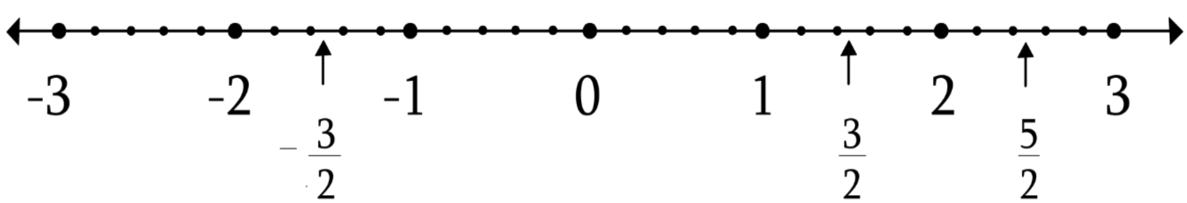
1. परिमेय व अपरिमेय संख्या

सरावसंच 1.1

1. संख्यारेषेवर पुढील परिमेय संख्या दाखवा. प्रत्येक उदाहरणासाठी वेगळी संख्यारेषा काढा :

(1) $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $-\frac{3}{2}$

उत्तर :



स्पष्टीकरण :

(1) प्रथम एक संख्यारेषा काढली.

(2) $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $-\frac{3}{2}$ या परिमेय संख्यांच्या छेदस्थानी 2 ही संख्या आहे. म्हणून प्रत्येक एकक अंतराचे दोन समान भाग केले.

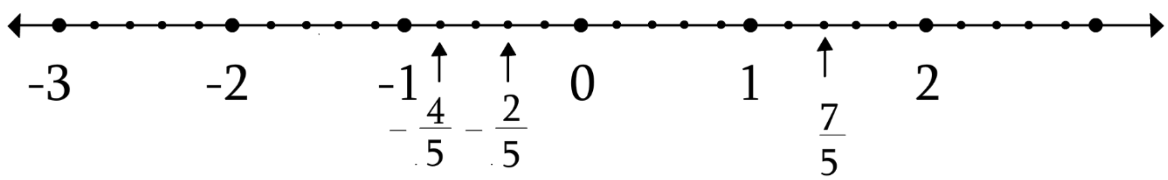
(3) $\frac{3}{2}$ या संख्येच्या अंशस्थानी 3 आहेत. म्हणून $\frac{3}{2}$ ही संख्या शून्याच्या उजव्या बाजूस शून्यापासून तिसऱ्या बिंदूवर दाखवू.

(4) $\frac{5}{2}$ या संख्येच्या अंशस्थानी 5 आहेत. म्हणून $\frac{5}{2}$ ही संख्या शून्याच्या उजव्या बाजूस शून्यापासून पाचव्या बिंदूवर दाखवू.

(5) शून्याच्या डाव्या बाजूला $\frac{3}{2}$ एवढ्या अंतरावर $-\frac{3}{2}$ ही संख्या दाखवू.

(2) $\frac{7}{5}$, $-\frac{2}{5}$, $-\frac{4}{5}$

उत्तर :



स्पष्टीकरण :

(1) प्रथम एक संख्यारेषा काढली.

(2) $\frac{7}{5}$, $-\frac{2}{5}$, $-\frac{4}{5}$ या परिमेय संख्यांच्या छेदस्थानी 5 ही संख्या आहे. म्हणून प्रत्येक एकक अंतराचे पाच समान भाग केले.

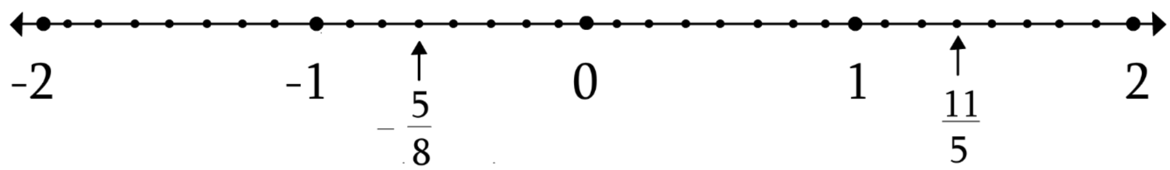
(3) $\frac{7}{5}$ या संख्येच्या अंशस्थानी 7 आहेत. म्हणून $\frac{7}{5}$ ही संख्या शून्याच्या उजव्या बाजूस शून्यापासून सातव्या बिंदूवर दाखवू.

