

4. गुणोत्तर व प्रमाण Extra Questions

* खाली दिलेल्या संख्यांच्या जोड्यांमधील पहिल्या संख्येचे दुसऱ्या संख्येशी असलेले गुणोत्तर संक्षिप्त रूपात लिहा.....(1M)

प्र 1) 84, 96

$$\text{उकल : गुणोत्तर} = \frac{84}{96} = \frac{12 \times 7}{12 \times 8} = \frac{7}{8} = 7:8$$

प्र 2) 54, 72

$$\text{उकल : गुणोत्तर} = \frac{54}{72} = \frac{18 \times 3}{18 \times 4} = \frac{3}{4} = 3:4$$

* पुढील शतमाने संक्षिप्त गुणोत्तरांच्या रूपात लिहा. .(2 marks)

प्र. 3) 225 %

$$\text{उकल : } \frac{225}{100}$$

$$= \frac{45 \times 5}{20 \times 5}$$

$$= \frac{45}{20} = \frac{5 \times 9}{5 \times 4}$$

$$= \frac{9}{4}$$

$$= 9 : 4$$

प्र. 4) 25 : 100

$$\text{उकल : } \frac{25}{100}$$

$$= \frac{5 \times 5}{20 \times 5}$$

$$= \frac{5}{20}$$

$$= \frac{1}{4}$$

$$= 1 : 4$$

प्र. 5) 0.32%

$$\text{उकल : } 0.32\%$$

$$= \frac{0.32}{100}$$

$$= \frac{0.32 \times 100}{100 \times 100} \quad \text{..... (अंशाला व छेदाला 100 ने गुणून)}$$

$$= \frac{32}{10000}$$

$$= \frac{8 \times 4}{25 \times 25 \times 4 \times 4}$$

$$= \frac{2}{25 \times 25} (\because 4 \text{ ने } 8 \text{ ला भागून})$$

$$= \frac{2}{625}$$

$$= 2:625$$

* पुढील राशींपैकी पहिल्या राशीचे दुसऱ्या राशीशी असलेले गुणोत्तर संक्षिप्त रूपात लिहा..(2 marks)

प्र 6) 15 रु, 13 रु, 60 पै.

उकल : 15 रु, 13 रु, 60 पैसे यांचे गुणोत्तर = $\frac{(15 \times 100) \text{ पैसे}}{(13 \times 100) 60 \text{ पैसे}}$

$$\left(\because \text{रुपयाचे रूपांतर पैसे मध्ये करून} \right)$$

$$1 \text{ रु} = 100 \text{ पैसे}$$

$$= \frac{15 \text{ रु}}{13 \text{ रु } 60 \text{ पैसे}}$$

$$= \frac{1500}{1360}$$

$$= \frac{20 \times 75}{20 \times 68}$$

$$= \frac{75}{68}$$

$$= 75 : 68$$

येथे पहिल्या राशीचे आणि दुसऱ्या राशीचे वेगवेगळी आहेत.

गुणोत्तरासाठी दोन्ही एकके समान होतील म्हणून रुपयाचे

रुपांतर पैशांमध्ये करू.

$$\therefore 13 \text{ रु.} = 15 \times 100 = 1500$$

$$= \frac{4.2 \times 1000 \text{ ग्रॅम}}{1700 \text{ ग्रॅम}}$$

$$\text{आणि } 13 \text{ रु} - = 13 \times 100 = 1300$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{किलोग्रॅमचे रुपांतर ग्रॅममध्ये करून,} \\ \therefore 1 \text{ किलोग्रॅम} = 1000 \text{ ग्रॅम} \end{array} \right)$$

Q. 7) 4.2 किलोग्रॅम, 1700 ग्रॅम

उकल : 4.2 किलोग्रॅम, 1700 ग्रॅम

$$= \frac{4.2 \times 1000 \text{ gm}}{1700 \text{ gm}}$$

$$[\therefore 1\text{kg} = 1000\text{gm}] = \frac{4200 \text{ gm}}{1700 \text{ gm}}$$

$$= \frac{50 \times 84 \text{ gm}}{50 \times 34 \text{ gm}}$$

$$= \frac{84}{34} = \frac{42}{17}$$

$$= 42 : 17$$

प्र. 8) 9 मिनिटे 40 सेकंद, 3 मिनिटे 8 सेकंद

उकल : 9 मिनिटे 40 सेकंद, 3 मिनिटे 8 सेकंद यांचे गुणोत्तर

$$= \frac{9 \text{ मिनिटे } 40 \text{ सेकंद}}{3 \text{ मिनिटे } 8 \text{ सेकंद}}$$

$$\left(\because \text{मिनिटाचे रूपांतर सेकंदांमध्ये करून,} \right. \\ \left. 1 \text{ मिनिट} = 60 \text{ सेकंद} \right)$$

$$= \frac{(9 \times 60) + 40 \text{ सेकंद}}{(3 \times 60) + 8 \text{ सेकंद}}$$

$$= \frac{540 + 40}{180 + 8}$$

$$= \frac{580}{188}$$

$$= \frac{2 \times 290}{2 \times 94} = \frac{2 \times 145}{2 \times 47} = \frac{145}{47}$$

$$= 145 : 47$$

* पुढील गुणोत्तरांचे शतमानात रूपांतर करा..(2 marks)

प्र. 9) 14 : 20

उकल : समजा $14 : 20 = x \%$

$$\therefore \frac{14}{20} = \frac{x}{100}$$

$$\therefore x = \frac{14}{20} \times 100$$

$$\therefore x = 14 \times 5$$

$$\therefore x = 70 \%$$

$$\therefore 14 : 20 = 70 \%$$

प्र. 10) $\frac{7}{8}$

उकल : समजा $\frac{7}{8} = x \%$

$$\therefore \frac{7}{8} = \frac{x}{100}$$

$$\therefore x = \frac{7}{8} \times 100$$

$$\therefore x = 7 \times 12.5$$

$$\therefore x = 87.5 \%$$

$$\therefore \frac{7}{8} = 87.5 \%$$

* पुढे दिलेल्या गुणोत्तरांच्या जोड्यांमधील लहान – मोठेपणा

ठरवा.

