14. सरावासाठी अधिक प्रश्न

1. शहराच्या एका उपनगराची लोकसंख्या दरवर्षी 5% वाढते. आज त्या उपनगराची लोकसंख्या 2,16,000 असल्यास आणखी दोन वर्षांनी ती किती होईल ?

उकल :

येथे A = दोन वर्षांनंतरची लोकसंख्या,

P = आजची लोकसंख्या = 2,16,000

R = लोकसंख्या वाढीचा दर = 5

N = मुदत = 2 वर्षे

दोन वर्षांनंतरची लोकसंख्या = $A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$$= 216000 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2$$

$$= 216000 \times \left(\frac{21}{20}\right)^2$$

$$= 216000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$$

$$= 216000 \times \frac{441}{400}$$

$$= 238140$$

∴ दोन वर्षांनंतर उपनगराची लोकसंख्या 2,38,140 होईल.

2. एका उद्यानात 15,625 झाडे आहेत. वृक्षवाढीचे उद्दिष्ट 8% ठरवले आहे तर त्या वनात 3 वर्षांनंतर झाडांची संख्या किती होईल ?

उकल :

आजची झाडांची संख्या = P = 15625

वृक्षवाढीचा दर $= R = 8$

मुदत $= N = 3$ वर्षे

$\therefore$ तीन वर्षानंतरची झाडांची संख्या $= A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$$= 15625 \times \left(1 + \frac{8}{100}\right)^3$$

$$= 15625 \times \left(1 + \frac{2}{25}\right)^3$$

$$= 15625 \times \left(\frac{27}{25}\right)^3$$

$$= 15625 \times \frac{27}{25} \times \frac{27}{25} \times \frac{27}{25}$$

$$= 27 \times 27 \times 27$$

$$= 19683$$

$\therefore$ तीन वर्षानंतर उद्यानातील झाडांची संख्या 19,683 होईल.

3. एका कंपनीमध्ये सुरुवातीस 6400 कर्मचारी कामावर होते. दरवर्षी 25% कर्मचारी कमी करायचे असतील तर दोन वर्षांनी त्या कंपनीत किती कर्मचारी राहतील ?

उकल :

कर्मचाऱ्यांची संख्या $= P = 6400$

कर्मचारी कमी करण्याचा दर $= R = 25$

कर्मचाऱ्यांची संख्या दरवर्षी 25% ने कमी होते.

$\therefore R = -25$

मुदत $= N = 2$ वर्षे

$\therefore$ कर्मचारी कमी केल्यानंतर कर्मचाऱ्यांची संख्या

$$A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

$$= 6400 \times \left(1 + \frac{(-25)}{100}\right)^2$$

$$= 6400 \times \left(1 - \frac{1}{4}\right)^2$$

$$= 6400 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$= 6400 \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$$

$$= 3600$$

∴ दोन वर्षानंतर कामावर असणाऱ्या कर्मचाऱ्यांची संख्या 3600 असेल.

4. सागरने 3 वर्षांपूर्वी 78125 रुपयांना एक यंत्र खरेदी केले. दरवर्षी 8% दराने त्या यंत्राच्या किंमतीत घट होत असल्यास त्या यंत्राची आजची किंमत किती ?

उकल :

घट झाल्यानंतरची किंमत = A

मूळ किंमत = P = 78125 रु.

घसाऱ्याचा दर (घटीचा दर) = R = 8

मुदत = N = 3 वर्षे

घट झाल्यानंतरची किंमत $A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$$= 78125 \times \left(1 + \frac{(-8)}{100}\right)^3$$

$$= 78125 \times \left(1 - \frac{2}{25}\right)^3$$

$$= 78125 \times \left(\frac{23}{25}\right)^3$$

$$= 78125 \times \frac{23}{25} \times \frac{23}{25} \times \frac{23}{25}$$

$$= 3125 \times 23 \times \frac{23}{25} \times \frac{23}{25}$$

$$= 125 \times 23 \times 23 \times \frac{23}{25}$$

$$= 5 \times 23 \times 23 \times 23$$

$$= 5 \times 12167$$

$$= 60835$$

∴ आजची यंत्रांची किंमत 60,835 रु. आहे.

5. एका रकमेची वार्षिक व्याज आकारणीने, एकाच चक्रवाढ व्याजदराने दोन वर्षांत 46500 रु. व तीन वर्षांत 48360 रु. रास होते तर वार्षिक व्याजदर काढा.

उकल :

दोन वर्षांत 46,500 रु. होतात.

येथे रास = A = 46,500 रु.

मुदत = N = 2 वर्षे

∴ 2 वर्षांचा व्याजदर काढू.

$$\therefore A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

$$\therefore 46500 = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2 \ldots\ldots\ldots\ldots(I)$$

आता 3 वर्षांचा व्याजदर काढू.

A = 48360 रु. , मुदत = N = 3 वर्षे

$$\therefore A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

$$\therefore 48360 = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^3 \ldots\ldots\ldots\ldots (II)$$

समीकरण (II) ÷ (I) करुन

$$\therefore \frac{48360}{46500} = \frac{P \times \left(1+\frac{R}{100}\right)^3}{P \times \left(1+\frac{R}{100}\right)^2}$$

$$\therefore \frac{48360}{46500} = 1 + \frac{R}{100}$$

$$\therefore \frac{R}{100} = \frac{48360}{46500} - 1$$

$$\therefore \frac{R}{100} = \frac{48360 - 46500}{46500}$$

$$\therefore \frac{R}{100} = \frac{1860}{46500}$$

$$= \frac{186}{4650}$$

$$= \frac{31}{775}$$

$$\therefore \frac{R}{100} = \frac{1}{25}$$

$$\therefore R = \frac{100}{25}$$

$$\therefore R = 4$$

∴ वार्षिक व्याजदर 4% आहे.