(4) $-\frac{2}{5}$ या संख्येच्या अंशस्थानी 2 आहेत. म्हणून $-\frac{2}{5}$ ही संख्या शून्याच्या डाव्या बाजूस शून्यापासून दुसऱ्या बिंदूवर दाखवू.

(5) $-\frac{4}{5}$ या संख्येच्या अंशस्थानी 4 आहेत. म्हणून $-\frac{4}{5}$ ही संख्या शून्याच्या डाव्या बाजूस शून्यापासून चौथ्या बिंदूवर दाखवू.

(3) $-\frac{5}{8}$, $\frac{11}{8}$

उत्तर :



स्पष्टीकरण :

(1) प्रथम एक संख्यारेषा काढली.

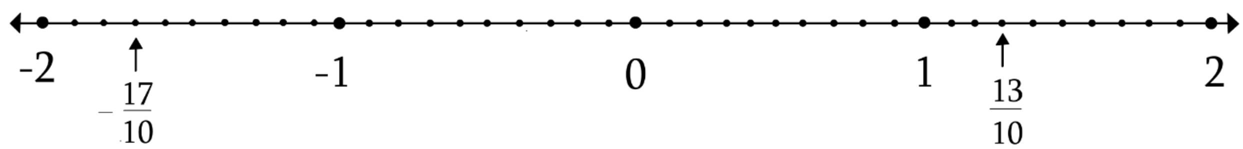
(2) $-\frac{5}{8}$, $\frac{11}{8}$ या परिमेय संख्यांच्या छेदस्थानी 8 ही संख्या आहे. म्हणून प्रत्येक एकक अंतराचे आठ समान भाग केले.

(3) $-\frac{5}{8}$ या संख्येच्या अंशस्थानी 5 आहेत. म्हणून $-\frac{5}{8}$ ही संख्या शून्याच्या डाव्या बाजूस शून्यापासून पाचव्या बिंदूवर दाखवू.

(4) $\frac{11}{8}$ या संख्येच्या अंशस्थानी 11 आहेत. म्हणून $\frac{11}{8}$ ही संख्या शून्याच्या उजव्या बाजूस शून्यापासून आकराव्या बिंदूवर दाखवू.

(4) $\frac{13}{10}$, $-\frac{17}{10}$

उत्तर :



स्पष्टीकरण :

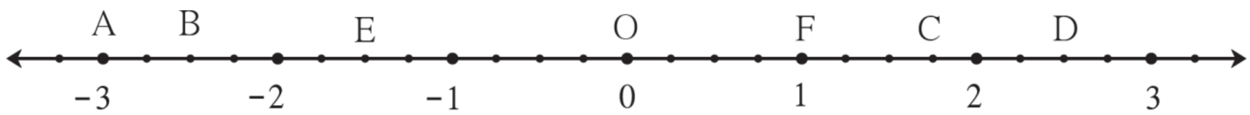
(1) प्रथम एक संख्यारेषा काढली.

(2) $\frac{13}{10}$, $-\frac{17}{10}$ या परिमेय संख्यांच्या छेदस्थानी 10 ही संख्या आहे. म्हणून प्रत्येक एकक अंतराचे दहा समान भाग केले.

(3) $\frac{13}{10}$ या संख्येच्या अंशस्थानी 13 आहेत. म्हणून $\frac{13}{10}$ ही संख्या शून्याच्या उजव्या बाजूस शून्यापासून तेराव्या बिंदूवर दाखवू.

(4) $-\frac{17}{10}$ या संख्येच्या अंशस्थानी 17 आहेत. म्हणून $-\frac{17}{10}$ ही संख्या शून्याच्या डाव्या बाजूस शून्यापासून सतराव्या बिंदूवर दाखवू.

2. दिलेली संख्यारेषा पाहून विचारलेल्या प्रश्नांची उत्तरे लिहा.



(1) B बिंदू हा कोणती परिमेय संख्या दर्शवतो ?

