूण उत्पादन
2010	30	10	40
2011	35	15	50
2012	48	12	60

BUDDHIRAJ

42) एका शहराचे एका महिन्याचे दररोजचे कमाल तापमान सेल्सिअस अंशामध्यक खालीलप्रमाणे आहे. योग्य वर्ग घेऊन वर्गीकृत वारंवारता वितरण सारणी (सलग वर्ग) तयार करा. (4 M)

29.2, 29.0, 28.1, 28.5, 32.9, 29.2, 29.2, 34.2, 36.8, 32.0, 31.0, 30.3, 30.0 33, 32.5, 35.5, 34.0, 32.9, 31.5, 30.5, 31.4, 31.4, 30.3, 34.7, 35.0, 32.5, 33.5, 29.0, 29.5, 29.9, 33.2, 30.2

सारणीवरून खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

(i) कमाल तापमान 34 ^{0}C पेक्षा कमी असणारे दिवस किती?

(ii) कमाल तापमान 34 ^{0}C किंवा त्यापेक्षा जास्त असणारे दिवस किती?

उत्तर :

वर्ग (तापमान)	ताळयांच्या खुणा	वारंवारता
28-30	~~IIII~~ III	8
30-32	~~IIII~~ III	8
32-34	~~IIII~~ III	8
34-36	~~IIII~~	5
36-38	I	1
	एकूण (N) = 30	

(i) 34^{0} C पेक्षा कमी असणारे दिवस = 8 + 8 + 8 = 24

(ii) 34^{0} C किंवा त्यापेक्षा जास्त असणारे दिवस = 5 + 1 = 6

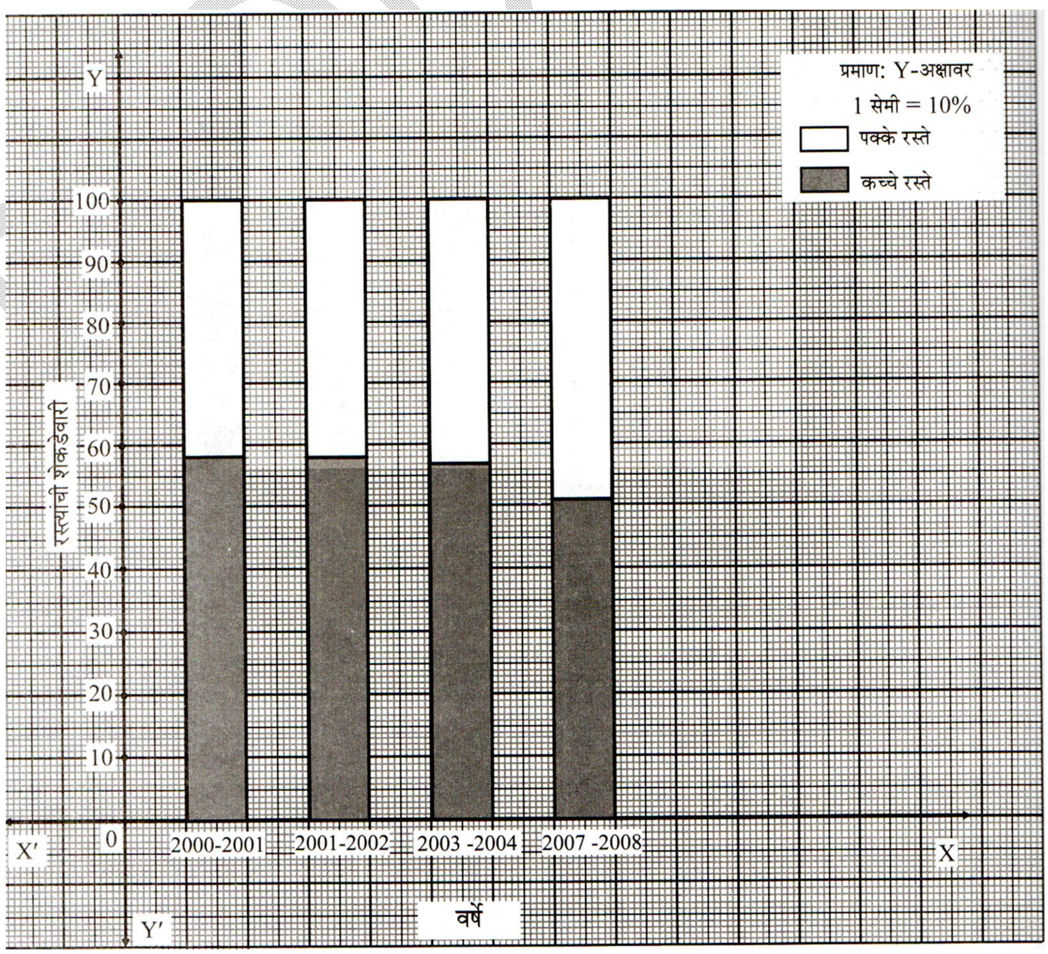
43) खालील सारणीमध्ये भारतातील पक्क्या रस्त्यांची व कच्च्या रस्त्यांची माहिती दिली आहे. त्यावरून शतमान स्तंभालेख काढा (3m)