6. बाळासाहेबांनी 1,44,000 रु. भांडवल घालून दोन वर्षांपूर्वी एक व्यवसाय सुरु केला. भांडवलात दरवर्षी शेकडा 10 ने वाढ होत असल्यास त्या व्यवसायात आज एकूण भांडवल किती आहे ?

उकल :

मूळ भांडवल = P = 144000 रु.

वाढीचा दर = R = 10

मुदत = N = 2 वर्षे

∴ 2 वर्षानंतरचे आजचे भांडवल $= P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

∴ आजचे भांडवल $= 144000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2$

$= 144000 \times \left(1 + \frac{1}{10}\right)^2$

$= 144000 \times \left(\frac{11}{10}\right)^2$

$= 144000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10}$

$= 174240$

∴ व्यवसायातील आजचे भांडवल 1,74,240 रु.

7. एका कारची किंमत 768000 रु. आहे. तिच्या किंमतीमध्ये वार्षिक 2.5% दराने घट होत असल्यास 3 वर्षानंतर त्या कारची किंमत किती होईल ?

उकल :

कारची आजची किंमत = P = 768000 रु.

घटीचा दर = R = 2.5%

कारची किंमत दरवर्षी 2.5% दराने कमी होते.

∴ घटीचा दर = R = – 2.5%

मुदत = N = 3 वर्षे

∴ 4 वर्षानंतर मिळणारी किंमत $= A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$= 768000 \times \left(1 + \frac{-2.5}{100}\right)^3$

$= 768000 \times \left(1 - \frac{25}{1000}\right)^3 \ldots \left[\frac{2.5}{100} = \frac{25}{1000}\right]$

$$= 768000 \times \left(1 - \frac{1}{40}\right)^3$$

$$= 768000 \times \left(\frac{39}{40}\right)^3$$

$$= 768000 \times \frac{39}{40} \times \frac{39}{40} \times \frac{39}{40}$$

$$= 12 \times 39 \times 39 \times 39$$

$$= 711828$$

∴ तीन वर्षानंतरची कारची किंमत 7,11,828 रु. होईल.

8. शैलेश आणि श्रीधर या दोघांनी एक व्यवसाय सुरु करण्यासाठी 5% दराने 8410 रु. कर्ज घेतले. तर 3 वर्षांनी शैलेशला द्यावी लागणारी रक्कम व 5 वर्षांनी श्रीधरला द्यावी लागणारी रक्कम समान आहे. तर शैलेश आणि श्रीधर यांचे अनुक्रमे भांडवल किती. ?

उकल :

श्रीधरचे भांडवल x रु. मानू,

∴ शैलेशचे भांडवल = $(8410 - x)$ रु.

शैलेशच्या कर्जाचा व्याजाचा दर = R = 5

शैलेशच्या कर्जाची मुदत = N = 3 वर्षे

∴ शैलेशचे भांडवल (A) = $P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$$= (8410 - x) \times \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 \text{...........(I)}$$

श्रीधरच्या कर्जाचा व्याजाचा दर = R = 5

श्रीधरच्या कर्जाची मुदत = N = 5 वर्षे

∴ श्रीधरचे भांडवल (A) = $P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$$= x \times \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5 \ldots\ldots\ldots\ldots (II)$$

परंतु 3 वर्षांनी शैलेशला द्यावी लागणारी रक्कम आणि 5 वर्षांनी श्रीधरला द्यावी लागणारी रक्कम समान आहे.

$$\therefore (8410 - x) \times \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 = x \times \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5$$

.... समी. (I) व (II) वरुन

$$\therefore (8410 - x) = x \times \left[\left(1 + \frac{5}{100}\right)^{5-3}\right]$$

$$\therefore 8410 - x = x \times \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2$$

$$\therefore 8410 - x = x \times \left(1 + \frac{1}{20}\right)^2$$

$$\therefore 8410 - x = x \times \left(\frac{21}{20}\right)^2$$

$$\therefore 8410 - x = x \times \frac{441}{400}$$

$$\therefore \frac{441}{400} \times (x + x) = 8410$$

$$\therefore \frac{441}{400} \times 2x = 8410$$

$$\therefore \frac{841}{400} \times x = 8410$$

$$\therefore x = 8410 \times \frac{400}{841}$$

$$\therefore x = 10 \times 400$$

$$\therefore x = 4000$$

$\therefore$ श्रीधरचे भांडवल $= x = 4000$ रु.

$\therefore$ शैलेशचे भांडवल $= 8410 - x = 8410 - 4000$

$= 4410$ रु.

$\therefore$ शैलेश आणि श्रीधर यांचे भांडवल अनुक्रमे 4410 रु. आणि 4000 रु. आहे.