(2 marks)

प्र. 11) $\frac{9}{13}$, $\frac{11}{15}$

उकल : $9 \times 15 = 135$ आणि

$$\therefore 135 < 143$$

येथे 143 ही संख्या 135 पेक्षा मोठी आहे.

$$\therefore \frac{9}{13} < \frac{11}{15}$$

प्र. 12) $\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}, \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$

उकल : $3\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}; 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}$

$$9 \times (\sqrt{3} \times \sqrt{3}); 2 \times (\sqrt{2} \times \sqrt{2})$$

$$9 \times 3 \quad ; 2 \times 2$$

$$27 \quad ; 4$$

$$27 > 4$$

$$\therefore \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} > \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$$

प्र. 13) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{9}}, \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{18}}$

उकल : $\sqrt{12} \times \sqrt{18}; \sqrt{9} \times \sqrt{24}$

$$\sqrt{216}; \sqrt{216}$$

$$\therefore \sqrt{216} = \sqrt{216}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{18}}$$

प्र. 14) दोन संख्यांचे गुणोत्तर 13 : 6 आहे व त्यांची वजाबाकी 70

आहे. तर त्या संख्या कोणत्या ?

(2 marks)

उकल : दोन संख्यांचे गुणोत्तर 13 : 6

समानपट x मानू.

पहिली संख्या = $13x$

दुसरी संख्या = $6x$

दिलेल्या अटीनुसार, $13x - 6x = 70$

$$7x = 70$$

$$x = \frac{70}{7}$$

$$x = 10$$

पहिली संख्या = $13x = 13 \times 10 = 130$

दुसरी संख्या = $6x = 6 \times 10 = 60$

प्र 15) दोन संख्यांचे गुणोत्तर 11 : 13 आहे व त्यांची बेरीज 264

आहे, तर त्या संख्या कोणत्या ?

(2 marks)

उकल : दोन संख्यांचे गुणोत्तर 11 : 13 आहे.

समानपट x मानू.

$\therefore$ पहिली संख्या = $11x$

दुसरी संख्या = $13x$

दिलेल्या अटीनुसार, $11x + 13x = 264$

$$24x = 264$$

$$x = \frac{264}{24}$$

$$\boxed{x = 11}$$

$$\therefore \text{पहिली संख्या} = 11x = 11 \times 11 = 121$$

$$\text{व दुसरी संख्या} = 13x = 13 \times 11 = 143$$

प्र 16) जर $a : b = 7 : 8$ आणि $b : c = 12 : 7$ आहे तर सोप्या
रूपात $a : b$ काढा (2 marks)

उकल : $a : b = 7 : 8$ आणि $b : c = 12 : 7$

$$\frac{a}{b} = \frac{7}{8} \text{ आणि } \frac{b}{c} = \frac{12}{7}$$

$$\therefore \frac{7}{8} \times \frac{12}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} [\because 4 \text{ ने भागून }]$$

प्र. 17) $\frac{(a^3 + b^3)}{ab^3}$, $\frac{a^3 b}{(a^3 + b^3)}$ यांतील मध्यम प्रमाणपद काढा. (3 m)

उकल : मध्यम प्रमाणपद m मानू.

$\therefore \frac{a^3 + b^3}{ab^3}, m, \frac{a^3b}{a^3 + b^3}$ हे परंपरित प्रमाणात आहेत.

$$\therefore m^2 = \frac{a^3 + b^3}{b^2} \times \frac{a^2}{a^3 + b^3}$$

$$\therefore m^2 = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\therefore m = \frac{a}{b} \quad \text{..... [दोन्ही बाजूंचे वर्गमूल घेऊन]}$$

प्र. 18) आई आणि मुलगा यांच्या आजच्या वयाचे गुणोत्तर 12 : 5 आहे. मुलाच्या जन्माच्या वेळी आईचे वय 21 वर्षे होते तर त्यांची आजची वये काय असतील ? (3 marks)

उकल : आई आणि मुलगा यांच्या आजच्या वयाचे गुणोत्तर 12 : 5 आहे.

समानपट x मानू

आईचे आजचे वय = 12x वर्षे

व मुलाचे आजचे वय = 5x वर्षे

दिलेल्या अटीनुसार, $12x - 5x = 21$

$$\therefore 7x = 21$$

$$\therefore x = \frac{21}{7}$$

$$\therefore \boxed{x = 3}$$

$\therefore$ आई चे आजचे वय $2x = 12 \times 3 = 36$ वर्षे

व मुलाचे आजचे वय $= 5x = 5 \times 3 = 15$ वर्षे

प्र. 19) एका गावाची लोकसंख्या 14, 400 आहे. निरक्षर लोकांचे साक्षर लोकांशी असलेले गुणोत्तर 3 : 5 आहे, तर गावातील साक्षर आणि निरक्षर लोकांची संख्या शोधा. (3 marks)

उकल : एका गावाची लोकसंख्या 14, 400 आहे.

निरक्षर लोकांचे साक्षर लोकांशी असलेले गुणोत्तर 3 : 5 आहे.

समानपट x मानू.

$\therefore$ निरक्षर लोक $= 3x$

आणि साक्षर लोक $= 5x$

दिलेल्या अटीनुसार $3x + 5x = 14,400$

$$8x = 14,400$$

$$x = \frac{14,400}{8}$$

$$\therefore x = \boxed{1800}$$

$$\therefore \text{निरक्षर लोक} = 3x = 3 \times 1800 = \boxed{5400}$$

$$\text{आणि साक्षर लोक} = 5x = 5 \times 1800 = \boxed{9000}$$

प्र 20) एका वर्गात मुलांच्या व मुलींच्या संख्येचे गुणोत्तर 5 : 4 आहे. जर त्या वर्गात आणखी 4 मुले व 4 मुली आले असतील, तर त्या विद्यार्थ्यांच्या संख्येचे गुणोत्तर 6:5 होईल, तर त्या वर्गातल्या मुलांच्या व मुलींची संख्या काढा. (3M)

उकल : एका वर्गात मुलांच्या व मुलींच्या संख्येचे गुणोत्तर 5 : 4 आहे.

