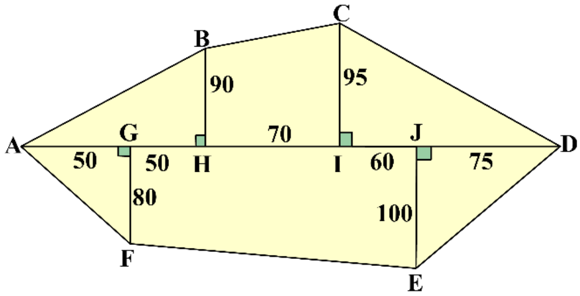
15. सरावासाठी अधिक प्रश्न

1. सोबतच्या भूखंडांच्या आराखड्यांवरुन त्यांचे क्षेत्रफळ काढा.

(सर्व मापे मीटरमध्ये आहेत)



उकल : l(AG) = 50 मी, l(GH) = 50 मी, l(GF) = 80 मी,

l(BH) = 90 मी, l(HI) = 70 मी, l(CI) = 95 मी,

l(IJ) = 60 मी, l(JD) = 75 मी, l(JE) = 100 मी

रेख BH, रेख CI, रेख FG आणि रेख EJ हे पाया AD वर लंब आहेत.

(i) l(AH) = l(AG) + l(GH)

l(AH) = 50 + 50 = 100 मी

ΔBAH चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$= \frac{1}{2} \times l(AH) \times l(BH)$

$= \frac{1}{2} \times 100 \times 90$

$= 50 \times 90$

∴ ΔBAH चे क्षेत्रफळ = 4500 चौमी

(ii) □BHIC हा समलंब चौकोन आहे.

समलंब चौकोन BHIC चे क्षेत्रफळ = $\frac{1}{2} \times$ (समांतर बाजूंची बेरीज) $\times$ उंची

$$= \frac{1}{2} \times [[l(BH) + l(CI)] \times l(HI)]$$

$$= \frac{1}{2} \times [(90 + 95) \times 70]$$

$$= \frac{1}{2} \times [185 \times 70]$$

$$= 185 \times 35$$

$$= 6475$$

∴ समलंब चौकोन BHIC चे क्षेत्रफळ = 6475 चौमी

(iii) $l(ID) = l(IJ) + l(JD)$

$l(ID) = 60 + 75 = 135$ मी.

ΔCID चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$$= \frac{1}{2} \times l(ID) \times l(CI)$$

$$= \frac{1}{2} \times 135 \times 95$$

∴ ΔCID चे क्षेत्रफळ = 6412.5 चौमी

(iv) ΔAGF चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$$= \frac{1}{2} \times l(AG) \times l(FG)$$

$$= \frac{1}{2} \times 50 \times 80$$

$$= 50 \times 40$$

∴ ΔAGF चे क्षेत्रफळ = 2000 चौमी

(v) $l(GJ) = l(GH) + l(HI) + l(IJ)$

$l(GJ) = 50 + 70 + 60 = 180$ मी

समलंब चौकोन GFEJ चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ **(समांतर बाजूंची बेरीज)** $\times$ **उंची**

$= \frac{1}{2} \times [[l(FG) + l(EJ)] \times l(GJ)]$

$= \frac{1}{2} \times [(80 + 100) \times 180]$

$= \frac{1}{2} \times [180 \times 180]$

$= 90 \times 180$

$\therefore$ **समलंब चौकोन GFEJ चे क्षेत्रफळ = 16200 चौमी**

(vi) Δ**EJD चे क्षेत्रफळ** $= \frac{1}{2} \times$ **पाया** $\times$ **उंची**

$= \frac{1}{2} \times l(JD) \times l(EJ)$

$= \frac{1}{2} \times 75 \times 100$

$= 75 \times 50$

$\therefore$ Δ**EJD चे क्षेत्रफळ = 3750 चौमी**

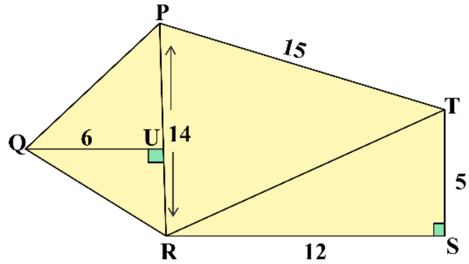
$\therefore$ **दिलेल्या भूखंडाचे क्षेत्रफळ** = Δ**BAH चे क्षेत्रफळ** + □**BHIC चे क्षेत्रफळ** + Δ**CID चे क्षेत्रफळ** + Δ**AGF चे क्षेत्रफळ** + □**GFEJ चे क्षेत्रफळ** + Δ**EJD चे क्षेत्रफळ**

= 4500 + 6475 + 6412.5 + 2000 + 16200 + 3750

= 39337.5 चौमी

$\therefore$ **दिलेल्या भूखंडाचे क्षेत्रफळ 39337.5 चौमी आहे.**

2. सोबतच्या आकृतीमध्ये, PQRST ही बहुभुजाकृती आहे. आकृतीतील सर्व मापे मीटरमध्ये आहेत. या आकृतीचे क्षेत्रफळ काढा.



उकल : l(QU) = 6 मी, l(PR) = 14 मी, l(PT) = 15 मी,

l(TS) = 5 मी, l(RS) = 12 मी.

येथे ΔPQR चा पाया PR आणि उंची QU दिली आहे. ΔTSR हा काटकोन त्रिकोण आहे. ΔPRT च्या बाजू PR, बाजू RT आणि बाजू PT या बाजू आहेत. प्रत्येक आकृतीचे क्षेत्रफळ काढू.

ΔTSR या काटकोन त्रिकोणात,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$$(RT)^2 = (RS)^2 + (TS)^2$$

$$= (12)^2 + (5)^2$$

$$= 144 + 25$$

$$\therefore (RT)^2 = 169$$

$\therefore$ RT = 13 मी

(i) ΔPQR चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$$= \frac{1}{2} \times 14 \times 6$$

$$= 7 \times 6$$

$\therefore$ ΔPQR चे क्षेत्रफळ = 42 चौमी

(ii) ΔPRT ची अर्धपरिमिती $= s = \frac{a + b + c}{2}$

$$= \frac{14 + 13 + 15}{2}$$

$$= \frac{42}{2}$$

$$= 21$$

$\therefore$ ΔPRT चे क्षेत्रफळ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$= \sqrt{21(21-14)(21-13)(21-15)}$$

$$= \sqrt{21 \times 7 \times 8 \times 6}$$

$$= \sqrt{7 \times 3 \times 7 \times 4 \times 2 \times 3 \times 2}$$

$$= \sqrt{7 \times 7 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$$

$= 7 \times 3 \times 2 \times 2$ ....(वर्गमूळ काढून)

$\therefore$ ΔPRT चे क्षेत्रफळ $= 84$

(iii) ΔTSR चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$$= \frac{1}{2} \times l(\text{RS}) \times l(\text{TS})$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 5$$

$\therefore$ ΔTSR चे क्षेत्रफळ $= 30$ चौमी

$\therefore$ □PQRST चे क्षेत्रफळ $=$ ΔPQR चे क्षेत्रफळ $+$ ΔPRT चे क्षेत्रफळ $+$ ΔTSR चे क्षेत्रफळ

$\therefore$ PQRST चे क्षेत्रफळ $= 42 + 84 + 30 = 156$ चौमी

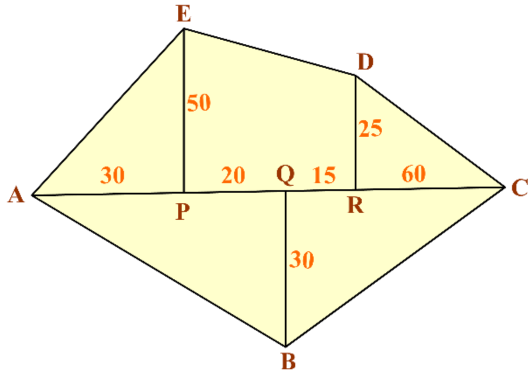
$\therefore$ PQRST चे क्षेत्रफळ 156 चौमी आहे.

3. शेजारील आकृतीमध्ये,

ABCDE ही बहुभुजाकृती आहे.

आकृतीमधील सर्व मापे मीटरमध्ये आहेत.

या आकृतीचे क्षेत्रफळ काढा.



उकल : ΔEAP, ΔDRC आणि ΔABC हे त्रिकोण आहेत आणि

□EPRD हा समलंब चौकोन आहे. प्रत्येक आकृतीचे क्षेत्रफळ काढू.

(i) ΔEAP चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$$= \frac{1}{2} \times l(AP) \times l(EP)$$

$$= \frac{1}{2} \times 30 \times 50$$

$$= 15 \times 50$$

$\therefore$ ΔEAP चे क्षेत्रफळ $= 750$ चौमी

(ii) $l(PR) = l(PQ) + l(QR) = 20 + 15 = 35$ मी

□EPRD हा समलंब चौकोन आहे.

समलंब चौकोन EPRD चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ समांतर बाजूंची बेरीज $\times$ उंची

$$= \frac{1}{2} \times [l(EP) + l(DR)] \times l(PR)$$

$$= \frac{1}{2} \times [50 + 25] \times 35$$

$$= \frac{1}{2} \times [75] \times 35$$

$$= \frac{2625}{2}$$

$\therefore$ समलंब चौकोन EPRD चे क्षेत्रफळ $= 1312.5$ चौमी

(iii) ΔDRC चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$= \frac{1}{2} \times l(RC) \times l(DR)$

$= \frac{1}{2} \times 60 \times 25$

$= 30 \times 25$

$\therefore$ ΔDRC चे क्षेत्रफळ $= 750$ चौमी

(iv) $l(AC) = l(AP) + l(PQ) + l(QR) + l(RC)$

$= 30 + 20 + 15 + 60$

$= 125$ मी

ΔABC चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$= \frac{1}{2} \times l(AC) \times l(QB)$

$= \frac{1}{2} \times 125 \times 30$

$= 125 \times 15$

$\therefore$ ΔABC चे क्षेत्रफळ $= 1875$ चौमी

$\therefore$ बहुभुजाकृती ABCDE चे क्षेत्रफळ $= \Delta EAP$ चे क्षेत्रफळ $+ \square EPRD$ चे क्षेत्रफळ $+ \Delta DRC$ चे क्षेत्रफळ $+ \Delta ABC$ चे क्षेत्रफळ

$= 750 + 1312.5 + 750 + 1875$

$= 4687.5$ चौमी

$\therefore$ बहुभुजाकृती ABCDE चे क्षेत्रफळ 4687.5 चौमी आहे.