वर्षे	पक्के रस्ते (लक्ष किमी)	कच्चे रस्ते (लक्ष किमी)
2000-2001	14	10
2001-2002	15	11
2003-2004	17	13
2007-2008	20	19

BUDDHIRAJ

उत्तर: शतमान स्तंभालेख

वर्ष	2000-2001	2001-2002	2003-2004	2007-2008
पक्के रस्ते (लक्ष किमी)	14	15	17	20
कच्चे रस्ते (लक्ष किमी)	10	11	13	19
एकुण	24	26	30	39
पक्या रस्त्यांची “ोकडेवारी	$\frac{14}{24} \times 100 =$ 58.33%. ~ 58%	$\frac{15}{26} \times 100 =$ 57.69% ~ 58%	$\frac{17}{30} \times 100 =$ 56.67% ~ 57%	$\frac{20}{39} \times 100 =$ 51.28% ~ 51%
कच्या रस्त्यांची शेकडेवारी	100 – 58 = 42%	100 – 58 = 42%	100 – 57 = 43%	100 – 51 = 49%



44) खालील सारणीत काही कुटुंबातील 14 वर्षाखालील अपत्यांची संख्या दर्शवली आहे. यावरून 14 वर्षाखालील अपत्यांच्या संख्यांचा बहूलक काढा. (3M)

अपत्यांची संख्या	1	2	3	4
कुटूंब (वारंवारता)	15	25	5	5

उत्तर : येथे सर्वाधिक वारंवारिता असलेला प्राप्तांक = 2

∴ बहूलक = 2

45) एका वर्गातील 62 विदयार्थ्यांना गणित विषयात 100 पैकी मिळालेले गुण पुढे दिले आहेत. 0-10, 10-20…. हे वर्ग घेऊन संचित वारंवारता सारणी (पेक्षा कमी) तयार करा. (3 marks)

55, 60, 81. 90, 45, 65, 45, 52, 30, 85, 20, 10, 75, 95, 09, 20, 25, 39, 45, 50, 78, 70, 46, 64, 42, 58, 31, 82, 27, 11, 78, 97, 07, 22, 27, 36, 35, 40, 75, 80, 47, 69, 48, 59, 32, 83, 23, 17, 77, 45, 05, 23, 37, 38, 35, 25, 46, 57, 68, 45, 47, 49

BUDDHIRAJ

वर्ग (Mark)	वारंवारता (विद्यार्थ्यांची संख्या)	संचित वारंवारता सारणी (पेक्षा कमी)
0-10	3	3
10-20	3	3 + 3 = 6
20-30	9	6 + 9 = 15
30-40	9	15 + 9 = 24
40-50	13	24 + 13 = 37
50-60	6	37 + 6 = 43
60-70	5	43 + 5 = 48
70-80	6	48 + 6 = 54
80-90	5	54 + 5 =59
90-100	3	59+3 = 62
	एकुण (N) = 62	

46) वरील प्रश्न क्रं 45 मधील सारणीचा वापर करून खालील प्रष्नांची उत्तरे लिहा. (4 marks)

(i) 40 पेक्षा कमी गुण मिळवणारे विद्यार्थी किती ?