समान पट x मानू.

$$\therefore \text{मुलांची संख्या} = 5x$$

$$\therefore \text{मुलींची संख्या} = 5x$$

$$\text{मुलींची संख्या} = 4x$$

$$\text{दिलेल्या अटीनुसार, } \frac{5x + 4}{4x + 4} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore (5x + 4) \times 5 = 6 \times (4x + 4)$$

$$\therefore 25x + 20 = 24x + 24$$

$$\therefore 25x - 24x = 24 - 20$$

$$\therefore \boxed{x = 4}$$

$$\text{मुलांची संख्या} = 5x = 5 \times 4 = \boxed{20}$$

$$\text{व मुलींची संख्या} = 4x = 4 \times 4 = \boxed{16}$$

प्र. 21) त्रिकोणाच्या कोनांची मापे 4 : 5 : 6 : या गुणोत्तरात आहेत.

तर प्रत्येक कोनाचे माप काढा.

(3 marks)

उकल : त्रिकोणाच्या कोनांची मापे यांचे गुणोत्तर 4 : 5 : 6 आहे.

त्रिकोणाच्या कोनांची मापांची बेरीज = 180°

समानपट x मानू.

$$4x + 5x + 6x = 180^0$$

$$15x = 180^0$$

$$x = \frac{180}{15}$$

$$\boxed{x = 12}$$

∴ त्रिकोणाच्या कोणाची मापे $4x = 4 \times 12 = 48^0$

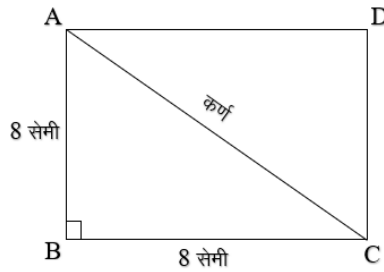
$$5x = 5 \times 12 = 60^0$$

$$6x = 6 \times 12 = 72^0$$

* पुढील गुणोत्तरे काढा.

प्र.22) बाजू 8 सेमी असलेल्या चौरसाच्या कर्णाचे त्याच्या बाजूशी असलेले गुणोत्तर. (2 marks)

उकल :



□ ABCD चौरस आहे.

∴ काटकोन त्रिकोण $\triangle ABC$ मध्ये,

$$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 \quad \dots\dots [\text{पायथागोरसचे प्रमेय}]$$

$$\therefore AC^2 = 8^2 + 8^2$$

$$\therefore AC^2 = 2 \times 8^2$$

$$\therefore \text{कर्ण} = 8\sqrt{2} \text{ सेमी}$$

$$\therefore \text{गुणोत्तर} = \frac{\text{कर्ण}}{\text{बाजू}} = \frac{8\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2} : 1$$

प्र. 23) लांबी 4 सेमी व रुंदी 2.5 सेमी असलेल्या आयताच्या परिमितीचे, क्षेत्रफळाशी असलेले गुणोत्तर. (2 marks)

उकल : लांबी = 4 सेमी, रुंदी = 2.5 सेमी

$$\begin{aligned} \frac{\text{आयताचे क्षेत्रफळ}}{\text{आयताचे क्षेत्रफळ}} &= \frac{2(l + b)}{l \times b} \\ &= \frac{2(4 + 2.5)}{4 \times 2.5} = \frac{2(6.5)}{10} \\ &= \frac{13}{10} \\ &= 13 : 10 \end{aligned}$$

प्र. 24) दोन संख्यांचे गुणोत्तर 7 : 9 आहे व त्यांचा गुणाकार 4032 आहे, तर त्या संख्या कोणत्या ? खाली दिलेली कृती पूर्ण करा. (3 m)

कृती : दोन संख्यांचे गुणोत्तर आहे.

समान पट x मानू.

पहिली संख्या = $7x$

दुसरी संख्या =

दिलेल्या अटीनुसार, $7x \times \text{} = \text{}$

$$\text{} = \text{}$$

$$\therefore x^2 = \text{}$$

$$\therefore x^2 = \text{}$$

$$\therefore x = \text{}$$

पहिली संख्या = $7x = 7 \times \text{} = \text{}$

दुसरी संख्या = $9x = 9 \times \text{} = \text{}$

उकल : दोन संख्यांचे गुणोत्तर $7 : 9$ आहे.

समान पट x मानू.

पहिली संख्या = $7x$

दुसरी संख्या = $9x$

दिलेल्या अटीनुसार, $7x = 9x = 4032$

$$63x^2 = 4032$$

$$\therefore x^2 = \frac{4032}{63}$$

$$\therefore x^2 = 64$$

$$\therefore x = 8$$

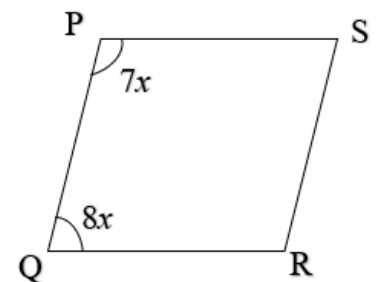
पहिली संख्या = $7x = 7 \times 8 = 56$

दुसरी संख्या = $9x = 9 \times 8 = 72$

प्र 25) □ PQRS समांतरभुज चौकोन आहे. $\angle P$ व $\angle Q$ च्या मापांचे गुणोत्तर 7 : 8 आहे तर $\angle Q$ चे माप काढा. (3 marks)

उकल : समजा, सामाईक गुणक x आहे.

$$\therefore m \angle P = 7x^\circ \text{ व } m \angle Q = 8x^\circ$$



आता, $m \angle P + m \angle Q = 180^0$

..... [समांतरभुज चौकोनाचे लगतचे कोन पूरक असतात]

$$\therefore 7x + 8x = 180^0$$

$$\therefore 15x = 180^0$$

$$\therefore x = \frac{180^0}{15}$$

$$\therefore x = 12^0$$

$$\therefore m \angle Q = 8x^0 = 8 \times 12^0 = 96^0$$

$\therefore \angle Q$ चे माप 96^0 आहे.

प्र. 26) जर $a : b = 2 : 1$ आणि $b : c = 3 : 1$ तर $\frac{a^2}{10bc}$ या राशीची

किंमत काढा.