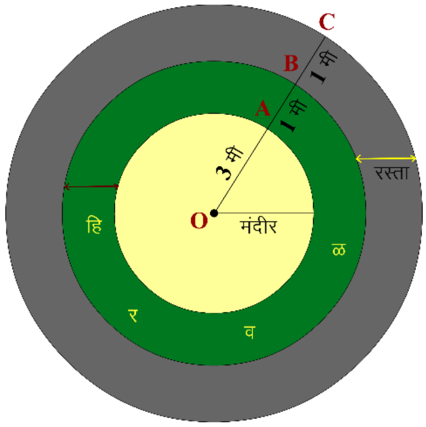
4. 3 मी त्रिज्येच्या वर्तुळाकार जागेवर एक मंदीर आहे व त्याभोवती 1 मी. रुंदीची हिरवळ आहे आणि हिरवळीच्या बाहेर 1 मी. रुंदीचा रस्ता आहे. मंदीरासाठी वापरलेली जागा आणि रस्त्यासाठी वापरलेली जागा यांपैकी कोणत्या जागेचे क्षेत्रफळ जास्त आहे ?

उकल : आकृतीवरुन, वर्तुळाकार मंदीराची त्रिज्या = 3 मी.

मंदीरासाठी वापरलेल्या जागेचे क्षेत्रफळ = πr^2

$= \frac{22}{7} \times 3 \times 3$

$= \frac{22}{7} \times 9$ ....(I)



रस्त्याची बाहेरील त्रिज्या = $l(\text{OC})$

$= l(\text{OA}) + l(\text{AB}) + l(\text{BC})$

= 3 + 1 + 1 = 5 मी

रस्त्याची आतील त्रिज्या = $l(\text{OB}) = l(\text{OA}) + l(\text{AB})$

= 3 + 1 = 4 मी

∴ रस्त्याचे एकूण क्षेत्रफळ = रस्त्याच्या बाहेरील त्रिज्या − रस्त्याच्या आतील त्रिज्या

$= \pi \times (5)^2 - \pi(4)^2$

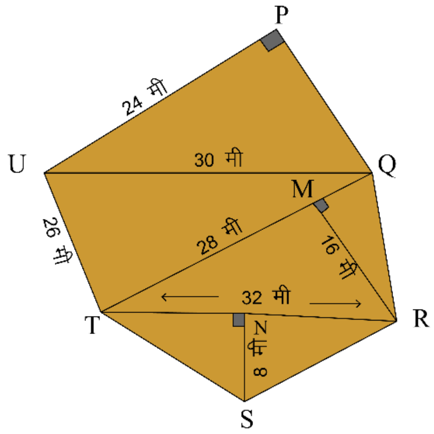
∴ रस्त्याचे एकूण क्षेत्रफळ $= \pi \times [(5)^2 - (4)^2]$

$= \pi \times (25 - 16)$

$= \frac{22}{7} \times 9 \ldots \ldots \ldots .(\text{II})$

(I) व (II) वरुन मंदिरासाठी वापरलेली जागा आणि रस्त्यासाठी वापरलेली जागा यांची क्षेत्रफळे समान आहेत.

5. शेजारील आकृतीमध्ये बहुभुजाकृती आहे. त्यात सर्व बाजूंची मापे दिलेली आहेत. तर या आकृतीचे क्षेत्रफळ काढा.



उकल : l(UP) = 24 मी, l(UQ) = 30 मी,

l(UT) = 26 मी, l(TQ) = 28 मी, l(TR) = 32 मी., l(RM) = 16 मी.,

l(SN) = 8 मी.

ΔPUQ, ΔQUT, ΔQTR आणि ΔRTS या सर्व त्रिकोणांची क्षेत्रफळे काढू.

(i) प्रथम बाजू PQ ची लांबी काढू

ΔPUQ हा काटकोन त्रिकोण आहे.

∴ पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(UQ)^2 = l(UP)^2 + l(QP)^2$

$\therefore (30)^2 = (24)^2 + l(QP)^2$

$\therefore l(QP)^2 = (30)^2 - (24)^2$

$= 900 - 576$

$= 324$

$\therefore l(QP) = 18$ मी

(ii) ΔPUQ चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$= \frac{1}{2} \times l(UP) \times l(QP)$

$= \frac{1}{2} \times 24 \times 18$

$= 12 \times 18$

$\therefore \Delta PUQ$ चे क्षेत्रफळ $= 216$ चौमी

(iii) ΔQUT ची अर्धपरिमिती $= s = \frac{a+b+c}{2}$

$= \frac{30+26+28}{2}$

$= \frac{84}{2}$

$\therefore \Delta QUT$ ची अर्धपरिमिती $= 42$ चौमी

ΔQUT चे क्षेत्रफळ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{42(42-30)(42-26)(42-28)}$

$= \sqrt{42 \times 12 \times 16 \times 14}$

$= \sqrt{14 \times 3 \times 3 \times 4 \times 16 \times 14}$

$= \sqrt{\underline{14 \times 14} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{4 \times 4}}$

$= 14 \times 3 \times 2 \times 4$ ......(वर्गमूळ काढून)

$\therefore \Delta QUT$ चे क्षेत्रफळ $= 336$ चौमी

(iv) ΔQTR चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$= \frac{1}{2} \times l(TQ) \times l(RM)$

$= \frac{1}{2} \times 28 \times 16$

$= 14 \times 16$

$\therefore \Delta QTR$ चे क्षेत्रफळ $= 224$ चौमी

(v) ΔRTS चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$= \frac{1}{2} \times l(TR) \times l(SN)$

$= \frac{1}{2} \times 32 \times 8$

$= 16 \times 8$

∴ ΔRTS चे क्षेत्रफळ = 128 चौमी

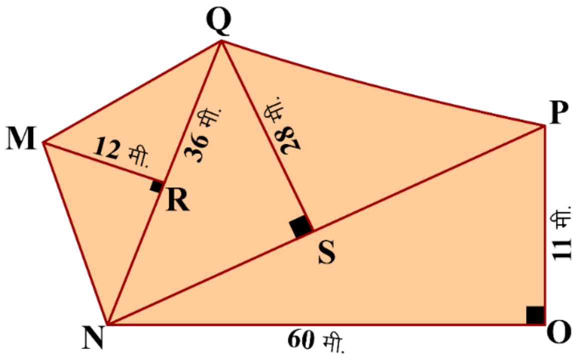
∴ बहुभुजाकृती PQRSTU चे क्षेत्रफळ = ΔPUQ चे क्षेत्रफळ + ΔQUT चे क्षेत्रफळ + ΔQTR चे क्षेत्रफळ + ΔRTS चे क्षेत्रफळ

∴ बहुभुजाकृती PQRSTU चे क्षेत्रफळ = 216 + 336 + 224 + 128

= 904 चौमी

∴ बहुभुजाकृती PQRSTU चे क्षेत्रफळ 904 चौमी आहे.

6. आकृतीमध्ये MNOPQ ही बहुभुजाकृती आहे. MNOPQ मध्ये, l(NQ) = 36 मी, l(MR) = 12 मी, l(QS) = 28 मी, l(NO) = 60 मी, l(PO) = 11 मी, तर MNOPQ चे क्षेत्रफळ काढा.



उकल : l(NQ) = 36 मी, l(MR) = 12 मी, l(QS) = 28 मी, l(NO) = 60 मी, l(PO) = 11 मी.

ΔQMN, ΔQNP आणि ΔPNO चे क्षेत्रफळ काढू.

(i) ΔQMN चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$= \frac{1}{2} \times l(NQ) \times l(MR)$

$= \frac{1}{2} \times 36 \times 12$

$= 18 \times 12$

$\therefore$ ΔQMN चे क्षेत्रफळ = 216 चौमी

(ii) ΔPNO चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$= \frac{1}{2} \times l(NO) \times l(PO)$

$= \frac{1}{2} \times 60 \times 11$

$= 30 \times 11$

$\therefore$ ΔPNO चे क्षेत्रफळ = 330 चौमी

(iii) ΔPNO मध्ये, $\angle PON = 90^0$

$\therefore$ पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(PN)^2 = l(NO)^2 + l(PO)^2$

$= l(60)^2 + l(11)^2$

$= 3600 + 121$

$= 3721$

$\therefore$ $l(PN) = 61$ मी

(iv) ΔQNP चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$= \frac{1}{2} \times l(NP) \times l(QS)$

$= \frac{1}{2} \times 61 \times 28$

$= 61 \times 14$

$\therefore$ ΔQNP चे क्षेत्रफळ $= 854$ चौमी

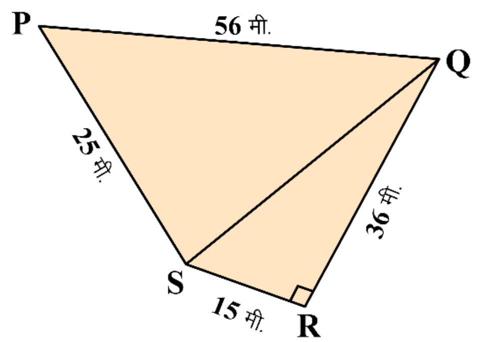
$\therefore$ बहुभुजाकृती MNOPQ चे क्षेत्रफळ $= \Delta QMN$ चे क्षेत्रफळ $+ \Delta PNO$ चे क्षेत्रफळ $+ \Delta QNP$ चे क्षेत्रफळ

$\therefore$ बहुभुजाकृती MNOPQ चे क्षेत्रफळ $= 216 + 330 + 854$

$= 1400$ चौमी

$\therefore$ बहुभुजाकृती MNOPQ चे क्षेत्रफळ 1400 चौमी आहे.