(2) $1\frac{3}{4}$ ही संख्या कोणत्या बिंदूने दाखवली आहे ?

(3) 'D या बिंदूने $\frac{5}{2}$ ही परिमेय संख्या दाखवली आहे.' हे विधान सत्य की असत्य ते लिहा ?

उत्तर :

(1) संख्यारेषेवरील प्रत्येक एकक अंतराचे 4 समान भाग केले आहेत. त्यामुळे प्रत्येक लहान भाग $\frac{1}{4}$ एकक अंतर होतो.

म्हणून B हा बिंदू शून्यापासून डाव्या बाजूस दहावा बिंदू आहे.

$\therefore -\frac{10}{4}$ ही परिमेय संख्या B हा बिंदू दर्शवतो.

(2) $1\frac{3}{4}$ ही संख्या $\frac{m}{n}$ या स्वरुपात लिहू.

$\therefore 1\frac{3}{4} = 1 + \frac{3}{4} = \frac{4+3}{4} = \frac{7}{4}$

संख्यारेषेवरील प्रत्येक एकक अंतराचे चार समान भाग केले आहेत. $\frac{7}{4}$ या संख्येच्या अंशस्थानी 7 आहेत. म्हणून $\frac{7}{4}$ ही संख्या दाखवणारा बिंदू शून्याच्या उजव्या बाजूस शून्यापासून सातव्या बिंदूवर आहे.

$\therefore \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ ही संख्या C बिंदूने दाखवली आहे.

(3) D हा बिंदू शून्याच्या उजव्या बाजूस दहावा बिंदू आहे.

∴ D हा बिंदू $\frac{10}{4}$ ही परिमेय संख्या दाखवतो.

परंतु, $\frac{10}{4}$ ला सोपे रुप दिल्यानंतर $\frac{5}{2}$ येते.

∴ 'D या बिंदूने $\frac{5}{2}$ ही परिमेय संख्या दाखवली आहे.' हे विधान सत्य आहे.

सरावसंच 1.2

1. खालील संख्यांमधील लहानमोठेपणा ठरवा.

(1) $-7, -2$

उत्तर :

a आणि b या धन संख्या असून जर $a > b$, तर $-a < -b$.

येथे, $7 > 2$

∴ $-7 < -2$.

(2) 0, $\frac{-9}{5}$.

उत्तर :

$0 > \frac{-9}{5}$: कारण ऋण संख्या शून्याच्या डावीकडे असते तसेच 0(शून्य) ही संख्या ऋण संख्यापेक्षा मोठी असते.

(3) $\frac{8}{7}$, 0.

उत्तर :

$\frac{8}{7} > 0$; कारण धन संख्या शून्याच्या उजवीकडे असते तसेच धन संख्या 0 पेक्षा मोठ्या असतात.

(4) $\frac{-5}{4}, \frac{1}{4}$.

उत्तर :

$-\frac{5}{4} < \frac{1}{4}$; कारण ऋण संख्या या धन संख्यापेक्षा लहान असतात.

(5) $\frac{40}{29}, \frac{141}{29}$

उत्तर : येथे दिलेल्या परिमेय संख्यांचा छेद समान आहे. छेद समान असताना मोठा अंश असलेली परिमेय संख्या मोठी असते.

येथे, 40 < 41

$\therefore \frac{40}{29} < \frac{141}{29}$.

(6) $-\frac{17}{20}, \frac{-13}{20}$.

उत्तर : दिलेल्या परिमेय संख्यांमध्ये, छेद समान आहे.

येथे $-17 < -13$

$\therefore -\frac{17}{20} < \frac{-13}{20}$.

(7) $\frac{15}{12}, \frac{7}{16}$.

उत्तर : $\frac{15}{12}, \frac{7}{16}$

येथे : $a = 15,\ b = 12,\ c = 7,\ d = 16$

$a \times d = 15 \times 16 = 240$; $b \times c = 12 \times 7 = 84$

परंतु, $a \times d = 240 > b \times c = 84$

जर $a \times d > b \times c$ तर $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$

$\therefore \frac{15}{12} > \frac{7}{16}$

(8) $\frac{-25}{8}, \frac{-9}{4}$.