(3 marks)

उकल : $a : b = 2 : 1$ आणि $b : c = 3 : 1$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{2}{1} \text{ आणि } \frac{b}{c} = \frac{3}{1}$$

$$a = 2b \text{ आणि } b = 3c$$

$b = 3c$ ही किंमत $a = 2b$ मध्ये ठेवू

$$\therefore a = 2b = 2 \times 3c = 6c$$

$$\therefore \boxed{a = 6c} \text{ आणि } \boxed{b = 3c}$$

$$\text{आता, } \frac{a^2}{10bc} = \frac{(6c)^2}{10 \times 3c \times c}$$

$$= \frac{36c \times c}{10 \times 3c \times c}$$

$$= \frac{36}{10 \times 3}$$

$$\therefore \boxed{\frac{a^2}{10bc} = \frac{12}{10}} = \frac{6}{5}$$

$$\text{प्र. 27) } \sqrt{0.03 \times 0.3 \times a} = 0.3 \times 0.03 \times \sqrt{b} \quad \text{तर } \frac{a}{b} \text{ हे}$$

गुणोत्तर काढा. (3 marks)

$$\text{उकल : } \sqrt{0.03 \times 0.3 \times a} = 0.3 \times 0.03 \times \sqrt{b}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{3}{100} \times \frac{3}{10} \times a} = \frac{3}{10} \times \frac{3}{100} \times \sqrt{b}$$

$$\therefore \frac{9}{1000} \times a = \frac{9}{100} \times \frac{9}{10000} \times b$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{9}{100} \times \frac{9}{10000} \times \frac{1000}{9}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{9}{1000}$$

प्र. 28) $(x + 2) : (x + 12) : (x - 4) : (x + 3)$ तर x ची

किंमत काढा.

(3 marks)

$$\text{उकल : } \frac{x+2}{x+12} = \frac{x-4}{x+3}$$

$$\therefore (x + 2) \times (x + 3) = (x - 4)(x + 12)$$

$$\therefore x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 12x - 4x - 48$$

$$\therefore x^2 + 5x + 6 = x^2 + 8x - 48$$

$$\therefore x^2 - x^2 + 5x - 8x = -48 - 6$$

$$\therefore -3x = -54$$

$$\therefore x = \frac{54}{3}$$

$$\therefore \boxed{x = 18}$$

प्र 29) जर $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ तर $\frac{4a^2 + 3b^2}{4a^2 - 3b^2}$ शोधा. (3 marks)

$$\text{उकल : } \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \frac{3^2}{2^2} \dots\dots (\text{दोन्ही बाजूंचा वर्ग करून})$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \frac{9}{4}$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} \times \frac{4}{3} = \frac{9}{4} \times \frac{4}{3} \dots\dots (\text{दोन्ही बाजूंस } \frac{4}{3} \text{ ने गुणून})$$

$$\therefore \frac{4a^2}{3b^2} = \frac{36}{12}$$

$$\therefore \frac{4a^2 + 3b^2}{4a^2 - 3b^2} = \frac{36 + 12}{36 - 12} \dots\dots (\text{योग - वियोग क्रिया करून})$$

$$\therefore \frac{4a^2 + 3b^2}{4a^2 - 3b^2} = \frac{48}{24} = \frac{2}{1} = 2 : 1$$

प्र. 30) जर $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{25}{7}$ रज $\frac{a}{b}$ ची किंमत काढा. (3 marks)

$$\text{उकल : } \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{25}{7}$$

$$\text{योग वियोग क्रिया करून, } \frac{a^2 + b^2 + a^2 - b^2}{a^2 + b^2 - (a^2 - b^2)} = \frac{25 + 7}{25 - 7}$$

$$\therefore \frac{a^2 + b^2 + a^2 - b^2}{a^2 + b^2 - a^2 + b^2} = \frac{32}{18}$$

$$\therefore \frac{2a^2}{2b^2} = \frac{32}{18} \dots\dots (\because 2 \text{ ने भागून})$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \frac{32}{18} \dots\dots (\because 2 \text{ ने भागून})$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \frac{16}{9}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{4}{3} \quad (\because \text{दोन्हीं बाजूंचे वर्गमूल घेऊन})$$

प्र. 31) जर $\frac{x}{y} = \frac{13}{6}$ असेल तर $\frac{2x^2 + 5y^2}{2x^2 + 5y^2}$ ची किंमत

काढण्यासाठी खाली दिलेली कृती पूर्ण करा. (3 marks)

असेल तर $\frac{2x^2 + 5y^2}{2x^2 + 5y^2}$

कृती :

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{13}{6}$$

$$\therefore \frac{x^2}{y^2} = \boxed{} \dots (\text{दोन्हीं बाजूंचा वर्ग करून})$$

$$\therefore \frac{x^2}{y^2} \times \boxed{} = \frac{169}{36} \times \boxed{} \dots (\text{दोन्हीं बाजूंस } \boxed{} \text{ ने गुणून})$$

$$\frac{2x^2}{5y^2} = \frac{169}{\boxed{}} \times \frac{1}{5}$$

$$\therefore \frac{2x^2}{5y^2} = \boxed{}$$

$$\boxed{} = \boxed{} \dots (\text{योग - वियोग क्रिया करून})$$

$$\therefore \frac{+}{-} = \square$$

उकल :

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{13}{6}$$

$$\therefore \frac{x^2}{y^2} = \frac{169}{36} \text{ (दोन्हीं बाजूंचा वर्ग करून)}$$

$$\therefore \frac{x^2}{y^2} \times \frac{2}{5} = \frac{169}{36} \times \frac{2}{5} \text{ (दोन्हीं बाजूंस } \frac{2}{5} \text{ ने गुणून)}$$

$$\frac{2x^2}{5y^2} = \frac{169}{36} \times \frac{2}{5}$$

$$\frac{2x^2 + 5y^2}{2x^2 - 5y^2} = \frac{169 + 90}{169 - 90} \text{ (योग - वियोग क्रिया करून)}$$

$$\therefore \frac{2x^2 + 5y^2}{2x^2 - 5y^2} = \frac{259}{79}$$

प्र. 32) जर $\frac{x}{y+z-x} = \frac{y}{z+x-y} = \frac{z}{x+y-z}$ आणि $x + y + z \neq 0$

तर प्रत्येक गुणोत्तर 1 आहे हे दाखवा. (3 marks)

उकल : समजा $\frac{x}{y+z-x} = \frac{y}{z+x-y} = \frac{z}{x+y-z} = k$ मानू.