7. सोबतच्या आकृतीत सर्व मापे मीटरमध्ये दिलेली आहेत. त्यावरुन □PQRS चे क्षेत्रफळ काढा.



उकल : **(i)** ΔQRS हा काटकोन त्रिकोण आहे.

ΔQRS मध्ये, $m\angle QRS = 90^0$, $l(QR) = 36$ मी आणि $l(SR) = 15$ मी

काटकोन त्रिकोण QRS चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ (काटकोन करणाऱ्या बाजूंच्या लांबीचा गुणाकार)

$= \frac{1}{2} \times l(QR) \times l(SR)$

$= \frac{1}{2} \times 36 \times 15$

$= 18 \times 15$

$= 270$ चौमी

∴ काटकोन त्रिकोण QRS चे क्षेत्रफळ = 270 चौमी

(ii) ΔQRS या काटकोन त्रिकोणाचा कर्ण रेख QS आहे.

∴ पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$$l(QS)^2 = l(QR)^2 + l(SR)^2$$

$$= (36)^2 + (15)^2$$

$$= 1296 + 225$$

$$= 1521$$

$$l(QS)^2 = (39)^2$$

∴ $l(QS) = 39$ मी

(iii) ΔPSQ च्या तीन बाजू 56 मी, 39 मी आणि 25 मी आहेत.

∴ ΔPSQ ची अर्धपरिमिती $= s = \frac{a+b+c}{2}$

$$= \frac{56+39+25}{2}$$

$$= \frac{120}{2}$$

= 60 मी

∴ ΔPSQ चे क्षेत्रफळ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$= \sqrt{60(60-56)(60-39)(60-25)}$$

$$= \sqrt{60 \times 4 \times 21 \times 35}$$

$$= \sqrt{3 \times 5 \times 4 \times 4 \times 3 \times 7 \times 5 \times 7}$$

$$= \sqrt{\underline{3 \times 3} \times \underline{5 \times 5} \times 4 \times 4 \times \underline{7 \times 7}}$$

$= 3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 7$ ....(वर्गमूळ काढून)

∴ ΔPSQ चे क्षेत्रफळ = 420 चौमी

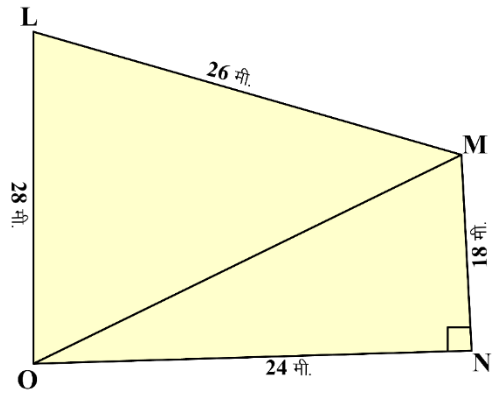
∴ ◻PQRS चे क्षेत्रफळ = ΔQRS चे क्षेत्रफळ + ΔPSQ चे क्षेत्रफळ

$= 270 + 420$

= 690 चौमी

∴ ◻PQRS चे क्षेत्रफळ 690 चौमी आहे.

8. ◻LMNO मध्ये, l(LO) = 28 मी, l(ON) = 24 मी, l(MN) = 18 मी, l(LM) = 26 मी, तर ◻LMNO चे क्षेत्रफळ काढा.



उकल : **(i)** ΔMNO मध्ये,

$m\angle MNO = 90^0$, l(ON) = 24 मी आणि l(MN) = 18 मी

∴ ΔMNO चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ (काटकोन करणाऱ्या बाजूंच्या लांबीचा गुणाकार)

$= \frac{1}{2} \times l(MN) \times l(ON)$

$= \frac{1}{2} \times 18 \times 24$

$= 9 \times 24 = 216$

∴ ΔMNO चे क्षेत्रफळ = 216 चौमी

(ii) ΔMNO चा रेख MO हा कर्ण आहे.

$\therefore$ पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(MO)^2 = l(MN)^2 + l(ON)^2$

$= (18)^2 + (24)^2$

$= 324 + 576$

$= 900$

$l(MO)^2 = (30)^2$

$\therefore$ $l(MO) = 30$ मी

(iii) ΔLOM ची अर्धपरिमिती = s $= \frac{a + b + c}{2}$

$= \frac{28 + 26 + 30}{2}$

$= \frac{84}{2}$

= 42 मी

$\therefore$ ΔLOM चे क्षेत्रफळ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{42(42-28)(42-26)(42-30)}$

$= \sqrt{42 \times 14 \times 16 \times 12}$

$= \sqrt{3 \times 14 \times 14 \times 16 \times 4 \times 3}$

$= \sqrt{\underline{3 \times 3} \times \underline{14 \times 14} \times 4 \times 16}$

$= 3 \times 14 \times 2 \times 4$ ....(वर्गमूळ काढून)

$\therefore$ ΔLOM चे क्षेत्रफळ = 336 चौमी

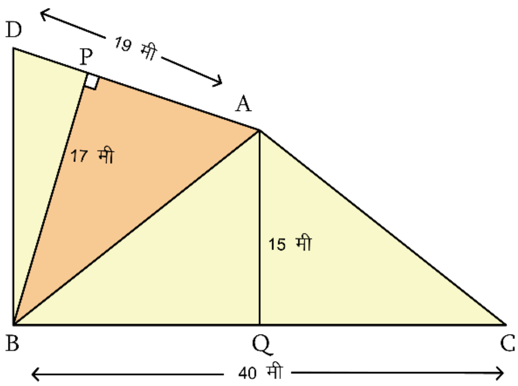
$\therefore$ □LMNO चे क्षेत्रफळ = ΔMNO चे क्षेत्रफळ + ΔLOM चे क्षेत्रफळ

$= 216 + 336$

$= 552$ चौमी

$\therefore$ □LMNO चे क्षेत्रफळ 552 चौमी आहे.

9. सोबतच्या आकृतीमध्ये सर्व मापे मीटरमध्ये दिलेली आहेत. तर □DBCA चे क्षेत्रफळ काढा.



उकल :

(i) ΔABC चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$= \frac{1}{2} \times l(BC) \times l(AQ)$

$= \frac{1}{2} \times 40 \times 15$

$= 20 \times 15$

$\therefore \Delta ABC$ चे क्षेत्रफळ $= 300$ चौमी

(ii) ΔADB चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$= \frac{1}{2} \times l(DA) \times l(BP)$

$= \frac{1}{2} \times 19 \times 17$

$= \frac{323}{2}$

∴ ΔADB चे क्षेत्रफळ = 161.5 चौमी

∴ □DBCA चे क्षेत्रफळ = ΔABC चे क्षेत्रफळ + ΔADB चे क्षेत्रफळ

= 300 + 161.5

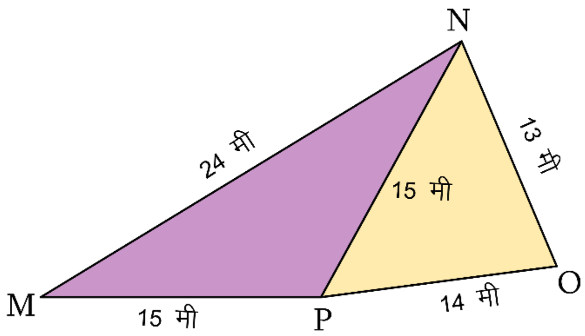
= 461.5 चौमी

∴ □DBCA चे क्षेत्रफळ 461.5 चौमी आहे.

10. सोबतच्या आकृतीमध्ये,

l(MN) = 24 मी, *l*(MP) = 15 मी, *l*(NP) = 15 मी,

l(PO) = 14 मी, *l*(NO) = 13 मी. आहे. तर □MNOP चे क्षेत्रफळ काढा.



उकल :

(i) ΔMNP मध्ये,

l(MN) = 24 मी, *l*(MP) = 15 मी, *l*(NP) = 15 मी.

∴ ΔMNP ची अर्धपरिमिती = s = $\frac{a + b + c}{2}$

$= \frac{24 + 15 + 15}{2}$

$= \frac{54}{2}$

$= 27$ मी

$\therefore$ ΔMNP चे क्षेत्रफळ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{27(27-24)(27-15)(27-15)}$

$= \sqrt{27 \times 3 \times 12 \times 12}$

$= \sqrt{9 \times \underline{3 \times 3} \times \underline{12 \times 12}}$

$= 3 \times 3 \times 12$ .... (वर्गमूळ काढून)

$\therefore$ ΔMNP चे क्षेत्रफळ $= 108$ चौमी

(ii) ΔNPO मध्ये,

$l(NP) = 15$ मी, $l(NO) = 13$ मी आणि $l(PO) = 14$ मी

$\therefore$ ΔNPO ची अर्धपरिमिती $= s = \frac{a+b+c}{2}$

$= \frac{14+15+13}{2}$

$= \frac{42}{2}$

$= 21$ मी

$\therefore$ ΔNPO चे क्षेत्रफळ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{21(21-14)(21-15)(21-13)}$

$= \sqrt{21 \times 7 \times 6 \times 8}$

$= \sqrt{7 \times 3 \times 7 \times 2 \times 3 \times 2 \times 4}$

$= \sqrt{\underline{7 \times 7} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{2 \times 2} \times 4}$

$= 7 \times 3 \times 2 \times 2$ ......(वर्गमूळ काढून)

∴ ΔNPO चे क्षेत्रफळ = 84 चौमी

∴ ◻MNOP चे क्षेत्रफळ = ΔMNP चे क्षेत्रफळ $\times$ ΔNPO चे क्षेत्रफळ

= 108 + 84

= 192 चौमी

∴ ◻MNOP चे क्षेत्रफळ 192 चौमी आहे.

11. 40 मी, 68 मी, 84 मी, बाजू असलेल्या शेतातील शेंगा काढण्यासाठी 130 रुपये प्रती चौरसमीटरप्रमाणे किती खर्च येईल ?