उत्तर : $\frac{-25}{8}, \frac{-9}{4}$.

येथे : a = −25, b = 8, c = −9, d = 4

$a \times d = -25 \times 4 = -100$; $b \times c = 8 \times -9 = -72$

परंतु, $a \times d = -100 < b \times c = -72$

जर $a \times d < b \times c$ तर $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

$\therefore \frac{-25}{8} > \frac{-9}{4}$

(9) $\frac{12}{15}, \frac{3}{5}$.

उत्तर : $\frac{12}{15}, \frac{3}{5}$.

येथे : a = 12, b = 15, c = 3, d = 5

$a \times d = 12 \times 5 = 60$; $b \times c = 15 \times 3 = 45$

परंतु, $a \times d = 60 > b \times c = 45$

जर $a \times d > b \times c$ तर $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$

$\therefore \frac{12}{15} > \frac{3}{5}$

(10) $\frac{-7}{11}, \frac{-3}{4}$.

उत्तर : $\frac{-7}{11}, \frac{-3}{4}$.

येथे : $a = -7,\ b = 11,\ c = -3,\ d = 4$

$a \times d = -7 \times 4 = -28;\ \ b \times c = 11 \times -3 = -33$

परंतु, $a \times d = -28 > b \times c = -33$

जर $a \times d > b \times c$ तर $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$

$\therefore \frac{-7}{11} > \frac{-3}{4}$

सरावसंच 1.3

1. खालील परिमेय संख्या दशांश रुपात लिहा.

(1) $\frac{9}{37}$

उकल :

```
        0.2432
37 ) 9.0000
    - 7 4
    -----
    _ 1 60
      1 48
    -----
      _120
       111
      -----
      _ 90      ← येथे अंकांची पुनरावृत्ती सुरु होते.
        74
      -----
        16
```

$\therefore \frac{9}{37} = \mathbf{0.2432} = \mathbf{0.\overline{243}}$

$\frac{9}{37}$ चे दशांशरुप $\mathbf{0.\overline{243}}$ आहे.

(2) $\frac{18}{42}$

उकल : $\frac{18}{42} = \frac{3 \times 6}{7 \times 6} = \frac{3}{7}$

$$
\begin{array}{r}
0.4285714 \\
7\,\overline{)\,3.000000} \\
-\,28 \\
\hline
20 \\
-\,14 \\
\hline
60 \\
-\,56 \\
\hline
40 \\
-\,35 \\
\hline
50 \\
-\,49 \\
\hline
10 \\
-\,7 \\
\hline
30 \\
-\,28 \\
\hline
2
\end{array}
$$

← येथे अंकांची पुनरावृत्ती सुरु होते. (अंक 30 जवळ)

$\therefore \frac{18}{42} = 0.4285714 = 0.\overline{428571}$

$\frac{18}{42}$ चे दशांशरुप $0.\overline{428571}$ आहे.

(3) $\frac{9}{14}$

उकल :

$$
\begin{array}{r|l}
 & 0.64285714 \\
\hline
14 & 9.0000000 \\
 & -\,84 \\
\hline
 & 60 \\
 & -\,56 \\
\hline
 & 40 \\
 & -\,28 \\
\hline
 & 120 \\
 & -\,112 \\
\hline
 & 80 \\
 & -\,70 \\
\hline
 & 100 \\
 & -\,98 \\
\hline
 & 20 \\
 & -\,14 \\
\hline
 & 60 \\
 & -\,56 \\
\hline
 & 4
\end{array}
$$

← येथे अंकांची पुनरावृत्ती सुरु होते. (60 पाशी)

$\frac{9}{14} = 0.64285714\ldots = 0.\overline{6428571}$

$\frac{9}{14}$ चे दशांशरुप $0.\overline{6428571}$ आहे.

(4) $\frac{-103}{5}$

उकल : प्रथम $\frac{103}{5}$ ची किंमत काढू.

$$\begin{array}{r} 20.6 \\ 5\overline{)\,103.0} \\ -\,100 \\ \hline 30 \\ -\,30 \\ \hline 00 \end{array}$$

$\therefore \frac{103}{5} = 20.6$

$\therefore -\frac{103}{5} = -20.6$

$-\frac{103}{5}$ चे दशांशरुप - 20.6 आहे.