समान गुणोत्तरांच्या गुणधर्मानुसार

प्रत्येक गुणोत्तर $k = \frac{x + y + z}{y + z - x + z + x - y + y - z}$

$$k = \frac{x + y + z}{x + y + z}$$

$$k = 1$$

∴ प्रत्येक गुणोत्तर = 1 ($x + y + z \neq 0$)

प्र. 33) जर $\frac{3a - 5b}{5c + 3b} = \frac{a + 5c}{b - 5a} = \frac{b - c}{a - c}$ तर प्रत्येक गुणोत्तर $\frac{a}{b}$

दाखवा.

(3 marks)

उकल : $\frac{3a - 5b}{5c + 3b} = \frac{a + 5c}{b - 5a} = \frac{b - c}{a - c} = k$ मानू.

$$\therefore \frac{3a - 5b}{5c + 3b} = \frac{a + 5c}{b - 5a} = \frac{5(b - c)}{5(a - c)}$$

..... (तिसऱ्या गुणोत्तराच्या दोन्ही पदांना 5 ने गुणून)

∴ समान गुणोत्तरांच्या सिद्धांतानुसार,

$$\therefore k = \frac{(3a - 5b) + (a + 5c) + 5(b - c)}{(5c + 3b) + (b - 5a) + 5(a - c)}$$

$$\therefore k = \frac{3a - 5b + a + 5c + 5b - 5c}{5c + 3b + b - 5a + 5a - 5c}$$

$$\therefore k = \frac{3a + a}{3b + b}$$

$$\therefore k = \frac{4a}{4b}$$

$$\therefore k = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \frac{3a - 5b}{5c + 3b} = \frac{a + 5c}{b - 5a} = \frac{b - c}{a - c} = \frac{a}{b}$$

प्र. 34) जर $4m + n = 12m - 2n$ असेल तर पुढील राशींच्या किंमती काढा.

(3 marks)

$$\frac{n^2 + m^2}{n^2 - m^2}$$

$$\text{उकल : } \because 4m + n = 12m - 2n$$

$$\therefore 4m - 12m = -2n - n$$

$$\therefore -8m = -3n$$

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{3}{8} \dots\dots (i)$$

$$\therefore \frac{m^2}{n^2} = \frac{9}{64} \dots\dots (\text{दोन्ही बाजूंचा वर्ग करून})$$

$$\therefore \frac{n^2}{m^2} = \frac{64}{9} \dots\dots (\text{व्यस्त क्रिया करून})$$

$$\therefore \frac{n^2 + m^2}{n^2 - m^2} = \frac{64 + 9}{64 - 9} \dots\dots (\text{योग - वियोग क्रिया करून})$$

$$\therefore \boxed{\frac{n^2 + m^2}{n^2 - m^2} = \frac{73}{55}}$$

प्र. 35) $\frac{3n + 7m}{3n - 7m}$

$$\therefore 4m + n = 12m - 2n$$

$$\therefore 4m - 12m = -2n - n$$

$$\therefore -8m = -3n$$

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{3}{8}$$

$$\therefore \frac{n}{m} = \frac{8}{3} \dots\dots (\text{व्यस्त क्रिया करून})$$

$$\therefore \frac{n}{m} \times \frac{3}{7} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{7} \dots\dots (\text{दोन्ही बाजूंना } \frac{3}{7} \text{ ने गुणून})$$

$$\therefore \frac{3n}{7m} = \frac{24}{21}$$

$$\therefore \frac{3n + 7m}{3n - 7m} = \frac{24 + 21}{24 - 21} \dots\dots (\text{योग वियोग क्रिया करून})$$

$$\therefore \frac{3n + 7m}{3n - 7m} = \frac{15}{1}$$

$$\therefore \frac{3n + 7m}{3n - 7m} = \frac{15}{1}$$

प्र. 36) 11, 15, 20 या प्रत्येक संख्येत कोणती संख्या मिळवावी

म्हणजे येणाऱ्या संख्या परंपरित प्रमाणात असतील ? (3 marks)

उकल : 11, 15 आणि 20 या प्रत्येक संख्येत x ही संख्या

मिळविली असता येणाऱ्या संख्या परंपरित प्रमाणात येतील असे मानू.

$\therefore (11 + x), (15 + x), (20 + x)$ परंपरित प्रमाणात आहेत.

$$\therefore (15 + x)^2 = (11 + x)(20 + x)$$

$$\therefore 225 + 30x + x^2 = 220 + 11x + 20x + x^2$$

$$\therefore 225 + 30x + x^2 = 220 + 31x + x^2$$

$$\therefore 225 - 220 = x^2 - x^2 + 31x - 30x$$

$$\therefore \boxed{5 = x} \quad \therefore x = 5$$

प्र. 37) 22, 32 व 47 या प्रत्येक संख्येतून कोणती संख्या वजा

करावी म्हणजे येणाऱ्या संख्या परंपरित प्रमाणात असतील ? (3 m)

उकल : 22, 32, 47 या प्रत्येक संख्येतून x वजा केले असता

येणाऱ्या संख्या परंपरित प्रमाणात येतील असे मानू.