9. अर्जुनने एक व्यवसाय सुरु करण्यासाठी एका पतसंस्थेकडून द.सा.द.शे. 5 दराने 60000 रु. कर्जाऊ घेतले. ती रक्कम दोन वर्षांत दर महिना समान रुपयाने फेडण्याचे ठरले तर अर्जुन दर महिना किती रुपयांची परतफेड करत होता ?

उकल :

येथे $P = 60000$ रु., $R = 5, N = 2$ वर्षे,

प्रथम 2 वर्षांत होणारी रक्कम काढू.

$\therefore$ 2 वर्षांत फेडलेली रक्कम $= P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$= 60000 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2$

$= 60000 \times \left(1 + \frac{1}{20}\right)^2$

$= 60000 \times \left(\frac{21}{20}\right)^2$

$= 60000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$

$= 60000 \times \frac{441}{400}$

$= 150 \times 441$

$= 66150$ रु.

$\therefore$ 1 वर्षात फेडलेली रक्कम $= \frac{66150}{2} = 33075$रु.

कर्जाऊ रक्कम दर महिना समान रुपयाने फेडण्याचे ठरले.

$\therefore$ दर महिना फेडलेली रक्कम $= \dfrac{\text{1 वर्षांत फेडलेली रक्कम}}{}$

12

$= \frac{33075}{12} = 2756.25$

∴ अर्जुन दर महिना 2756.25 रुपयांची परतफेड करत होता.

10. राहूलने एका राष्ट्रीयीकृत बँकेत द.सा.द.शे. $10\frac{1}{2}$ दराने एका वर्षासाठी 40960 रु. गुंतवले. चक्रवाढ व्याजाची आकारणी सहामाही आहे तर रास आणि चक्रवाढ व्याज काढा.

उकल :

एका वर्षाचा व्याज दर = $10\frac{1}{2} = 10.5$

∴ सहामाहीचा व्याजदर $= \frac{10.5}{2} = 5.25$

मुदत = 1 वर्ष, ∴ सहामाही कालखंड $= 2N = 2 \times 2 = 4$

येथे $P =$ 40960 रु. $R = 5.25, N = 4$

∴ रास $A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$= 40960 \times \left(1 + \frac{5.25}{100}\right)^4$

$= 40960 \times \left(1 + \frac{525}{10000}\right)^4$

$= 40960 \times \left(1 + \frac{5}{8}\right)^4$

$= 40960 \times \left(\frac{13}{8}\right)^4$

$= 40960 \times \frac{13}{8} \times \frac{13}{8} \times \frac{13}{8} \times \frac{13}{8}$

$= 10 \times 13 \times 13 \times 13 \times 13$

$= 285610$ रु.

∴ चक्रवाढ व्याज = रास – मुद्दल

$$= 285610 - 40960 = 244650 \text{ रु.}$$

∴ रास = 2,85,610 रु. आणि चक्रवाढ व्याज = 2,44,650 रु.

11. साहेबरावांनी 25,000 रु. कर्जाऊ घेतले. चक्रवाढ व्याजाने पहिल्या वर्षी, दुसऱ्या वर्षी व तिसऱ्या वर्षी अनुक्रमे 2%, 3 % व 4 % दराने व्याज देण्याचे ठरले, तर तिसऱ्या वर्षाच्या अखेरीस त्यांना एकूण किती रक्कम परत करावी लागेल ?

उकल :

मुद्दल = P = 25000 रु.

पहिल्या वर्षाचा व्याजाचा दर = $R_1 = 2$

दुसऱ्या वर्षाचा व्याजाचा दर = $R_2 = 3$

तिसऱ्या वर्षाचा व्याजाचा दर = $R_3 = 4$

मुदत = N = 1.

पहिल्या वर्षाची रक्कम $(A_1) = P \times \left(1 + \frac{R_1}{100}\right)^N$

$$= 25000 \times \left(1 + \frac{2}{100}\right)^1$$

दुसऱ्या वर्षाची रक्कम $(A_2) = P \times \left(1 + \frac{R_2}{100}\right)^N$

$$= 25000 \times \left(1 + \frac{3}{100}\right)^1$$

तिसऱ्या वर्षाची रक्कम $(A_3) = P \times \left(1 + \frac{R_3}{100}\right)^N$

$$= 25000 \times \left(1 + \frac{4}{100}\right)^1$$

तिसऱ्या वर्षाच्या अखेरीस भरावी लागणारी रक्कम = $A = A_1 \times A_2 \times A_3$

$= \left[25000\left(1+\frac{2}{100}\right)\right] \times \left[25000\left(1+\frac{3}{100}\right)\right] \times \left[25000\left(1+\frac{4}{100}\right)\right]$

$= 25000\left[\left(1+\frac{2}{100}\right)\left(1+\frac{3}{100}\right)\left(1+\frac{4}{100}\right)\right]$

$= 25000 \times \frac{102}{100} \times \frac{103}{100} \times \frac{104}{100}$

$= \frac{102 \times 103 \times 13}{5}$

= 27315.6 रु.

∴ साहेबरावांना तिसऱ्या वर्षाच्या अखेरीस एकूण 27315.60 रु. परत करावे लागतील.

12. एका उपनगराची लोकसंख्या 55,000 आहे. लोकसंख्या पहिल्या वर्षी 10 % ने वाढते. दुसऱ्या वर्षी 6 % ने वाढते आणि तिसऱ्या वर्षी 10 % ने कमी होते. तर तिसऱ्या वर्षाच्या अखेरीस त्या उपनगराची लोकसंख्या किती ?