(5) $-\frac{11}{13}$

उकल : प्रथम $\frac{11}{13}$ ची किंमत काढू.

```
        0.8461538
    13 ) 11.000000
       - 10 4
         -----
         -  60
            52
           -----
          -  80
             78
            -----
           -  20
              13
             -----
            -  70
               65
              -----
             -  50
                39
               -----
             -  110     ← येथे अंकांची पुनरावृत्ती सुरु होते.
                104
               -----
                  6
```

$\frac{11}{13} = 0.8461538\ldots = 0.\overline{846153}$

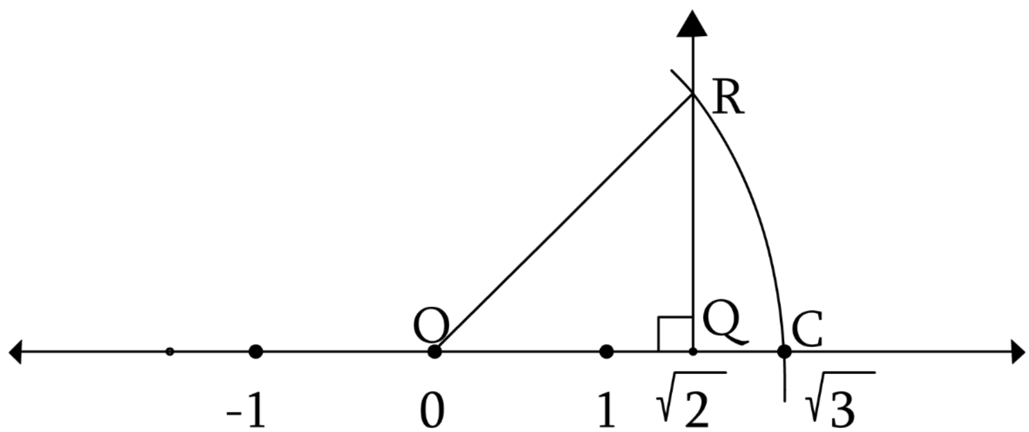
$\therefore -\frac{11}{13} = -\,0.\overline{846153}$

$-\frac{11}{13}$ चे दशांशरुप $-\,0.\overline{846153}$ आहे.

सरावसंच 1.4

1. $\sqrt{2}$ ही संख्या संख्यारेषेवर दाखवली आहे. त्या आधारे $\sqrt{3}$ ही संख्या संख्यारेषेवर दाखवण्यासाठी खाली कृतीच्या पायऱ्या दिलेल्या आहेत. त्या पायऱ्यांमधील रिकाम्या जागा योग्य रीतीने भरा आणि कृती पूर्ण करा :

कृती :



- संख्यारेषेवर Q हा बिंदू .... ही संख्या दर्शवतो.
- Q बिंदूपाशी एक लंबरेषा काढली आहे. त्या रेषेवर 1 एकक लांबी दर्शवणारा बिंदू R आहे.
- QR जोडल्यामुळे ΔORQ हा काटकोन त्रिकोण मिळतो.
- $l(OQ) = \sqrt{2}$, $l(QR) = 1$

∴ पायथागोरसच्या प्रमेयावरुन,

$$[l(QR)]^2 = [l(OQ)]^2 + [l(QR)]^2$$

$$= \square^2 + \square^2 = \square + \square$$

$$= \square \qquad \therefore l(QR) = \square$$

OR एवढे अंतर घेऊन काढलेला कंस संख्यारेषेला जेथे छेदतो, त्या बिंदूला C हे नाव देऊ. C हा बिंदू $\sqrt{3}$ ही संख्या दाखवतो.