$\therefore 22 - x, 32 - x, 47 - x$ या संख्या परंपरित प्रमाणात

आहेत.

$$\therefore (32 - x)^2 = (22 - x)(47 - x)$$

$$\therefore 1024 - 64x + x^2 = 1034 - 22x - 47x + x^2$$

$$\therefore 1024 - 1034 = -22x + 64x - 47x + x^2 - x^2$$

$$\therefore -10 = 42x - 47x$$

$$\therefore -10 = -5x$$

$$\therefore x = \frac{10}{5}$$

$$\therefore \boxed{x = 2}$$

प्र. 38) जर $(x + y)^2, m, (x - y)^2$ हे परंपरित प्रमाणात आहेत

तर $m = ?$

(3 marks)

उकल : $(x + y)^2, m, (x - y)^2$ हे परंपरित प्रमाणात आहेत.

$$\therefore m^2 = (x + y)^2 \times (x - y)^2$$

$$\therefore m^2 = (x^2 + 2xy + y^2)(x^2 - 2xy + y^2)$$

$$\begin{aligned} \therefore m^2 &= x^4 - 2x^3y + x^2y^2 + 2x^3y - 4x^2y^2 + 2xy^3 \\ &\quad + y^2x^2 - 2xy^3 + y^4 \end{aligned}$$

$$\therefore m^2 = x^4 + x^2y^2 + y^2x^2 = 4x^2y^2 + y^4$$

$$\therefore m^2 = x^4 - 2x^2y^2 + y^4$$

$$\therefore m^2 = (x^2 - y^2)^2 \quad \text{..... } [(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2]$$

$$\therefore m = x^2 - y^2 \quad \text{..... (दोन्हीं बाजूंचे वर्गमूळ घेऊन)}$$

प्र. 39) $\frac{a^2 + b^2}{a + c} = a$ सोडविण्यासाठी खाली दिलेली कृती पूर्ण करा.

$a = \square$ o $b = \square$ या किंमती दोन्ही बाजूंत ठेवून,

डावी बाजू = $\square$

$$= \frac{(ck^2)^2 + (ck)^2}{ck^2 + c}$$

$$= \square$$

$$= \frac{c^2k^2(x^2 + 1)}{c(k^2 + 1)}$$

$$= \square$$

उजवी बाजू = a

$$a = \square$$

∴ ડાવી બાજૂ = ડજવી બાજૂ

∴ $\square$ હે સિદ્ધ કેલે. (3 marks)

ડકલ : $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$ માનૂ.

$$a = bk \text{ વકf. } k b = ck$$

$$\therefore a = (ck)k$$

$$\therefore a = ck^2$$

$a = ck^2$ o $b = ck$ યા કિંમતી ડોન્હી બાજૂંત ઠેવૂન

$$\text{ડાવી બાજૂ} = \frac{a^2 + b^2}{a + c}$$

$$= \frac{(ck^2)^2 + (ck)^2}{ck^2 + c}$$

$$= \frac{c^2 k^4 + c^2 k^2}{c(k^2 + 1)}$$

$$= \frac{c^2 k^2 (k^2 + 1)}{c (k^2 + 1)}$$

$$= ck^2$$

ડજવી બાજૂ = a

$$\therefore a = \boxed{ck^2}$$

$\therefore$ डावी बाजू = उजवी बाजू

$$\therefore \boxed{\frac{a^2 + b^2}{a + c} = a} \text{ हे सिद्ध केले.}$$

4 marks question

* समीकरण सोडवा.

$$\text{प्र. 40)} \frac{\sqrt{7x+1} + \sqrt{3x+1}}{\sqrt{7x+1} - \sqrt{3x+1}} = \frac{5}{1}$$

$$\text{उकल : } \frac{\sqrt{7x+1} + \sqrt{3x+1}}{\sqrt{7x+1} - \sqrt{3x+1}} = \frac{5}{1}$$

$$\therefore \frac{(\sqrt{7x+1} + \sqrt{3x+1}) + (\sqrt{7x+1} - \sqrt{3x+1})}{(\sqrt{7x+1} + \sqrt{3x+1}) - (\sqrt{7x+1} - \sqrt{3x+1})} = \frac{5+1}{5-1}$$

..... (योग – वियोग क्रिया

करून)

$$\therefore \frac{\sqrt{7x+1} + \sqrt{3x+1} + \sqrt{7x+1} - \sqrt{3x+1}}{\sqrt{7x+1} + \sqrt{3x+1} - \sqrt{7x+1} + \sqrt{3x+1}} = \frac{6}{4}$$

$$\therefore \frac{2\sqrt{7x+1}}{2\sqrt{3x+1}} = \frac{6}{4}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{7x+1}}{\sqrt{3x+1}} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{(7x+1)}{(3x+1)} = \frac{9}{4}$$

$$\therefore 4 (7x + 1) = 9 (3x + 1)$$

$$\therefore 28x + 4 = 27x + 9$$

$$\therefore 28x - 27x = 9 - 4$$

$$\therefore \boxed{x = 5}$$

$\therefore x = 5$ ही दिलेल्या समीकरणाची उकल आहे.

$$\text{प्र. 41)} \frac{(5x+2)^2 + (5x-2)^2}{(5x+2)^2 - 5x - 2^2} = \frac{13}{12}$$

$$\frac{(5x+2)^2 + (5x-2)^2}{(5x+2)^2 + (5x-2)^2} = \frac{13}{12}$$

$$\frac{[(5x+2)^2 + (5x-2)^2] + [(5x+2)^2 + (5x-2)^2]}{[(5x+2)^2 + (5x-2)^2] + [(5x+2)^2 + (5x-2)^2]} = \frac{13+12}{13-12}$$

..... (योग – वियोग क्रिया करून)

$$\therefore \frac{(5x-2)^2 + (5x-2)^2 + (5x+2)^2 - (5x-2)^2}{(5x+2)^2 + (5x-2)^2 - (5x+2)^2 + (5x-2)^2} = \frac{25}{1}$$

$$\therefore \frac{2(5x+2)^2}{2(5x-2)^2} = \frac{25}{1}$$

$$\therefore \frac{(5x+2)^2}{(5x-2)^2} = \frac{25}{1}$$

$$\therefore \frac{5x+2}{5x-2} = \frac{5}{1} \quad \dots \text{(दोन्ही बाजूंचे वर्गमूल घेऊन)}$$

$$\therefore 1(5x+2) = 5(5x-2)$$

$$\therefore 5x+2 = 25x-10$$

$$\therefore 5x-25x = -10-2$$

$$\therefore -20x = -12$$

$$\therefore x = \frac{12}{20}$$

$$\therefore \boxed{x = \frac{3}{5}} \quad \dots \text{(} \because 4 \text{ ने भागून)}$$

$$\therefore x = \frac{3}{5} \text{ ही दिलेल्या समीकरणाची उकल आहे.}$$

$$\text{प्र. 42)} \quad \frac{3x^2 + 21x + 4}{3x^2 + 27x + 5} = \frac{x+7}{x+9}$$

$$\text{उकल : } \frac{3x^2 + 21x + 4}{3x^2 + 27x + 5} = \frac{x+7}{x+9} = k \text{ मानू.}$$

$$\therefore k = \frac{3x^2 + 21x + 4}{3x^2 + 27x + 5} = \frac{3x(x+7)}{3x(x+9)}$$