उकल :

मुद्दल = P = 55000

पहिल्या वर्षी लोकसंख्या 10 % ने वाढते

पहिल्या वर्षाची लोकसंख्या $= P \times \left(1+\frac{10}{100}\right)^1$

$= 55000 \times \left(\frac{110}{100}\right)$

दुसऱ्या वर्षी लोकसंख्या 6 % ने वाढते

दुसऱ्या वर्षाची लोकसंख्या $= P \times \left(1+\frac{6}{100}\right)^1$

$= 55000 \times \left(\frac{106}{100}\right)$

तिसऱ्या वर्षी लोकसंख्या 10 % ने कमी होते.

तिसऱ्या वर्षाची लोकसंख्या $= P \times \left(1-\frac{10}{100}\right)^1$

$$= 55000 \times \left(\frac{90}{100}\right)$$

∴ तिसऱ्या वर्षानंतरची लोकसंख्या = पहिल्या वर्षाची लोकसंख्या × दुसऱ्या वर्षाची लोकसंख्या × तिसऱ्या वर्षाची लोकसंख्या.

$$= \left[55000\left(\frac{110}{100}\right) \times 55000\left(\frac{106}{100}\right) \times 55000\left(\frac{90}{100}\right)\right]$$

$$= 55000\left[\frac{110}{100} \times \frac{106}{100} \times \frac{90}{100}\right]$$

$$= \frac{55 \times 11 \times 106 \times 9}{10}$$

$$= \frac{577170}{10}$$

$$= 57717$$

∴ उपनगराची लोकसंख्या तिसऱ्या वर्षाच्या अखेरीस $57,717$ असेल.

13. 30000 रुपयांचे 3 वर्षांचे द.सा.द.शे. 16 दराने चक्रवाढव्याज काढा.

उकल :

येथे **P = 30000 रु, R = 16 % , N = 3 वर्षे**

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

$$= 30000\left(1 + \frac{16}{100}\right)^3$$

$$= 30000\left(\frac{116}{100}\right)^3$$

$$= 30000 \times \frac{116}{100} \times \frac{116}{100} \times \frac{116}{100}$$

$$= \frac{3 \times 116 \times 116 \times 116}{100}$$

$= \frac{4682688}{100}$

$= 46826.88$

∴ 3 वर्षांचे चक्रवाढव्याज (I) = रास – मुद्दल

$= 46826.88 - 30000$

$= 16826.88$

∴ 3 वर्षांचे चक्रवाढव्याज 16826.88 रु. होईल.

14. एका रकमेची द.सा.द.शे. 20 दराने 2 वर्षांनी चक्रवाढ व्याजाने 14,400 रु. रास होते. तर ती रक्कम काढा.

उकल :

येथे A = 14,400 रु, R = द.सा.द.शे. 20 , N = 2 वर्षे

$$A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

$$\therefore 14400 = P \times \left(1 + \frac{20}{100}\right)^2$$

$$= P \times \left(\frac{120}{100}\right)^2$$

$$= P \times \left(\frac{6}{5}\right)^2$$

$$= P \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{5}$$

$$\therefore P = \frac{14400 \times 5 \times 5}{6 \times 6} = 10,000$$

∴ ती रक्कम 10,000 रुपये आहे.

15. 8000 रुपयांची 2 वर्षांची रास चक्रवाढ व्याजाने 10580 रु. झाली तर चक्रवाढव्याजाचा दर किती ?

उकल :

येथे P = 8000 रु, A = 10580 रु, N = 2 वर्षे

$$A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

$$\therefore 10580 = 8000 \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$\therefore 10580 = 8000 \times \left(\frac{100 + R}{100}\right)^2$$

$$= 8000 \times \frac{(100 + R)^2}{10000}$$

$$= \frac{4(100 + R)^2}{5}$$

$$\therefore \frac{10580 \times 5}{4} = (100 + R)^2$$

$$\therefore 2645 \times 5 = (100 + R)^2$$

$$\therefore 13225 = (100 + R)^2$$

$$\therefore 25 \times 529 = (100 + R)^2$$

$\therefore 5 \times 23 = 100 + R$ ....(दोन्हीं बाजूंची वर्गमूळे घेऊन)

$$115 = 100 + R$$

$$\therefore R = 115 - 100$$

$$\therefore R = 15$$

∴ चक्रवाढव्याजाचा दर द.सा.द.शे. 15 आहे.

16. 12,000 रुपयांचे द.सा.द.शे. 15 दराने 2 वर्षे 4 महिन्यांत चक्रवाढव्याज किती मिळेल ?

उकल :

येथे $P = 12,000$ रु, $R = 15\%$, $N = 2$ वर्षे 4 महिने

प्रथम 2 वर्षांचे चक्रवाढव्याज काढू

दोन वर्षांची रास (A) $= P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$$= 12000 \times \left(1 + \frac{15}{100}\right)^2$$

$$= 12000 \times \left(1 + \frac{3}{20}\right)^2$$

$$= 12000 \times \left(\frac{23}{20}\right)^2$$

$$= 12000 \times \frac{23}{20} \times \frac{23}{20}$$

$$= 30 \times 23 \times 23$$

∴ दोन वर्षांची रास (A) $= 15870$

2 वर्षांचे चक्रवाढ व्याज = रास – मुद्दल

$$= 15870 - 12000$$

$= 3870$ रु.