उत्तर : 40 पेक्षा कमी गुण मिळवणारे विद्यार्थी 24 आहेत

(ii) 10 पेक्षा कमी गुण मिळवणारे विद्यार्थी किती ?

उत्तर : 10 पेक्षा कमी गुण मिळवणारे विद्यार्थी 3 आहेत

(iii) 60 पेक्षा कमी गुण मिळवणारे विद्यार्थी किती ?

उत्तर : 60 पेक्षा कमी गुण मिळवणारे विद्यार्थी 43 आहेत

(iv) 50-60 या वर्गाची संचित वारंवारता काढा.

उत्तर : 50-60 या वर्गाची संचित वारंवारता 43 आहे.

47) एका शाळेतील इयत्ता 9 वीच्या 46 विदयार्थ्यांना त्यांच्या कंपासमधील पेन्सिलींची लांबी मोजावयास सांगितली. ती सेंटीमीटरमध्ये पुढीलप्रमाणे आहे : (3 m)

16, 15, 7, 4.5, 8.5, 5.5, 5, 6.5, 6, 10, 12, 13, 4.5, 4.9, 16, 11, 9.2, 7.3, 11.4, 12.7, 13.9, 16, 5.5, 9.9, 8.4, 11.4, 13.1, 15, 4.8, 10, 7.5, 8.5, 6.45, 7.2, 4.5, 5.7, 16, 5.7, 6.9, 8.9, 9.2, 10.2, 12.3, 13.7, 14.5, 10.

0-5, 5-10, 10-15 … या प्रमाणे वर्ग घेऊन असमावेषक पध्दतीने वर्गीकृत वारंवारता वितरण सारणी तयार करा.

उत्तर :

BUDDHIRAJ

वर्ग	ताळयाच्या खुणा	वारंवारता
0-5	~~IIII~~	05
5-10	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~	20
10-15	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~	15
15-20	IIII	06
	(N) = $\sum fi$ = 46	

48) खालील सारणी पूर्ण करा. (4 मार्क)

वर्ग (age)	ताळयाच्या खुणा	वरंवारता (विद्यार्थी संख्या)
12-13	~~IIII~~	
13-14	~~IIII~~ ~~IIII~~ IIII	
14-15		
15-16	IIII	
	(N) = $\sum fi$ = 35	

उत्तर : 14-15 वर्गाची वारंवारता x अशी मांडू

$5 + 14 + x + 4 = 35$

$\therefore 23 + x = 35$

$\therefore x = 35 - 23$

$x = 12$

BUDHIRAJ

वर्ग (age)	ताळयाच्या खुणा	वारंवारता (विद्यार्थी संख्या)
12-13	~~IIII~~	5
13-14	~~IIII~~ ~~IIII~~ IIII	14
14-15	~~IIII~~ ~~IIII~~ II	12
15-6	IIII	4
	(N) = $\sum fi$ = 35	

49) बहूलक म्हणजे काय? उदाहरणासह स्पष्ट करा. (2 मार्क)

उत्तर : सर्वात जास्त वारंवारता असणाऱ्या प्राप्तांकास बहूलक म्हणतात.

उदा. जर दोन संख्याची जास्त वारंवारता समान असेल तर दोन्ही संख्या बहूलक असतात.

50) 60 ते 70 या वर्गाचा वर्गमध्य काढा (2 मार्क)

उत्तर : वर्गमध्य $= \frac{\text{खालची वर्गमर्यादा + वरची वर्गमर्यादा}}{2}$

∴ वर्गमध्य $= \frac{60+70}{2}$

BUDDHIRAJ

$$= \frac{130}{2}$$

$$= 65$$

∴ 60 ते 70 या वर्गाचा वर्गमध्य 65 आहे.

****

BUDDHIRAJ