..... (दुसऱ्या गुणोत्तराच्या दोन्ही पदांना $3x$ ने गुणून)

$$\therefore k = \frac{3x^2 + 21x + 4}{3x^2 + 27x + 5} = \frac{3x^2 + 21x}{3x^2 + 27x}$$

समान गुणोत्तरांच्या सिद्धांतानुसार,

$$\therefore \text{प्रत्येक गुणोत्तर} = \frac{3x^2 + 21x + 4 - 3x^2 - 21x}{3x^2 + 27x + 5 - 3x^2 - 27x}$$

$$k = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \frac{x+7}{x+9} = \frac{4}{5} \dots\dots [(i) \text{ वरून }]$$

$$\therefore 5(x+7) = 4(x+9)$$

$$\therefore 5x + 35 = 4x + 36$$

$$\therefore 5x - 4x = 36 - 35$$

$$\therefore \boxed{x = 1}$$

प्र. 43) $\frac{12x^2 + 18x + 21}{24x^2 - 30x + 9} = \frac{4x + 6}{8x - 10}$ सोडविण्यासाठी खाली दिलेली

कृती पूर्ण करा.

$$\therefore \frac{12x^2 + 18x + 21}{24x^2 - 30x + 9} = \frac{4x + 6}{8x - 10} = \boxed{} \text{ मानू.}$$

$$\therefore \frac{12x^2 + 18x + 21}{24x^2 - 30x + 9} = \boxed{}$$

..... (दुसऱ्या गुणोत्तराच्या दोन्ही पदांना $\boxed{}$ ने गुणून)

$$\therefore \frac{12x^2 + 18x + 21}{24x^2 - 30x + 9} = \frac{12x^2 + 18x}{24x^2 - 30x}$$

समान गुणोत्तरांच्या सिद्धांतानुसार,

$$\therefore \square = \square$$

$$\therefore \square = \square k = \frac{21}{9}$$

$$\therefore \square = \frac{7}{3} \dots\dots\dots (3 \text{ ने भागून})$$

$$\therefore \square$$

$$\therefore 12x + 18 = 56x - 70$$

$$\therefore \square$$

$$\therefore 88 = 44x$$

$$\therefore x = \frac{88}{44}$$

$$\therefore x = \square$$

$$\text{उकल : } \frac{12x^2 + 18x + 21}{24x^2 - 30x + 9} = \frac{4x + 6}{8x - 10} = \boxed{k} \text{ मानू. (i)}$$

$$\frac{12x^2 + 18x + 21}{24x^2 - 30x + 9} = \boxed{\frac{3x(4x + 6)}{3x(8x - 10)}}$$

..... (दुसऱ्या गुणोत्तराच्या दोन्ही पदांना $3x$ ने गुणून)

$$\frac{12x^2 + 18x + 21}{24x^2 - 30x + 9} = \frac{12x^2 + 18x}{24x^2 - 30x}$$

समान गुणोत्तराच्या सिद्धांतानुसार,

$$\therefore \text{प्रत्येक गुणोत्तर } k = \frac{12x^2 + 18x + 21 - 12x^2 - 18x}{24x^2 - 30x + 9 - 24x^2 + 30x}$$

$$\therefore k = \frac{21}{9} = \frac{7}{3} \quad \text{..... (3 ने भागून)}$$

$$\boxed{\frac{4x + 6}{8x - 10}} = \frac{7}{3} \quad \text{..... (i) ने भागून)}$$

$$\boxed{3(4x + 6) = 7(8x - 10)}$$

$$12x + 18 = 56x - 70$$

$$\boxed{18 + 70 = 56x - 12x}$$

$$88 = 44x$$

$$\therefore x = \frac{88}{44}$$

$$\therefore \boxed{x = 2}$$

प्र. 44) जर $\frac{x}{x+2y+z} = \frac{y}{y+2z+x} = \frac{z}{z+2x+y}$ आणि $x + y \neq 0$

तर दाखवा कि प्रत्येक गुणोत्तर $\frac{1}{4}$ आहे.

उकल : समजा, $\frac{x}{x+2y+z} = \frac{y}{y+2z+x} = \frac{z}{z+2x+y} = k$ मानू.

समान गुणोत्तराच्या सिद्धांतानुसार,

$$\therefore k = \frac{x+y+z}{x+2y+z+y+2z+x+z+2x+y}$$

$$\therefore k = \frac{x+y+z}{x+x+2x+2y+y+y+z+2x+z}$$

$$\therefore k = \frac{x+y+z}{4x+4y+4z}$$

$$\therefore k = \frac{x+y+z}{4(x+y+z)}$$

$$\therefore k = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \boxed{\frac{x}{x+2y+z} = \frac{y}{y+2x+x} = \frac{z}{z+2x+y} = \frac{1}{4}}$$

प्र. 45) जर $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ असेल तर सिद्ध करा $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a^2 + c^2}}{\sqrt{b^2 + d^2}}$

उकल : a, b, c, d प्रमाणात आहेत.

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ માન્ય}$$

$$\therefore \boxed{a = bk} \text{ વ } \boxed{c = dk} \text{ યા કિંમતી ઘેઠન,}$$

$$\text{ડાવી બાજૂ } \frac{a}{b} = \frac{bk}{b}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = k$$

$$\text{ઝજવી બાજૂ } = \frac{\sqrt{a^2 + c^2}}{\sqrt{b^2 + d^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{(bk)^2 + (dk)^2}}{\sqrt{b^2 + d^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{b^2 x^2 + d^2 x^2}{b^2 + d^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{x^2 (b^2 + d^2)}{b^2 + d^2}}$$

$$= \sqrt{k^2}$$

$$\therefore \text{ઝજવી બાજૂ} = k$$

$$\therefore \sqrt{\frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}} = k$$

$$\therefore \text{ડાવી બાજૂ} = \text{ઝજવી બાજૂ}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2}$$

$$\therefore \boxed{\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{a^2 + c^2}}{\sqrt{b^2 + d^2}}}$$

प्र. 46) पाच संख्या परंपरित प्रमाणात असून पहिले पद 4 व शेवटचे पद 64 आहे. तर त्या संख्या काढा.