येथे 15 % व्याजाचा दर हा एका वर्षाचा आहे.

∴ 4 महिन्यासांठी व्याजाचा दर $= 15 \times \frac{4}{12} = 5\%$

∴ 4 महिन्यांचे व्याज $= 15870 \times \frac{5}{100}$

$$= \frac{1587}{2}$$

$= 793.50$

∴ 2 वर्षे 4 महिन्यांचे चक्रवाढ व्याज = 3870 + 793.50 = 4663.50 रु.

∴ 2 वर्षे 4 महिन्यांचे चक्रवाढ व्याज 4663.50 रु. मिळेल.

17. एका ग्रंथालयात 6000 पुस्तके आहेत. पुस्तकांची संख्या दरवर्षी 10% ने वाढविण्यात येते. तर 2 वर्षानंतर त्या ग्रंथालयात पुस्तके किती असतील.

उकल :

येथे ग्रंथालयातील सुरुवातीची पुस्तकांची संख्या = P = 6000

पुस्तकांची संख्या वाढविण्याचा दर = R = 10%

मुदत = N = 2 वर्षे

2 वर्षानंतरची पुस्तकांची संख्या = $P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$= 6000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2$

$= 6000 \times \left(1 + \frac{1}{10}\right)^2$

$= 6000 \times \left(\frac{11}{10}\right)^2$

$= 6000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10}$

$= 60 \times 11 \times 11$

$= 7260$

∴ 2 वर्षांनंतर त्या ग्रंथालयात 7260 पुस्तके असतील.

18. ज्ञानेश्वरीने कर्जाऊ घेतलेली रक्कम दोन वर्षांनी परत केली. तिने एकूण 22050 रु. परत केले तर चक्रवाढ व्याजाचा दर 5% असेल तर कर्जाऊ घेतलेली रक्कम काढण्यासाठी खाली दिलेली कृती पूर्ण करा.

ज्ञानेश्वरीने परत केलेली रक्कम = $\mathbf{A} = \boxed{}$ रु.

चक्रवाढ व्याजाचा दर = $\mathbf{R} = \boxed{}\ \%$

मुदत = $\mathbf{N} = \boxed{}$ वर्षे

कर्जाऊ घेतलेली रक्कम काढण्यासाठी चक्रवाढ व्याजाने रास काढण्याचे सूत्र लिहू

$$\therefore \mathbf{A} = \mathbf{P}\left(1 + \frac{\mathbf{R}}{100}\right)^{\mathbf{N}}$$

$$\boxed{} = \mathbf{P}\left(1 + \frac{\boxed{}}{100}\right)^{\boxed{}}$$

$$\boxed{} = \mathbf{P}\left(1 + \frac{\boxed{}}{20}\right)^{\boxed{}}$$

$$\boxed{} = \mathbf{P}\left(\frac{21}{20}\right)^{\boxed{}}$$

$$\therefore \mathbf{P} = \frac{\boxed{} \times 20 \times 20}{21 \times 21}$$

$$\therefore \mathbf{P} = \boxed{}$$

$\therefore$ ज्ञानेश्वरीने कर्जाऊ घेतलेली रक्कम = $\boxed{}$ रु.

उकल :

ज्ञानेश्वरीने परत केलेली रक्कम = $\mathbf{A} = \boxed{22050}$ रु.

चक्रवाढ व्याजाचा दर = $\mathbf{R} = \boxed{5}\ \%$

मुदत = $\mathbf{N} = \boxed{2}$ वर्षे

कर्जाऊ घेतलेली रक्कम काढण्यासाठी चक्रवाढ व्याजाने रास काढण्याचे सूत्र लिहू

$$\therefore A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^{N}$$

$$\boxed{22050} = P\left(1 + \frac{\boxed{5}}{100}\right)^{\boxed{2}}$$

$$\boxed{22050} = P\left(1 + \frac{\boxed{1}}{20}\right)^{\boxed{2}}$$

$$\boxed{22050} = P\left(\frac{21}{20}\right)^{\boxed{2}}$$

$$\therefore P = \frac{\boxed{22050} \times 20 \times 20}{21 \times 21}$$

$$\therefore P = \boxed{20000}$$

∴ ज्ञानेश्वरीने कर्जाऊ घेतलेली रक्कम = $\boxed{20,000}$ रु.

19. 5000 रुपयांची द.सा.द.शे. 4 दराने किती वर्षात चक्रवाढ व्याजाने 5408 रुपये रास होईल ?

उकल :

मुद्दल P = 5000 रु , दर = R = द.सा.द.शे. 4, रास = A = 5408 रु.

$$\therefore A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^{N}$$

$$\therefore 5408 = 5000 \times \left(1 + \frac{4}{100}\right)^{N}$$

$$\therefore 5408 = 5000 \times \left(1 + \frac{1}{25}\right)^{N}$$

$$\therefore 5408 = 5000 \left(\frac{26}{25}\right)^{N}$$

$$\therefore \left(\frac{26}{25}\right)^{N} = \frac{5408}{5000}$$

$\therefore \left(\frac{26}{25}\right)^N = \frac{676}{625}$ .....(8 ने भागून)

$\therefore \left(\frac{26}{25}\right)^N = \left(\frac{26}{25}\right)^2$

$\therefore$ N = 2

$\therefore$ 2 वर्षांत चक्रवाढ व्याजाने 5408 रु. होतील.