उकल : येथे, a = 40, b = 68 आणि c = 84

∴ अर्धपरिमिती = s = $\frac{a + b + c}{2}$

∴ अर्धपरिमिती = $\frac{40 + 68 + 84}{2} = \frac{192}{2} = 96$ मी

∴ त्रिकोणी शेताचे क्षेत्रफळ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{96(96-40)(96-68)(96-84)}$

$= \sqrt{96 \times 56 \times 28 \times 12}$

$= \sqrt{16 \times 6 \times 2 \times 28 \times 28 \times 2 \times 6}$

$= \sqrt{16 \times \underline{6 \times 6} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{28 \times 28}}$

$= 4 \times 6 \times 2 \times 28$ ……(वर्गमूळ काढून)

= 1344 चौमी

शेतातील शेंगा काढण्यासाठी दर चौरसमीटरला येणारा खर्च 120 रु. आहे.

∴ शेताचे एकूण क्षेत्रफळ = 1344 चौमी

∴ शेंगा काढण्याचा एकूण खर्च = $1344 \times 120 = 161280$ रु.

∴ शेंगा काढण्यासाठी 1,16,280 रु. खर्च येईल.

12. त्रिकोणाच्या बाजूंची लांबी 17 : 12 : 25 प्रमाणात असून अर्धपरिमिती 270 सेमी आहे तर त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ काढा.

उकल : येथे, $a = 17x$, $b = 12x$ आणि $c = 25x$ मानू.

त्रिकोणाची अर्धपरिमिती $= s = \frac{a + b + c}{2}$

$$\therefore 270 = \frac{17x + 12x + 25x}{2}$$

$$\therefore 270 \times 2 = 17x + 12x + 25x$$

$$540 = 54x$$

$$\therefore x = \frac{540}{54} = 10$$

$$\therefore a = 17x = 17 \times 10 = 170$$

$$b = 12x = 12 \times 10 = 120$$

$$c = 25x = 25 \times 10 = 250$$

∴ त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$= \sqrt{270(270-170)(270-120)(270-250)}$$

$$= \sqrt{270 \times 100 \times 150 \times 20}$$

$$= \sqrt{81000000}$$

$= 9000$ चौसेमी ......(वर्गमूळ काढून)

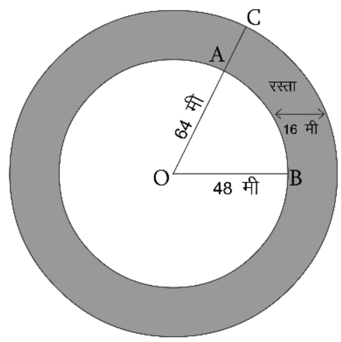
∴ त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ 9000 चौसेमी आहे.

13. एका वर्तुळाकार मैदानाचा व्यास 96 मी आहे. या मैदानाभोवती 16 मी रुंदीचा रस्ता तयार करायचा आहे. तर

(i) त्या रस्त्याचे क्षेत्रफळ किती ?

(ii) रस्ता तयार करण्याचा खर्च प्रती चौरसमीटरसाठी 20 रु. येत असेल तर तो रस्ता तयार करण्याचा खर्च किती ?

उकल : आकृतीमध्ये आतील वर्तुळाचा भाग मैदान आहे आणि छायांकित भाग रस्ता आहे.



येथे आतील वर्तुळाचा व्यास = 96 मी.

∴ आतील वर्तुळाची त्रिज्या = $r = \frac{96}{2} = 48$ मी

बाहेरील वर्तुळाची त्रिज्या = R = आतील वर्तुळाची त्रिज्या + रस्त्याची रुंदी

= 48 + 16

∴ बाहेरील वर्तुळाची त्रिज्या = R = 64 मी

(i) रस्त्याचे क्षेत्रफळ = बाहेरील वर्तुळाचे क्षेत्रफळ – आतील वर्तुळाचे क्षेत्रफळ

$= \pi R^2 - \pi r^2$

$= \frac{22}{7}(64)^2 - \frac{22}{7}(48)^2$

$= \frac{22}{7}[(64)^2 - (48)^2]$

$= \frac{22}{7}[4096 - 2304]$

$= \frac{22}{7}[1792]$

$= 22 \times 256$

$= 5632$

∴ रस्त्याचे क्षेत्रफळ 5632 चौमी आहे.

(ii) रस्ता तयार करण्याचा प्रती चौरसमीटरचा खर्च 20 रु. आहे.

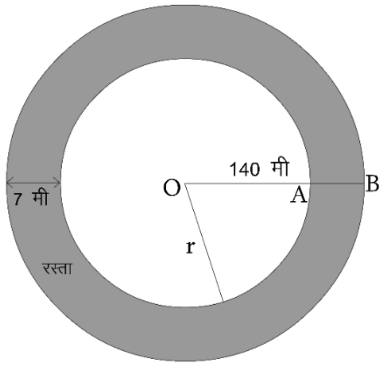
∴ 5632 चौमी रस्त्यासाठी खर्च $= 5632 \times 20$

$= 112640$ रु.

∴ रस्ता तयार करण्याचा खर्च 1,12,640 रु. आहे.

14. एका वर्तुळाकार बागेचा व्यास 280 मी आहे. बागेच्या आतील बाजूने 7 मी रुंदीचा रस्ता तयार केला. रस्ता तयार करण्यासाठी खर्च प्रती चौमीला 25 रु. दराने एकूण किती आला ?

उकल :



आकृतीमध्ये बाहेरील वर्तुळाचा भाग बाग आहे आणि छायांकित भाग हा रस्ता आहे.

बागेचा व्यास = OB = 280 मी.

∴ बागेची त्रिज्या = $R = \frac{280}{2} = 140$ मी

आतील वर्तुळाची त्रिज्या = OA = r = बागेची त्रिज्या – रस्त्याची रुंदी

$= 140 - 7$

$= 133$ मी

∴ रस्त्याचे क्षेत्रफळ = बाहेरील वर्तुळाचे क्षेत्रफळ – आतील वर्तुळाचे क्षेत्रफळ

$= \pi R^2 - \pi r^2$

$= \frac{22}{7}(140)^2 - \frac{22}{7}(133)^2$

$= \frac{22}{7}[(140)^2 - (133)^2]$

$= \frac{22}{7}[(140+133)(140-133)]$

.....$[a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$

$= \frac{22}{7}[273 \times 7]$

$= 22 \times 273$

= 6006 चौमी

रस्ता तयार करण्याचा खर्च प्रती चौमी 25 रु. आहे.

∴ 6006 चौमी रस्त्यासाठी खर्च = 6006 × 25 = 150150 रु.

∴ रस्ता तयार करण्याचा खर्च 1,50,150 रु. आहे.

15. एका वर्तुळाकार मैदानाभोवती तारेचे 4 पदरी कुंपण घालण्यासाठी 30800 रु. किंमतीची तार लागली. तारेची किंमत दर मीटरला 5 रु. असल्यास त्या वर्तुळाकार मैदानाचे क्षेत्रफळ किती ?

उकल : 1 मीटर तारेला 5 रु. दराने 30800 रुपयांत विकत घेतलेल्या तारेची लांबी =

$\frac{30800}{5} = 6160$ मी

∴ 4 पदरी कुंपणासाठी लागलेली तार = 6160 मी

∴ एक पदरी कुंपण घालण्यासाठी लागणारी तार $= \frac{6160}{4} = 1540$ मी

वर्तुळाकार मैदानाचा परीघ = वर्तुळाकार मैदानाभोवतीचा 1 फेरा

∴ वर्तुळाकार मैदानाचा परीघ = 1540 मी

वर्तुळाकार मैदानाचा परीघ = π × व्यास ....(सूत्र)

$1540 = \frac{22}{7} \times$ व्यास

$$\therefore \text{व्यास} = \frac{1540 \times 7}{22}$$

$$= 70 \times 7$$

$$\therefore \text{व्यास} = 490 \text{ मी}$$

वर्तुळाकार मैदानाची त्रिज्या (r) = $\frac{\text{व्यास}}{2}$ .....(सूत्र)

$$= \frac{490}{2}$$

∴ वर्तुळाकार मैदानाची त्रिज्या (r) = 245 मी

∴ वर्तुळाचे क्षेत्रफळ = πr^2

$$= \frac{22}{7} \times (245)^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 245 \times 245$$

$$= 22 \times 35 \times 245$$

= 188650 चौमी

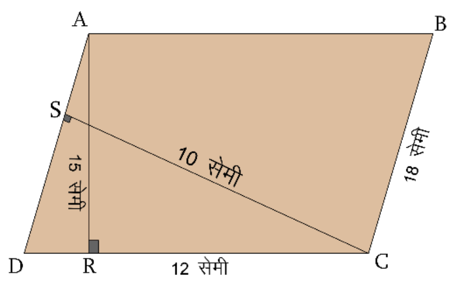
∴ वर्तुळाकार मैदानाचे क्षेत्रफळ 188650 चौमी आहे.

16. सोबतच्या आकृतीमध्ये, □ABCD हा समांतरभुज चौकोन आहे. त्यावरुन खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा ?

(i) पाया DC मानून □ABCD चे क्षेत्रफळ काढा.

(ii) पाया AD मानून □ABCD चे क्षेत्रफळ काढा.

(iii) दोन्हीं क्षेत्रफळांचे निरीक्षण नोंदवा.



उकल : (i) □ABCD हा समांतरभुज चौकोन आहे.

पाया (DC) = 12 सेमी, उंची (AR) = 15 सेमी

समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ = पाया $\times$ उंची

= 12 $\times$ 15

= 180

∴ पाया DC मानून □ABCD चे क्षेत्रफळ 180 चौसेमी आहे.

(ii) l(BC) = l (AD) = 18 सेमी

∴ पाया (AD) = 18 सेमी, उंची (CS) = 10 सेमी

समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ = पाया $\times$ उंची

= 18 $\times$ 10

= 180

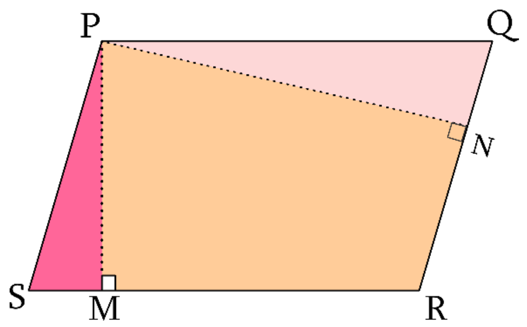
∴ पाया AD मानून □ABCD चे क्षेत्रफळ 180 चौसेमी आहे.