उकल : समजा, परंपरित प्रमाणात असलेल्या पाच संख्या a, ak, ak^2, ak^3 आहेत.

येथे $a = 4$ आणि $ak^4 = 64$

$$\therefore 4 \times k^4 = 64$$

$$\therefore k^4 = \frac{64}{4}$$

$$\therefore k^4 = 16$$

$$\therefore k = 2 (\because 2^4 = 16)$$

$$\therefore a = 4$$

$$ak = 4 \times 2 = 8, ak^2 = 4 \times (2)^2 = 4 \times 4 = 16$$

$$ak^3 = 4 \times 2^3 = 4 \times 8 = 32$$

$$ak^4 = 64$$

∴ त्या संख्या 4, 8, 16, 32, 64 आहेत.

प्र. 47) जर a, b, c आणि d प्रमाणात असतील तर दाखवा कि

$$\frac{2a - 3c}{2b - 3d} = \frac{5a + 4c}{5b + 4d}$$

$$\text{उकल : } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

∴ $a = bk$ व $c = dk$ या किंमती दोन्ही बाजूंत ठेवून,

$$\begin{aligned} \text{डावी बाजू} &= \frac{2a - 3c}{2b - 3d} \\ &= \frac{2(bk) - 3(dk)}{2b - 3d} = \frac{2bk - 3dk}{2b - 3d} \\ &= \frac{k(2b - 3d)}{(2b - 3d)} \\ &= k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{उजवी बाजू} &= \frac{5a + 4c}{5b + 4d} \\ &= \frac{5(bk) + 4(dk)}{5b + 4d} = \frac{5bk + 4dk}{5b + 4d} \\ &= \frac{k(5b + 4d)}{5b + 4d} \\ &= k \end{aligned}$$

∴ डावी बाजू = उजवी बाजू

$$\therefore \frac{2a - 3c}{2b - 3d} = \frac{5a + 4c}{5b + 4d}$$

प्र. 48) जर $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ आणि $a, b, c > 0$ तर सिद्ध करा $\frac{a^2 + b^2}{b^2} = \frac{(a + c)^2}{b^2 + c^2}$

उकल : $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$ मानू.

$$a = b \text{ आणि } \boxed{b = ck}$$

$$\therefore a = (ck)k$$

$$\therefore \boxed{a = ck^2}$$

$a = ck^2$ व $b = ck$ या किंमती दोन्ही बाजूंत ठेवून,

$$\text{डावी बाजू} = \frac{a^2 + b^2}{b^2} = \frac{(ck^2)^2 + (ck)^2}{(ck)^2}$$

$$= \frac{c^2 k^4 + c^2 k^2}{c^2 k^4}$$

$$= \frac{c^2 k^2 + (k^2 + 1)}{c^2 k^2}$$

$$= k^2 + 1$$

$$\text{उजवी बाजू} = \frac{(a + c)^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + 2ac + c^2}{b^2 + c^2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(ck)^2 + 2(ck^2)c + c^2}{(ck)^2 + c^2} \\
&= \frac{c^2 k^4 + 2c^2 k^2 + c^2}{c^2 k^2 + c^2} \\
&= \frac{c^2 (k^4 + 2k^2 + 1)}{c^2 (k^2 + 1)} \\
&= \frac{(k^2 + 1)(k^2 + 1)}{(k^2 + 1)} \\
&= k^2 + 1
\end{aligned}$$

∴ डावी बाजू = उजवी बाजू

$$\therefore \frac{a^2 + b^2}{b^2} = \frac{(a + c)^2}{b^2 + c^2}$$

* पुढील गुणोत्तरांचे शतमानत रूपांतर करा..(2 marks)

प्र. 49) 14 : 20

उकल : समजा 12 : 25 = x %

$$\therefore \frac{12}{25} = \frac{x}{100}$$

$$\therefore x = \frac{12}{25} \times 100$$

$$\therefore x = 12 \times 4$$

$$\therefore x = 48 \%$$

$$\therefore 12 : 25 = 48 \%$$

$$50) \frac{a^2 + b^2}{a + c} = \text{खालील कृती पुर्ण करा.}$$

$$a = \boxed{} \text{ आणि } b = \boxed{} \text{ या किंमती घ्या}$$

$$\text{डावी बाजू} = \boxed{}$$

$$= \frac{(ck^2)^2 + (ck)^2}{ck^2 + c}$$

$$= \boxed{}$$

$$= \frac{c^2 k^2 (k^2 + 1)}{c (k^2 + 1)}$$

$$= \boxed{}$$

$$\text{उजवी बाजू} = a$$

$$= \boxed{}$$

$$\therefore \text{डावी बाजू} = \text{उजवी बाजू}$$

$$\therefore \boxed{}$$

$$\text{उत्तर : } a = \boxed{ck^2} \boxed{ck} \text{ या किंमती दोन्ही बाजूत ठेऊन}$$

$$\text{ડાવી બાજૂ} = \boxed{\frac{a^2 + b^2}{a + c}}$$

$$= \frac{(ck^2)^2 + (ck)^2}{ck^2 + c}$$

$$= \boxed{\frac{c^2 k^2 (k^2 + 1)}{c (k^2 + 1)}}$$

$$= \frac{c^2 k^2 (k^2 + 1)}{c (k^2 + 1)}$$

$$= \boxed{ck^2}$$

$$\text{ઝજવી બાજૂ} = a$$

$$= \boxed{ck^2}$$

$$\therefore \text{ડાવી બાજૂ} = \text{ઝજવી બાજૂ}$$

$$\therefore \boxed{\frac{a^2 + b^2}{a + c} = a}$$