20. द.सा.द.शे. 10 दराने 15,000 रुपयांवरील 3 वर्षांचे सरळव्याज आणि चक्रवाढव्याज यांतील फरक काढा.

उकल :

मुद्दल P = 15000 रु , दर = R = द.सा.द.शे. 10, मुदत = N = 3 वर्षे.

प्रथम चक्रवाढव्याज काढू.

$$A = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

$$= 15000 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right)^3$$

$$= 15000 \times \left(1 + \frac{1}{10}\right)^3$$

$$= 15000 \left(\frac{11}{10}\right)^3$$

$$= 15000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10}$$

$$= 15 \times 11 \times 11 \times 11$$

$$= 19965$$

$\therefore$ रास = A = 19965

$\therefore$ चक्रवाढव्याज = रास − मुद्दल

= 19965 - 15000

∴ चक्रवाढव्याज = 4965 रु.

आता सरळव्याज काढू ,

सरळव्याज $= I = \frac{P \times N \times R}{100}$

सरळव्याज $= I = \frac{15000 \times 3 \times 10}{100}$

सरळव्याज = 4500 रु.

∴ चक्रवाढ व्याज आणि सरळव्याज यांतील फरक = चक्रवाढ व्याज – सरळव्याज

= 4965 – 4500

= 465

∴ चक्रवाढ व्याज आणि सरळव्याज यांतील फरक 465 रु. आहे.

21. 5 वर्षांत चक्रवाढ व्याजाने एका रकमेची दुप्पट होते. तर त्याच रकमेची आठपट किती वर्षात होईल ?

उकल :

मुद्दल = P , मुदत = N = 5 वर्षे, रास = A = 2P

येथे A = 8P असताना A = ?

$\therefore A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$2P = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^5$

∴ दोन्ही बाजूंना P ने भागू.

$\therefore 2 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^5$

दोन्हीं बाजूंचा घन करु.

$(2)^3 = \left[\left(1 + \frac{R}{100}\right)^5\right]^3$

$$8 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^{15}$$

$$\therefore N = 15$$

∴ त्या एकमेची आठपट 15 वर्षांत होईल.

22. खाली वार्षिक आकारणीची सारणी दिलेली आहे. त्यावरुन चक्रवाढव्याजाने येणारी रास व चक्रवाढव्याज काढा.

अ. क्र.	मुद्दल(रुपये)	दर (द.सा.द.शे.)	मुदत (वर्षे)
1	8000	5	3
2	1250	10	2
3	16000	15	3
4	6400	$12\frac{1}{2}$	2

उकल :

i) येथे P = 8000 रु., R = द.सा.द.शे. 5 , N = 3 वर्षे

$$\therefore \text{रास } (A) = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^{N}$$

$$= 8000\left(1 + \frac{5}{100}\right)^{3}$$

$$= 8000\left(1 + \frac{1}{20}\right)^{3}$$

$$= 8000\left(\frac{21}{20}\right)^{3}$$

$$= 8000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$$

$= 21 \times 21 \times 21$

रास (A) = **9261** रु.

∴ चक्रवाढव्याज = रास − मुद्दल

= **9261 – 8000 = 1261**

∴ रास = **9261**रु. आणि चक्रवाढव्याज = **1261** रु.

ii) येथे **P = 1250** रु , **R** = द.सा.द.शे. **10** , **N = 2** वर्षे

∴ रास (A) $= P\left(1+\frac{R}{100}\right)^{N}$

$= 1250\left(1+\frac{10}{100}\right)^{2}$

$= 1250\left(1+\frac{1}{100}\right)^{2}$

$= 1250\left(\frac{11}{10}\right)^{2}$

$= 1250 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10}$

$= \frac{25 \times 121}{2}$

$= \frac{3025}{2}$

= **1512.50**

∴ चक्रवाढव्याज = रास − मुद्दल

$= 1512.50 - 1250 = 262.50$

∴ रास $= 1512.50$ रु. आणि चक्रवाढव्याज $= 262.50$ रु.

iii) येथे $P = 16000$ रु. , $R =$ द.सा.द.शे. 15 , $N = 3$ वर्षे

∴ रास (A) $= P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$= 16000\left(1 + \frac{15}{100}\right)^3$

$= 16000\left(1 + \frac{3}{20}\right)^3$

$= 16000\left(\frac{23}{20}\right)^3$

$= 16000 \times \frac{23}{20} \times \frac{23}{20} \times \frac{23}{20}$

$= 2 \times 23 \times 23 \times 23$

रास (A) $= 24334$

∴ चक्रवाढव्याज = रास − मुद्दल

$= 24334 - 16000$

$= 8334$

∴ रास $= 24,334$ रु. आणि चक्रवाढव्याज $= 8334$ रु.

iv) येथे $P = 6400$ रु , $R =$ द.सा.द.शे. $12\frac{1}{2}$, $N = 2$ वर्षे $\therefore$ रास $(A) = P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$$= 6400 \left(1 + \frac{12.5}{100}\right)^2$$

$$= 6400 \left(1 + \frac{125}{1000}\right)^2$$

$$= 6400 \left(\frac{1125}{1000}\right)^2$$

$$= 6400 \left(\frac{9}{8}\right)^2$$

$$= 6400 \times \frac{9}{8} \times \frac{9}{8}$$

$$= 100 \times 81$$

$$= 8100$$

$\therefore$ चक्रवाढव्याज $=$ रास $-$ मुद्दल

$$= 8100 - 6400$$

$$= 1700$$

$\therefore$ रास $= 8100$ रु. आणि चक्रवाढव्याज $= 1700$ रु.