(iii) निरीक्षण : पाया DC मानून □ABCD चे काढलेले क्षेत्रफळ हे पाया AD मानून □ABCD च्या काढलेल्या क्षेत्रफळाएवढे आहे. ते 180 चौसेमी आहे.

17. सोबतच्या आकृतीमध्ये, □PQRS हा समांतरभुज चौकोन आहे.

रेख PM ⊥ बाजू SR आणि रेख PN ⊥ बाजू QR.

l(PQ) = 16 सेमी, l(PM) = 7 सेमी आणि l(PS) = 14 सेमी असेल तर l(PN) काढा.



उकल : समांतरभुज चौकोनाच्या समोरासमोरील बाजू एकरुप असतात.

∴ बाजू PQ ≅ बाजू SR

बाजू PS ≅ बाजू QR

l(PQ) = 16 सेमी, l(PM) = 7 सेमी आणि l(PS) = 14 सेमी

समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ $=$ पाया $\times$ उंची

$= 16 \times 7$

$= 112$ चौसमी

$$\therefore l(PN) = \frac{\text{समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ}}{\text{पाया (PS)}}$$

$$= \frac{112}{14}$$

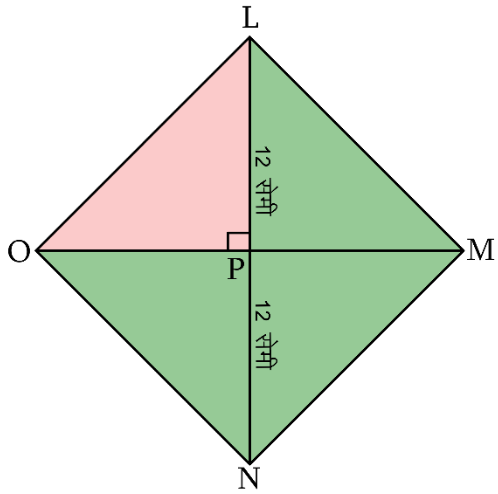
$$= 8$$

$\therefore l(PN) = 8$ सेमी आहे.

18. एका समभुज चौकोनाची परिमिती 52 सेमी आहे. त्याच्या एका कर्णाची लांबी 24 सेमी आहे तर त्या समभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ काढा.

उकल : □LMNO हा समभुज चौकोन आहे आणि

$l(LN) = 24$ सेमी



समभुज चौकोनाची परिमिती $=$ बाजू $\times 4$

$$\therefore 52 = l(LO) \times 4$$

$$\therefore l(LO) = \frac{52}{4}$$

$\therefore l(LO) = 13$ सेमी

समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांना दुभागतात.

$$\therefore l(LP) = \frac{1}{2}\, l(LN)$$

$$\therefore l(LP) = \frac{1}{2} \times 24$$

$$l(LP) = 12$$

समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांना लंब असतात.

$\therefore$ कर्ण LN $\perp$ कर्ण OM

$\therefore m\angle LPO = 90^0$

ΔLPO या काटकोन त्रिकोणात,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(LO)^2 = l(LP)^2 + l\,(PO)^2$

$(13)^2 = (12)^2 + l\,(PO)^2$

$\therefore l(PO)^2 = (13)^2 - (12)^2$

$= 169 - 144$

$= 25$

$\therefore l(PO)^2 = (5)^2$

$\therefore l(PO) = 5$ सेमी

समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांना दुभागतात.

$\therefore l(PO) = \frac{1}{2}\, l(MO)$

$5 = \frac{1}{2}\, l(MO)$

$\therefore l(MO) = 10$ सेमी

$\therefore$ समभुज चौकोनाच्या कर्णांची लांबी अनुक्रमे 24 सेमी आणि 10 सेमी आहे.

समभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ कर्णांचा गुणाकार

$= \frac{1}{2} \times 24 \times 10$

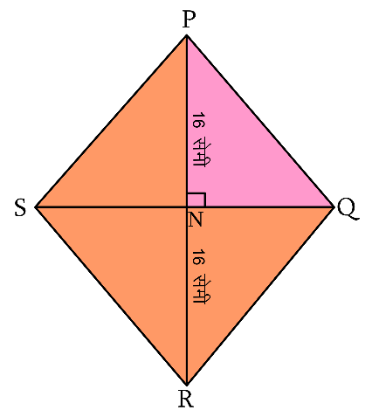
$= 12 \times 10$

$= 120$

∴ समभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ 120 चौसेमी आहे.

19. एका समभुज चौकोनाचा कर्ण 32 सेमी आहे. त्याचे क्षेत्रफळ 384 चौसेमी आहे तर त्या चौकोनाची परिमिती काढा.

उकल : □PQRS हा समभुज चौकोन आहे.



समभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ = 384 चौसेमी

कर्ण = $l(PR) = 32$ सेमी

समभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ = $\frac{1}{2} \times$ कर्णांचा गुणाकार

$$\therefore A(\square PQRS) = \frac{1}{2} \times l(PR) \times l(SQ)$$

$$384 = \frac{1}{2} \times 32 \times l(SQ)$$

$$\therefore l(SQ) = \frac{384 \times 2}{32}$$

$$= \frac{384}{16} = 24$$

∴ $l(SQ) = 24$ सेमी

समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांना दुभागतात.

∴ $l(NQ) = \frac{1}{2} \times l(SQ) = \frac{1}{2} \times 24 = 12$ सेमी आणि

$l(PN) = \frac{1}{2} \times l(PR) = \frac{1}{2} \times 32 = 16$ सेमी

समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांना लंब असतात.

कर्ण PR $\perp$ कर्ण SQ

$\therefore m\angle PNQ = 90^0$

ΔPNQ या काटकोन त्रिकोणामध्ये,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(PQ)^2 = l(PN)^2 + l\ (NQ)^2$

$= (16)^2 + (12)^2$

$= 256 + 144$

$= 400$

$\therefore l(PQ)^2 = (20)^2$

$\therefore l(PQ) = 20$ सेमी

∴ समभुज चौकोनाच्या बाजूची लांबी 20 सेमी आहे.

∴समभुज चौकोनाची परिमिती = बाजू $\times$ 4

$= 20 \times 4$

$= 80$ सेमी

∴ समभुज चौकोनाची परिमिती 80 सेमी आहे.

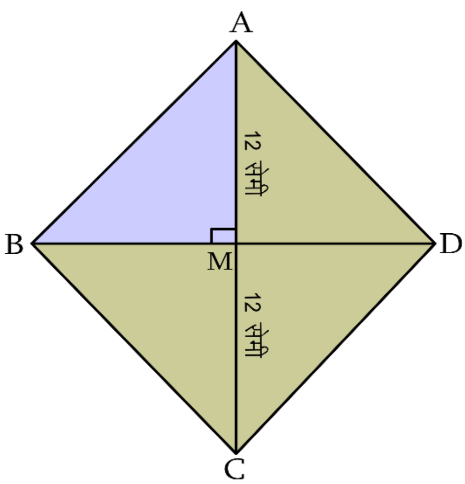
20. एका समभुज चौकोनाची बाजू 15 सेमी असून त्याच्या एका कर्णांची लांबी 24 सेमी आहे तर त्या चौकोनाचे क्षेत्रफळ किती येईल ?

उकल : □ABCD हा समभुज चौकोन आहे.

समभुज चौकोनाच्या सर्व बाजूंची लांबी समान असते.

$\therefore l(AB) = l(BC) = l(CD) = l(DA) = 15$ सेमी

$l(AC) = 24$ सेमी



समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांना दुभागतात.

$\therefore l(AM) = \frac{1}{2} \times l(AC)$

$= \frac{1}{2} \times 24$

$\therefore l(AM) = 12$ सेमी

समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांना लंब असतात.

कर्ण AC $\perp$ कर्ण BD

$\therefore m\angle AMB = 90^0$

ΔAMB या काटकोन त्रिकोणामध्ये,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(AB)^2 = l(AM)^2 + l\,(BM)^2$

$(15)^2 = (12)^2 + l\,(BM)^2$

$\therefore l(BM)^2 = (15)^2 - (12)^2$

$= 225 - 144$

$= 81$

$\therefore l(BM)^2 = (9)^2$

$\therefore l(BM) = 9$ सेमी

समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांना दुभागतात.

$\therefore l(BM) = \frac{1}{2} \times l(BD)$

$9 = \frac{1}{2} \times l(BD)$

$\therefore l(BD) = 9 \times 2$

$\therefore l(BD) = 18$ सेमी

समभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ कर्णांचा गुणाकार

$= \frac{1}{2} \times l(AC) \times l(BD)$

$= \frac{1}{2} \times 24 \times 18$

$= 12 \times 18$

$= 216$ चौसेमी

∴ समभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ 216 चौसेमी आहे.

21. एका खोलीत समभुज चौकोनाकृती 3000 फरश्या बसविल्या आहेत. त्यांच्या कर्णांची लांबी अनुक्रमे 45 सेमी आणि 30 सेमी आहे. जर प्रत्येक फरशी पॉलीश करण्याचा खर्च प्रतीचौमीटर 12 रु. दराने असेल तर सर्व फरश्या पॉलीश करण्यासाठी एकूण खर्च किती येईल ?

उकल : समभुज चौकोनाकृती फरश्यांची एकूण संख्या = 3000

प्रत्येक फरशीच्या कर्णांची लांबी अनुक्रमे 45 सेमी आणि 30 सेमी आहे.

एका समभुज चौकोनाकृती फरशीचे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ कर्णांचा गुणाकार

$= \frac{1}{2} \times 45 \times 30$

$= 45 \times 15$

$= 675$ चौसेमी

∴समभुज चौकोनाकृती जमिनीचे क्षेत्रफळ = फरश्यांची एकूण संख्या $\times$ एका समभुज चौकोनाकृती फरशीचे क्षेत्रफळ

$= 3000 \times 675 = 2025000$ चौसेमी

फरशी पॉलीश करण्याचा दर प्रती चौमीटरमध्ये आहे म्हणून 2025000 चौसेमीचे रुपांतर चौमीटरमध्ये करु.