उकल :

- संख्यारेषेवर Q हा बिंदू $\sqrt{2}$ ही संख्या दर्शवतो.
- Q बिंदूपाशी एक लंबरेषा काढली आहे. त्या रेषेवर 1 एकक लांबी दर्शवणारा बिंदू R आहे.
- QR जोडल्यामुळे ΔORQ हा काटकोन त्रिकोण मिळतो.
- $l(OQ) = \sqrt{2}$, $l(QR) = 1$

∴ पायथागोरसच्या प्रमेयावरुन,

$$[l(QR)]^2 = [l(OQ)]^2 + [l(QR)]^2$$

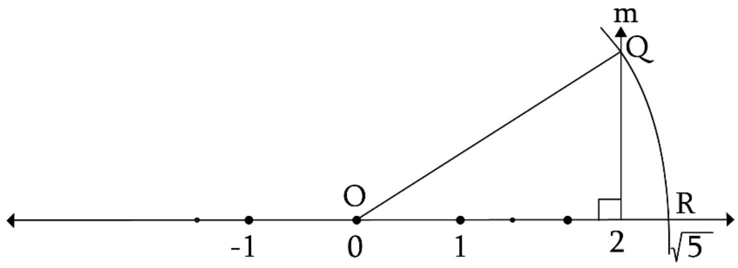
$$= \boxed{\sqrt{2}}^2 + \boxed{1}^2 = \boxed{2} + \boxed{1}$$

$$= \boxed{3} \qquad \therefore l(QR) = \boxed{\sqrt{3}}$$

OR एवढे अंतर घेऊन काढलेला कंस संख्यारेषेला जेथे छेदतो, त्या बिंदूला C हे नाव देऊ. C हा बिंदू $\sqrt{3}$ ही संख्या दाखवतो.

2. संख्यारेषेवर $\sqrt{5}$ ही संख्या दाखवा.

उकल :



(i) संख्यारेषा l काढा. आरंभबिंदू O घ्या.

(ii) संख्यारेषवर बिंदू P असा घ्या की, OP = 2 एकक.

(iii) बिंदू P मधून संख्यारेषेला लंब असणारी रेषा m काढा.

(iv) रेषा m वर बिंदू Q असा घ्या की, PQ = 1 एकक.

(v) Δ OPQ या काटकोन त्रिकोणात, पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$[l(OQ)]^2 = [l(OP)]^2 + [l(PQ)]^2$

$= (2)^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$

$\therefore l(OQ) = \sqrt{5}$

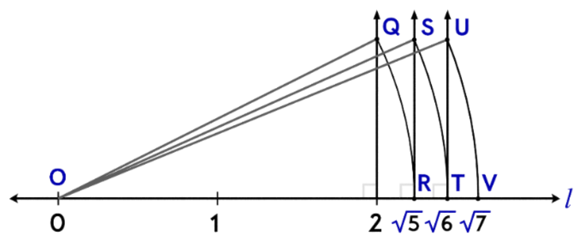
OQ एवढे अंतर घेऊन काढलेला कंस संख्यारेषेला जेथे छेदतो, त्या बिंदूला R हे नाव द्या.

$l(OQ) = \sqrt{5}$ $\therefore l(OR) = \sqrt{5}$

∴ संख्यारेषेवरील R हा बिंदू $\sqrt{5}$ ही संख्या दर्शवतो.

3. संख्यारेषेवर $\sqrt{7}$ ही संख्या दाखवा.

उकल :



l ही एक संख्यारेषा काढा.

$\sqrt{5}$ ही संख्या या संख्यारेषेवर दाखवा. समजा बिंदू $\mathbf{R}$ $\sqrt{5}$ ही संख्या दर्शवतो.

रेषाखंड $\mathbf{RS}$ हे l वर लंब असे काढा की $\mathbf{RS = 1}$ एकक. $\mathbf{O}$ हा मध्यबिंदू घेऊन आणि त्रिज्या $\mathbf{OS}$ एक असा कंस काढा की जो रेषा l ला $\mathbf{T}$ या बिंदूने छेदतो बिंदू $\mathbf{T}$ हा $\sqrt{6}$ ही संख्या दर्शवतो.

रेषाखंड $\mathbf{TU} \perp$ रेषा l काढा. $\mathbf{TU = 1}$ एकक घ्या. $\mathbf{O}$ हा मध्यबिंदू घेऊन व त्रिज्या $\mathbf{OU}$ घेऊन एक रेषा l ला $\mathbf{V}$ या बिंदूत छेदणारा एक कंस काढा. हा बिंदू $\mathbf{V}$ $\sqrt{7}$ ही संख्या दर्शवतो.

*****