23. खाली सहामाही व्याज आकारणीची सारणी दिलेली आहे. त्यावरुन चक्रवाढव्याजाने येणारी रास आणि चक्रवाढव्याज काढा.

अ. क्र.	मुद्दल(रुपये)	दर (द.सा.द.शे.)	मुदत (वर्षे)
1	16000	10	$1\frac{1}{2}$
2	6400	15	1
3	4000	20	$1\frac{1}{2}$
4	2560	$12\frac{1}{2}$	1

उकल :

i) येथे $\mathbf{P = 16000}$ रु , $\mathbf{R}$ = द.सा.द.शे. **10**

$\therefore$ सहामाही दर $= \frac{R}{2} = \frac{10}{2} = 5\%$, $N = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ वर्षे

सहामाही मुदत $= 2N = 2 \times \frac{3}{2} = 3$ वर्षे

$\therefore$ रास $(A) = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$= 16000\left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$

$= 16000\left(1 + \frac{1}{20}\right)^3$

$= 16000\left(\frac{21}{20}\right)^3$

$= 16000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$

$= 2 \times 21 \times 21 \times 21$

$= 18522$

∴ चक्रवाढव्याज = रास − मुद्दल

= 18522 – 16000 = 2522

∴ रास = 18522 रु. आणि चक्रवाढव्याज = 2522 रु.

ii) येथे दर द.सा.द.शे. 15

∴ सहामाही व्याजदर $= \frac{R}{2} = \frac{15}{2} = 7.5\%$, मुदत (N) = 1 वर्ष ,

∴ सहामाही मुदत $= 2N = 2 \times 1 = 2$ वर्षे

येथे $P = 6400, R = 7.5, N = 2$ वर्षे

∴ रास $(A) = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$= 6400\left(1 + \frac{7.5}{100}\right)^2$

$= 6400\left(1 + \frac{75}{1000}\right)^2$

$= 6400\left(\frac{1075}{1000}\right)^2$

$= 6400\left(\frac{43}{40}\right)^2$

$= 6400 \times \frac{43}{40} \times \frac{43}{40}$

$= 4 \times 43 \times 43$

$= 7396$

∴ चक्रवाढव्याज = रास − मुद्दल

= 7396 – 6400 = 996

∴ रास = 7396 रु. आणि चक्रवाढव्याज = 996 रु.

iii) येथे दर (R) = द.सा.द.शे. 20

∴ सहामाही व्याजदर $= \frac{R}{2} = \frac{20}{2} = 10\ \%$, मुदत (N) $= 1\frac{1}{2}$ वर्षे $= \frac{3}{2}$ वर्षे

∴ सहामाही मुदत $= 2N = 2 \times \frac{3}{2} = 3$ वर्षे

∴ येथे P = 4000 रु., R = 10 %, N = 3 वर्षे

∴ रास (A) $= P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$= 4000\left(1 + \frac{10}{100}\right)^3$

$= 4000\left(1 + \frac{1}{10}\right)^3$

$= 4000\left(\frac{11}{10}\right)^3$

$= 4000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10}$

$= 4 \times 1331$

रास (A) = 5324

∴ चक्रवाढव्याज = रास − मुद्दल

= 5324 – 4000

= 1324

∴ रास = 5324 रु. आणि चक्रवाढव्याज = 1324 रु.

iv) येथे दर (R) = द.सा.द.शे. $12\frac{1}{2} = 12.5$

∴ सहामाही व्याजदर = $\frac{R}{2} = \frac{12.5}{2} = 6.25\%$, मुदत (N) = 1 वर्ष

∴ सहामाही मुदत = 2N = 2 × 1 = 2 वर्षे

∴ येथे P = 2560 रु., R = 6.25 %, N = 2 वर्षे

∴ रास $(A) = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$= 2560\left(1 + \frac{6.25}{100}\right)^2$

$= 2560\left(1 + \frac{625}{10000}\right)^2$

$= 2560\left(1 + \frac{1}{16}\right)^2$

$= 2560\left(\frac{17}{16}\right)^2$

$= 2560 \times \frac{17}{16} \times \frac{17}{16}$

$= 10 \times 17 \times 17$

रास (A) = 2890

∴ चक्रवाढव्याज = रास − मुद्दल

= 2890 – 2560

= 330 रु.

∴ रास = 2890 रु. आणि चक्रवाढव्याज = 330 रु.

24. खाली दिलेली सारणी पूर्ण करा.

अ. क्र.	मुद्दल (रुपये)	दर (द.सा.द.शे.)	मुदत (वर्षे)	रास (रुपये)	चक्रवाढव्याज (रुपये)
1	12800	5	2	....	....
2	10000	....	3	13310	....
3	2400	15	....	3174	....
4	....	$12\frac{1}{2}$	3	7290	....