∴ 2025000 चौसेमी $= 2025000 \times \frac{1}{100}$ मी $\times \frac{1}{100}$ मी $= 202.5$ चौमी

प्रत्येक फरशी पॉलीश करण्याचा खर्च प्रती चौमीटर 12 रु दराने आहे.

∴फरश्या पॉलीश करण्याचा एकूण खर्च $= 202.5 \times 12 = 2430$ रु.

∴सर्व फरश्या पॉलीश करण्यासाठी 2430 रु. खर्च येईल.

22. एका समभुज चौकोनाच्या दोन कर्णांची लांबी अनुक्रमे 48 सेमी आणि 20 सेमी आहे. तर

(i) त्या चौकोनाचे क्षेत्रफळ काढा.

(ii) त्या चौकोनाच्या बाजूची लांबी काढा.

(iii) त्या चौकानाची परिमिती काढा.

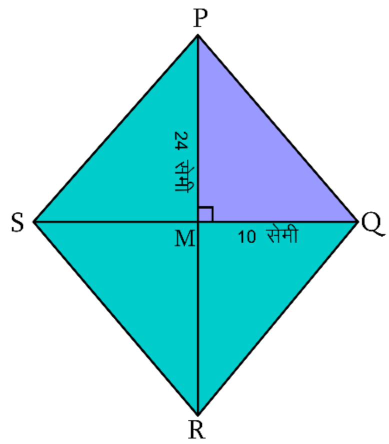
उकल : **(i)** समभुज चौकोनाच्या दोन कर्णांची लांबी अनुक्रमे 48 सेमी आणि 20 सेमी आहे.

समभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ कर्णांच्या लांबीचा गुणाकार

$= \frac{1}{2} \times 48 \times 20$

$= 24 \times 20$

$= 480$ चौसेमी



$\therefore$ समभुज चौकानाचे क्षेत्रफळ 480 चौसेमी आहे.

(ii) समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांना दुभागतात.

$\therefore l(PM) = \frac{1}{2} \times l(PR)$

$= \frac{1}{2} \times 48$

$\therefore l(PM) = 24$ सेमी आणि

$\therefore l(MQ) = \frac{1}{2} \times l(SQ)$

$= \frac{1}{2} \times 20$

$\therefore l(MQ) = 10$ सेमी

समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांना लंब असतात.

कर्ण $PR \perp$ कर्ण SQ

$\therefore m\angle PMQ = 90^0$

ΔPMQ या काटकोन त्रिकोणामध्ये,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(PQ)^2 = l(PM)^2 + l(MQ)^2$

$= (24)^2 + (10)^2$

$= 576 + 100$

$\therefore l(PQ)^2 = 676$

$l(PQ)^2 = (26)^2$

$\therefore l(PQ) = 26$ सेमी

∴ समभुज चौकोनाच्या बाजूची लांबी 26 सेमी आहे.

(iii) समभुज चौकोनाची परिमिती = बाजू × 4

= 26 × 4

= 104 सेमी

∴ समभुज चौकोनाची परिमिती 104 सेमी आहे.

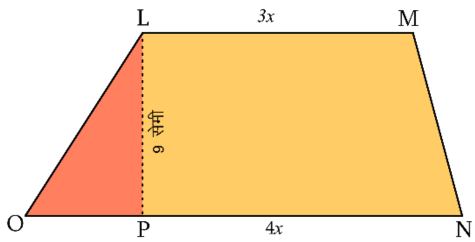
23. एका समलंब चौकोनाच्या समांतर बाजूंची लांबी 3 : 4 प्रमाणात आहे. समांतर बाजूंमधील अंतर 9 सेमी आणि क्षेत्रफळ 126 चौसेमी आहे. तर त्या चौकोनाच्या समांतर बाजूंची लांबी काढा.

उकल :

समलंब चौकोनाच्या समांतर बाजूंची लांबी अनुक्रमे $3x$ आणि $4x$ मानू

समांतर बाजूंमधील अंतर $= LP = 9$ सेमी,

$A(\square LMNO) = 126$ चौसेमी



समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ (समांतर बाजूंच्या लांबीची बेरीज) $\times$ उंची

$$126 = \frac{1}{2} \times [l(LM) + l(ON)] \times l(LP)$$

$$126 = \frac{1}{2} \times (3x + 4x) \times 9$$

$$126 \times 2 = 7x \times 9$$

$$\therefore 7x = \frac{126 \times 2}{9}$$

$$\therefore 7x = 14 \times 2$$

$$\therefore x = \frac{28}{7}$$

$$\therefore x = 4$$

$\therefore 3x = 3 \times 4 = 12$ सेमी

$4x = 4 \times 4 = 16$ सेमी

$\therefore$ समलंब चौकोनाच्या समांतर बाजूंची लांबी अनुक्रमे 12 सेमी आणि 16 सेमी आहे.

24. एका समलंब चौकोनाच्या दोन समांतर बाजूंची लांबी आणि समांतर बाजूंमधील अंतर 3 : 4 : 2 या प्रमाणात असून त्याचे क्षेत्रफळ 175 चौसेमी आहे. तर त्या चौकोनाची उंची काढा.

उकल : समलंब चौकोनाच्या दोन समांतर बाजूंची लांबी आणि समांतर बाजूंमधील अंतर अनुक्रमे $3x,\ 4x, 2x$ मानू.

समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ $= 175$ चौसेमी ....(दिलेले आहे)

समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ (समांतर बाजूंच्या लांबीची बेरीज) $\times$ उंची

$$175 = \frac{1}{2} \times (3x + 4x) \times 2x$$

$$\therefore 175 = \frac{1}{2} \times 7x \times 2x$$

$$\therefore 175 = \frac{1}{2} \times 14x^2$$

$$\therefore 7x^2 = 175$$

$$\therefore x^2 = \frac{175}{7}$$

$$\therefore x^2 = 25$$

$$\therefore x^2 = (5)^2$$

$$\therefore x = 5$$

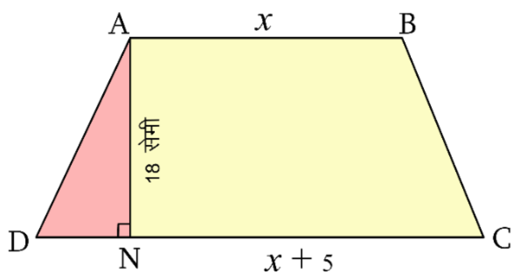
$\therefore$ समांतर बाजूंमधील अंतर म्हणजेच समलंब चौकोनाची उंची **h** असते.

$\therefore 2x = 2 \times 5 = 10$ सेमी

$\therefore$ समलंब चौकोनाची उंची **10** सेमी आहे.

25. एका समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ 279 चौसेमी असून त्याच्या समांतर बाजूंमधील अंतर 18 सेमी आहे. जर एका समांतर बाजूची लांबी दुसऱ्या बाजूपेक्षा 5 सेमी ने जास्त असेल तर त्या दोन समांतर बाजूंची लांबी किती ? त्याच्या समांतर बाजूंची बेरीज किती ?

उकल :



समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ = **279** चौसेमी

समांतर बाजूंमधील अंतर **(h) = 18** सेमी

समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ (समांतर बाजूंच्या लांबीची बेरीज) $\times$ उंची

$\therefore 279 = \frac{1}{2} \times$ (समांतर बाजूंच्या लांबीची बेरीज) $\times 18$

$\therefore$ समांतर बाजूंच्या लांबीची बेरीज $= \frac{279 \times 2}{18} = \frac{279}{9} = 31$

समलंब चौकोनाची लहान बाजू (AB) $= x$ आणि

समलंब चौकोनाची मोठी बाजू (DC) $= x + 5$

$$\therefore x + x + 5 = 31$$

$$\therefore 2x + 5 = 31$$

$$\therefore 2x = 31 - 5$$

$$\therefore 2x = 26$$

$$\therefore x = \frac{26}{2}$$

$$\therefore x = 13$$

$\therefore$ समलंब चौकोनाची लहान बाजू (AB) $= x = 13$ सेमी

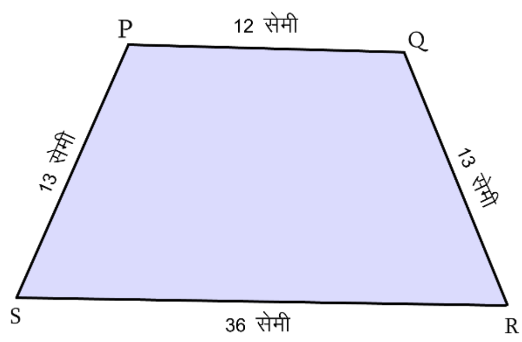
समलंब चौकोनाची मोठी बाजू (DC) $= x + 5$

$= 13 + 5 = 18$ सेमी

$\therefore$ समलंब चौकोनाच्या दोन समांतर बाजूंची लांबी अनुक्रमे 13 सेमी आणि 18 सेमी आहे.

समलंब चौकोनाच्या समांतर बाजूंची बेरीज 31 सेमी आहे

26. □PQRS हा समलंब चौकोन आहे. l(PQ) = 12 सेमी, l(QR) = 13 सेमी, l(SR) = 36 सेमी आणि l(PS) = 13 सेमी, तर □PQRS चे क्षेत्रफळ काढा.

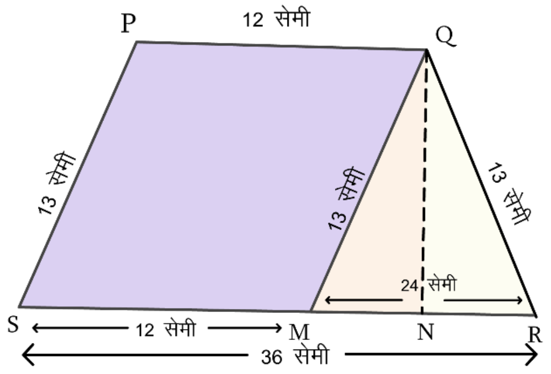


उकल :

□PQRS हा समलंब चौकोन आहे.