उकल :

i) येथे P = 12800 रु , दर (R) = 5 , N = 2 वर्षे

$$\text{रास (A)} = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^{N}$$

$$= 12800\left(1 + \frac{5}{100}\right)^{2}$$

$= 12800\left(1 + \frac{1}{20}\right)^2$

$= 12800\left(\frac{21}{20}\right)^2$

$= 12800 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$

$= 32 \times 21 \times 21$

$= 14112$

∴ चक्रवाढव्याज = रास − मुद्दल

$= 14112 - 12800 = 1312$

∴ रास = 14112 रु. आणि चक्रवाढव्याज = 1312 रु.

ii) येथे P = 10000 रु. , दर (R) = ? , N = 3 वर्षे, रास (A) = 13310 रु.

∴ रास (A) $= P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$13310 = 10000\left(1 + \frac{R}{100}\right)^3$

∴ $13310 = 10000\left(\frac{100 + R}{100}\right)^3$

∴ $13310 = 10000 \times \frac{(100 + R)^3}{1000000}$

∴ $13310 = \frac{(100 + R)^3}{100}$

∴ $13310 \times 100 = (100 + R)^3$

$\therefore\ 1331000 = (100 + R)^3$

$\therefore\ 1331 \times 1000 = (100 + R)^3$

$(11)^3 \times (10)^3 = (100 + R)^3$

दोन्हीं बाजूंचे घनमूळ काढू

$11 \times 10 = 100 + R$

$110 = 100 + R$

$R = 110 – 100 = 10$

∴ चक्रवाढव्याज = रास – मुद्दल

= 13310 – 10000

= 3310 रु

∴ दर = 10 आणि चक्रवाढव्याज = 3310 रु.

iii) येथे दर P = 2400, दर (R) = 15, रास (A) = 3174 रु.

$$(A) = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$$

$$3174 = 2400\left(1 + \frac{15}{100}\right)^N$$

$$= 2400\left(1 + \frac{3}{20}\right)^N$$

$$\therefore\ 3174 = 2400\left(\frac{23}{20}\right)^N$$

$$\therefore \frac{3174}{2400} = \left(\frac{23}{20}\right)^N$$

$$\therefore \frac{529 \times 6}{400 \times 6} = \left(\frac{23}{20}\right)^N$$

$$\therefore \frac{529}{400} = \left(\frac{23}{20}\right)^N$$

$$\therefore \left(\frac{23}{20}\right)^2 = \left(\frac{23}{20}\right)^N$$

$\therefore$ N = 2

$\therefore$ चक्रवाढव्याज = रास − मुद्दल

= 3174 – 2400

चक्रवाढव्याज = 774 रु.

$\therefore$ मुदत = 2 वर्षे आणि चक्रवाढव्याज = 774 रु.

iv) येथे रास (A) = 7290 रु. , दर (R) = $12\frac{1}{2} = 12.5\%$, मुदत (N) = 3 वर्षे

$\therefore$ रास $(A) = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$

$$\therefore 7290 = P\left(1 + \frac{12.5}{100}\right)^3$$

$$\therefore 7290 = P\left(1 + \frac{125}{1000}\right)^3$$

$\therefore 7290 = P\left(1 + \frac{1125}{1000}\right)^3$

$\therefore 7290 = P\left(\frac{9}{8}\right)^3$

$P = 7290 \times \left(\frac{8}{9}\right)^3$

$P = 7290 \times \frac{8}{9} \times \frac{8}{9} \times \frac{8}{9}$

$P = 10 \times 8 \times 8 \times 8$

$P = 5120$

∴ चक्रवाढव्याज = रास − मुद्दल

= 7290 – 5120

= 2170 रु.

∴ मुद्दल (P) = 5120 रु. आणि चक्रवाढव्याज = 2170 रु.

सारणी :

अ. क्र.	मुद्दल (रुपये)	दर (द.सा.द.शे.)	मुदत (वर्षे)	रास (रुपये)	चक्रवाढव्याज (रुपये)
1	12800	5	2	14112	1312
2	10000	10	3	13310	3310
3	2400	15	2	3174	774
4	5120	$12\frac{1}{2}$	3	7290	2170

25. खालील विधाने चूक की बरोबर ते लिहा.

1. बँका, पतपेढी अशा संस्थेकडून घेतलेल्या किंवा ठेवलेल्या रकमेला व्याज म्हणतात.

उत्तर : चूक : बँका, पतपेढी अशा संस्थेकडून घेतलेल्या किंवा ठेवलेल्या रकमेला मुद्दल म्हणतात.

2. ज्या कालावधीसाठी मुद्दल वापरली जाते त्या कालावधीला मुदत म्हणतात.

उत्तर : बरोबर

3. वस्तूची किंमत कमी होत असेल तर घसाऱ्याचा (घटीचा) दर **R** ची किंमत धन घेतात.

उत्तर : चूक : वस्तूची किंमत कमी होत असेल तर घसाऱ्याचा (घटीचा) दर **R** ची किंमत ऋण घेतात.

4. वस्तूच्या किंमतीमध्ये वाढ होत असेल तर घसाऱ्याचा (घटीचा) दर **R** ची किंमत धन घेतात.

उत्तर : बरोबर

5. अलीकडील काळात बँका मासिक व्याज आकारणीने चक्रवाढव्याज काढतात.

उत्तर : चूक : अलीकडील काळात बँका दैनिक व्याज आकारणीने चक्रवाढव्याज काढतात.

*****