बाजू PQ ∥ बाजू SR,

बाजू PS ∥ बाजू QM काढा.



l(SR) = 36 सेमी, l(PQ) = 12 सेमी,

l(SM) = 12 सेमी आणि l(PS) = l(QM) = 13 सेमी

l(SR) = l(SM) + l(MR)

∴ l(MR) = l(SR) – l(SM) = 36 – 12 = 24 सेमी

△ QMR मध्ये,

l(MR) = a = 24 सेमी, l(QR) = b = 13 सेमी, आणि l(QM) = c = 13 सेमी

△ QMR ची अर्धपरिमिती (s) = $\frac{a + b + c}{2}$

$= \frac{24 + 13 + 13}{2}$

$= \frac{50}{2}$

= 25 सेमी

△ QMR चे क्षेत्रफळ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{25(25-24)(25-13)(25-13)}$

$= \sqrt{25 \times 1 \times 12 \times 12}$

$= 5 \times 12$ .... (वर्गमूळ काढून)

= 60 चौसेमी

आता रेख QN ⊥ बाजू SR काढा.

ΔQMR चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ पाया $\times$ उंची

$= \frac{1}{2} \times l(MR) \times l(QN)$

$\therefore 60 = \frac{1}{2} \times 24 \times l(QN)$

$\therefore 60 = 12 \times l(QN)$

$\therefore l(QN) = \frac{60}{12} = 5$

$\therefore l(QN) = h = 5$ सेमी

समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ (समांतर बाजूंच्या लांबीची बेरीज) $\times$ उंची

$= \frac{1}{2} \times [l(SR) + l(PQ)] \times l(QN)$

$= \frac{1}{2} \times (36 + 12) \times 5$

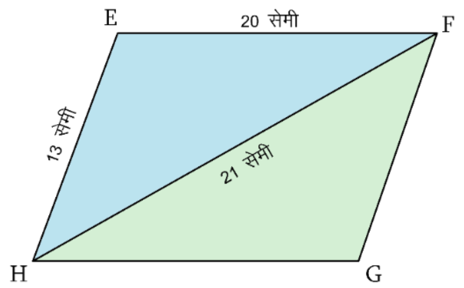
$= \frac{1}{2} \times 48 \times 5$

$= 24 \times 5$

$= 120$ चौसेमी

$\therefore$ □PQRS चे क्षेत्रफळ 120 चौसेमी आहे.

27. □EFGH हा समांतरभुज चौकोन आहे. $l(EF) = 20$ सेमी, $l(EH) = 13$ सेमी आणि $l(FH) = 21$ सेमी आहे. तर □EFGH चे क्षेत्रफळ काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.



.... हा समांतरभुज चौकोन आहे.

□EFGH चे क्षेत्रफळ = □ × △ EFH चे क्षेत्रफळ

△ EFH मध्ये,

l(EF) = a = □ सेमी, l(EH) = b = □ सेमी आणि

l(HF) = c = □ सेमी

△ EFH ची अर्धपरिमिती (s) $= \dfrac{\square + \square + \square}{2}$ ....(सूत्र)

$= \dfrac{\square + \square + \square}{2}$

$= \dfrac{\square}{2}$

= □ सेमी

△ EFH चे क्षेत्रफळ $= \sqrt{s(s-\square)(s-\square)(s-\square)}$ .... (सूत्र)

$= \sqrt{27(27-\square)(27-\square)(27-\square)}$

$= \sqrt{27 \times \square \times \square \times \square}$

$= \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times \square \times \square \times \square}$ .... (अवयव पाडून)

$= 3 \times \square \times \square \times \square$ ....(वर्गमूळ काढून)

△ EFH चे क्षेत्रफळ = □ चौसेमी

समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ = □ × ΔEFH चे क्षेत्रफळ

= □ × □

= □ चौसेमी

∴ समांतरभुज □EFGH चे क्षेत्रफळ □ चौसेमी आहे.

उकल : $\boxed{\square EFGH}$ हा समांतरभुज चौकोन आहे.:

$\square$EFGH चे क्षेत्रफळ $= \boxed{2} \times \triangle$ **EFH चे क्षेत्रफळ**

$\triangle$ **EFH मध्ये,**

$l(EF) = a = \boxed{20}$ सेमी, $l(EH) = b = \boxed{13}$ सेमी आणि

$l(HF) = c = \boxed{21}$ सेमी

$\triangle$ **EFH ची अर्धपरिमिती (s)** $= \dfrac{\boxed{a} + \boxed{b} + \boxed{c}}{2}$ ....(सूत्र)

$= \dfrac{\boxed{20} + \boxed{13} + \boxed{21}}{2}$

$= \dfrac{\boxed{54}}{2}$

$= \boxed{27}$ सेमी

$\triangle$ **EFH चे क्षेत्रफळ** $= \sqrt{s(s-\boxed{a})(s-\boxed{b})(s-\boxed{c})}$ .....(सूत्र)

$= \sqrt{27(27-\boxed{20})(27-\boxed{13})(27-\boxed{21})}$

$= \sqrt{27 \times \boxed{7} \times \boxed{14} \times \boxed{6}}$

$= \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times \boxed{7} \times \boxed{2 \times 7} \times \boxed{2 \times 3}}$ ....(अवयव पाडून)

$= 3 \times \boxed{3} \times \boxed{7} \times \boxed{2}$ ....(वर्गमूळ काढून)

$\triangle$ **EFH चे क्षेत्रफळ** $= \boxed{126}$ चौसेमी

समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ $= \boxed{2} \times \Delta$ **EFH चे क्षेत्रफळ**

$= \boxed{2} \times \boxed{126}$

$= \boxed{252}$ चौसेमी

$\therefore$ समांतरभुज **$\square$EFGH चे क्षेत्रफळ** $\boxed{252}$ चौसेमी आहे.

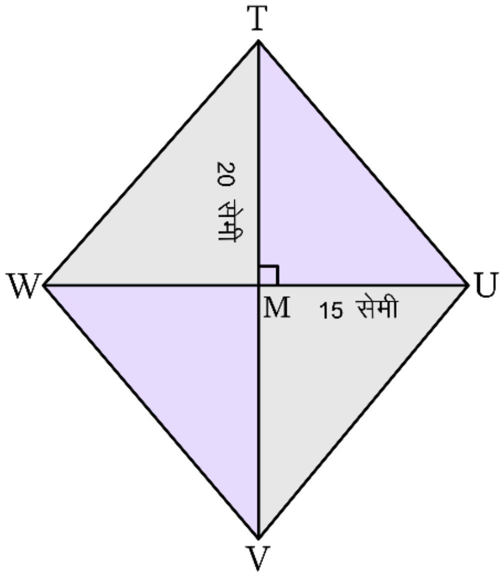
28. एका समभुज चौकोनाच्या दोन कर्णांची लांबी 4 : 3 प्रमाणात आहेत. त्याचे क्षेत्रफळ 600 चौसेमी असेल तर त्या चौकोनाच्या बाजूची लांबी काढण्यासाठी खालील कृती पूर्ण करा.

समभुज चौकोनाच्या दोन कर्णांची लांबी अनुक्रमे $4x$, $\square$ मानू

∴ समभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ

$= \frac{1}{2} \times \square$

........(सूत्र)



$\therefore\ 600 = \frac{1}{2} \times (\square \times \square)$

$\therefore\ 600 = \frac{1}{2} \times \square\, x^2$

$\therefore\ \square\, x^2 = 600$

$\therefore\ x^2 = \frac{600}{\square}$

$\therefore\ x^2 = \square$

$\therefore\ x = \square$

∴ समभुज चौकोनाचे कर्ण $= 4x = 4 \times \square = \square$ सेमी आणि

$3x = 3 \times \square = \square$ सेमी

आकृतीवरुन, $l(TM) = \square$ सेमी, $l(MU) = \square$ सेमी, कर्ण TV ⊥ कर्ण WU

$\therefore\ m\angle TMU = \square$

△ TMU या काटकोन त्रिकोणात,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(TU)^2 = l(TM)^2 + l(MU)^2$

∴ $l(TU)^2 = \boxed{} + \boxed{}$

$= \boxed{} + \boxed{}$

∴ $l(TU)^2 = \boxed{}$

∴ $l(TU) = \boxed{}$ सेमी

∴ समभुज □TUVW च्या बाजूची लांबी $\boxed{}$ सेमी आहे.

उकल : समभुज चौकोनाच्या दोन कर्णांची लांबी अनुक्रमे $4x$, $\boxed{3x}$ मानू.

∴ समभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ = $\frac{1}{2} \times$ $\boxed{\text{कर्णांच्या लांबीचा गुणाकार}}$ …….. (सूत्र)

$$\therefore 600 = \frac{1}{2} \times \left(\boxed{4x} \times \boxed{3x}\right)$$

$$\therefore 600 = \frac{1}{2} \times \boxed{12}\, x^2$$

$$\therefore \boxed{6}\, x^2 = 600$$

$$\therefore x^2 = \frac{600}{\boxed{6}}$$

$$\therefore x^2 = \boxed{100}$$

$$\therefore x = \boxed{10}$$

∴ समभुज चौकोनाचे कर्ण = $4x = 4 \times \boxed{10} = \boxed{40}$ सेमी आणि

$3x = 3 \times \boxed{10} = \boxed{30}$ सेमी

आकृतीवरुन,

$l(TM) = \boxed{20}$ सेमी, $l(MU) = \boxed{15}$ सेमी, कर्ण TV ⊥ कर्ण WU

∴ $m\angle TMU = \boxed{90^0}$

△ TMU या काटकोन त्रिकोणात,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(TU)^2 = l(TM)^2 + l(MU)^2$

$\therefore l(TU)^2 = \boxed{(20)^2} + \boxed{(15)^2}$

$= \boxed{400} + \boxed{225}$

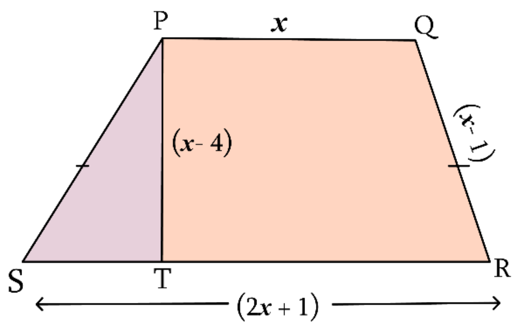
$\therefore l(TU)^2 = \boxed{625}$

$\therefore l(TU) = \boxed{25}$ सेमी

∴ समभुज □TUVW च्या बाजूची लांबी $\boxed{25}$ सेमी आहे.

29. सोबतच्या आकृतीमध्ये, □PQRS हा समलंब चौकोन आहे.

बाजू PQ ∥ बाजू SR असून त्याचे क्षेत्रफळ 33 चौसेमी आहे. तर समलंब चौकोनाच्या सर्व बाजूंची लांबी काढण्यासाठी खाली दिलेली कृती पूर्ण करा.



$\square$ हा समलंब चौकोन आहे.

बाजू PQ ∥ बाजू SR

समलंब □PQRS चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ समांतर बाजूंच्या लांबीची बेरीज $\times \square$ ...(सूत्र)

$= \frac{1}{2} \times [l(PQ) + l(SR)] \times l\ \square$

$\therefore 33 = \frac{1}{2} \times (x + 2x + 1) \times \square$

$\therefore 33 \times \square = (3x + 1) \times \square$

$\therefore \square = 3x^2 - \square x + \square x - \square$

$$\therefore 3x^2 - \square x - \square - \square = 0$$

$$\therefore 3x^2 - \square x - 70 = 0$$

$$\therefore 3x - \square x + \square - 70 = 0$$

$$\therefore 3x\left(\square\right) + 10\left(\square\right) = 0$$

$$\therefore (3x + 10)\left(\square\right) = 0$$

$\therefore 3x + 10 = 0$ किंवा $\left(\square\right) = 0$

$\therefore 3x = -10$ किंवा $\therefore x = \square$

$$\therefore x = \frac{-10}{3}$$

परंतु लांबी ऋण नसते.

$\therefore x \neq \frac{-10}{3}$ $\therefore x = \square$ सेमी

$\therefore\ l(PQ) = x = \square$ सेमी

$\therefore\ l(SR) = 2x + 1 = 2 \times \square + 1 = \square$ सेमी

$\therefore\ l(PS) = l(QR) = x - 1 = \square - 1 = \square$ सेमी

उकल : $\boxed{\square PQRS}$ हा समलंब चौकोन आहे.

बाजू PQ $\parallel$ बाजू SR

समलंब $\square$PQRS चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{2} \times$ समांतर बाजूंच्या लांबीची बेरीज $\times$ $\boxed{\text{उंची}}$ ...(सूत्र)

$$= \frac{1}{2} \times [l(PQ) + l(SR)] \times \boxed{l(PT)}$$

$$\therefore 33 = \frac{1}{2} \times (x + 2x + 1) \times \boxed{(x - 4)}$$

$$\therefore 33 \times \boxed{2} = (3x+1) \times \boxed{(x-4)}$$

$$\therefore \boxed{66} = 3x^2 - \boxed{12}\,x + \boxed{1}\,x - \boxed{4}$$

$$\therefore 3x^2 - \boxed{11}\,x - \boxed{4} - \boxed{66} = 0$$

$$\therefore 3x^2 - \boxed{11}\,x - 70 = 0$$

$$\therefore 3x^2 - \boxed{21}\,x + \boxed{10x} - 70 = 0$$

$$\therefore 3x\left(\boxed{(x-7)}\right) + 10\left(\boxed{(x-7)}\right) = 0$$

$$\therefore (3x+10)\left(\boxed{(x-7)}\right) = 0$$

$\therefore 3x + 10 = 0$ किंवा $\left(\boxed{(x-7)}\right) = 0$

$\therefore 3x = -10$ किंवा $\therefore x = \boxed{7}$

$\therefore x = \frac{-10}{3}$

परंतु लांबी ऋण नसते.

$\therefore x \neq \frac{-10}{3}$ $\therefore x = \boxed{7}$ सेमी

$\therefore l(PQ) = x = \boxed{7}$ सेमी

$l(SR) = 2x + 1 = 2 \times \boxed{7} + 1 = \boxed{15}$ सेमी

$l(PS) = l(QR) = x - 1 = \boxed{7} - 1 = \boxed{6}$ सेमी

30. खालील विधाने चूक की बरोबर ते लिहा.

1) समांतरभुज चौकोनापासूनच आयत तयार झाला आहे. म्हणून दोन्हींचे क्षेत्रफळ समान असतात.

उत्तर : बरोबर

2) समांतरभुज चौकोनाचा पाया म्हणजे आयताची रुंदी व त्याची उंची म्हणजे आयताची लांबी असते.

उत्तर : चूक : समांतरभुज चौकोनाचा पाया म्हणजे आयताची लांबी व त्याची उंची म्हणजे आयताची रुंदी असते.

3) समभुज चौकोनाचे दोन्हीं कर्ण परस्परांना छेदल्यामुळे तयार होणारे त्रिकोण समभुज त्रिकोण असतात.

उत्तर : चूक : समभुज चौकोनाचे दोन्हीं कर्ण परस्परांना छेदल्यामुळे तयार होणारे त्रिकोण काटकोन त्रिकोण असतात.

4) समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांचे लंबदुभाजक असतात.

उत्तर : बरोबर

5) समभुज चौकानाचे दोन्हीं कर्ण परस्परांना छेदल्यामुळे दोन काटकोन त्रिकोण तयार होतात.

उत्तर : चूक : समभुज चौकानाचे दोन्हीं कर्ण परस्परांना छेदल्यामुळे चार काटकोन त्रिकोण तयार होतात.

6) समभुज चौकोनाचे दोन्हीं कर्ण परस्परांना छेदल्यामुळे तयार होणाऱ्या चारही त्रिकोणांची क्षेत्रफळे समान असतात.

उत्तर : बरोबर

7) चौरसाची बाजू दुप्पट केल्यास त्याचे क्षेत्रफळ दुप्पट होते.

उत्तर : चूक : चौरसाची बाजू दुप्पट केल्यास त्याचे क्षेत्रफळ चौपट होते.

8) समलंब चौकोनाची उंची म्हणजेच समांतर रेषांमधील अंतर असते.

उत्तर : बरोबर

9) दिलेल्या आयताची लांबी आणि रुंदी दुप्पट केल्यास आयताचे क्षेत्रफळ दुप्पट होते.

उत्तर : चूक : दिलेल्या आयताची लांबी आणि रुंदी दुप्पट केल्यास आयताचे क्षेत्रफळ चौपट होते.

10) समलंब चौकोनाच्या संमुख भुजांच्या दोन्हीं जोड्या परस्परांना समांतर असतात.

उत्तर : चूक : समलंब चौकोनाच्या संमुख भुजांची एकच जोडी समांतर असते.

11) त्रिकोणाच्या तीन बाजूंची लांबी दिली असता त्याचे क्षेत्रफळ काढण्याचे सूत्र 'आर्यभट्ट' या गणितज्ञाने शोधून काढले आहे.

उत्तर : चूक : त्रिकोणाच्या तीन बाजूंची लांबी दिली असता त्याचे क्षेत्रफळ काढण्याचे सूत्र हिरो **(Heron)** या गणितज्ञाने शोधून काढले आहे.

12) दिलेल्या आयताची लांबी दुप्पट केली व रुंदी निमपट केली तर त्या आयताच्या क्षेत्रफळात फरक पडत नाही.

उत्तर : बरोबर

13) भूखंड, शेतजमिनी यांचे आकार सामान्यपणे अनियमित आकाराचे बहुभुज असतात.

उत्तर : बरोबर

14) वर्तुळाच्या समान भागांची संख्या जेवढी जास्त असेल तेवढी आकृती अधिकाधिक आयताकार होईल.

उत्तर : बरोबर

15) वर्तुळाची त्रिज्या दुप्पट केल्यास क्षेत्रफळ चौपट होते.

उत्तर : बरोबर

16) समांतरभुज चौकोनाची केवळ परिमिती दिली असता त्याचे क्षेत्रफळ काढता येते.

उत्तर : चूक : चौरसाची केवळ परिमिती दिली असता त्याचे क्षेत्रफळ काढता येते.

31. खालील जोड्या जुळवा.

A.

'अ' गट (नाव)	'ब' गट (सूत्र)
(i) समभुज चौकानाचे क्षेत्रफळ	(a) $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
(ii) समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ	(b) $\frac{1}{2}$ $\times$ कर्णांच्या लांबीचा गुणाकार
(iii) समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ	(c) $s = \frac{a+b+c}{2}$
(iv) त्रिकोणाची अर्धपरिमिती	(d) $\frac{1}{2}$ $\times$ समांतर बाजूंच्या लांबींची बेरीज $\times$ उंची
(v) हिरोचे सूत्र	(e) पाया $\times$ उंची

उत्तर :

'अ' गट (नाव)	'ब' गट (सूत्र)
(i) समभुज चौकानाचे क्षेत्रफळ	(b) $\frac{1}{2}$ $\times$ कर्णांच्या लांबीचा गुणाकार
(ii) समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ	(d) $\frac{1}{2}$ $\times$ समांतर बाजूंच्या लांबींची बेरीज $\times$ उंची
(iii) समांतरभुज चौकोनाचे क्षेत्रफळ	(e) पाया $\times$ उंची
(iv) त्रिकोणाची अर्धपरिमिती	(c) $s = \frac{a+b+c}{2}$
(v) हिरोचे सूत्र	(a) $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

B.

'अ' गट	'ब' गट
(i) 100 चौमी	(a) सुमारे 100 चौमी
(ii) 1 हेक्टर	(b) सुमारे 0.4 हेक्टर
(iii) 1 गुंठा	(c) 10000 चौमी
(iv) 1 एकर	(d) 1 आर

उत्तर :

'अ' गट	'ब' गट
(i) 100 चौमी	(d) 1 आर
(ii) 1 हेक्टर	(c) 10000 चौमी
(iii) 1 गुंठा	(*a*) सुमारे 100 चौमी
(iv) 1 एकर	(b) सुमारे 0.4 हेक्टर

*****