14 .चक्रवाढ व्याज

सरावसंच 14.1

1. चक्रवाढव्याजाने येणारी रास व चक्रवाढव्याज काढा.

अ.क्र.	मुद्दल (रुपये)	दर (द.सा.द.शे.)	मुदत (वर्षे)
1	2000	5	2
2	5000	8	3
3	4000	7.5	2

उकल :

(1) मुद्दल (P) = 2000, दर (R) = 5% , मुदत (N) = 2 वर्षे

$$\text{रास} = A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N \quad \text{......... (सूत्र)}$$

$$= 2000\left(1+\frac{5}{100}\right)^2$$

$$= 2000\left(\frac{100+5}{100}\right)^2$$

$$= 2000\left(\frac{105}{100}\right)^2$$

$$= 2000 \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100}$$

$$= \frac{2 \times 105 \times 105}{10}$$

$$= \frac{105 \times 105}{5}$$

$$= 21 \times 105$$

$$= 2205$$

चक्रवाढव्याज (I) = रास – मुद्दल .... (सूत्र)

$$= 2205 - 2000 = 205$$

∴ रास = 2205 रुपये आणि चक्रवाढव्याज = 205 रुपये

(2) मुद्दल (P) = 5000, दर (R) = 8% , मुदत (N) = 3 वर्षे

रास = $A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$ .... (सूत्र)

$$= 5000\left(1 + \frac{8}{100}\right)^3$$

$$= 5000\left(\frac{100 + 8}{100}\right)^3$$

$$= 5000\left(\frac{108}{100}\right)^3$$

$$= 5000 \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100}$$

$$= \frac{5 \times 108 \times 108 \times 108}{1000}$$

$$= \frac{108 \times 108 \times 108}{200}$$

$$= \frac{54 \times 108 \times 108}{100}$$

$$= \frac{629856}{100}$$

$$= 6298.56$$

चक्रवाढव्याज (I) = रास − मुद्दल .... (सूत्र)

$$= 6298.56 - 5000$$

$$= 1298.56$$

∴ रास = 6298.56 रुपये आणि चक्रवाढव्याज = 1298.56 रुपये

(3) मुद्दल (P) = 4000, दर (R) = 7.5% , मुदत (N) = 2 वर्षे

रास $= A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$ .... (सूत्र)

$$= 4000\left(1 + \frac{7.5}{100}\right)^N$$

$$= 4000\left(\frac{100 + 7.5}{100}\right)^2$$

$$= 4000\left(\frac{107.5}{100}\right)^2$$

$$= 4000 \times \frac{107.5}{100} \times \frac{107.5}{100}$$

$$= \frac{4 \times 107.5 \times 107.5}{10}$$

$$= 4622.50$$

चक्रवाढव्याज = रास − मुद्दल .... (सूत्र)

$$= 4622.50 - 4000$$

$$= 622.50$$

∴ रास = 4622.50 रुपये आणि चक्रवाढव्याज = 622.50 रुपये

2. समीररावांनी एका पतपेढीतून द.सा.द.शे. **12** दराने **3** वर्षांसाठी **12500** रुपये कर्ज घेतले. तर त्यांना तिसऱ्या वर्षअखेर चक्रवाढव्याज आकारणीने एकूण किती रुपये परतफेड करावी लागेल ?

उकल : मुद्दल (P) = 12500 रुपये, दर (R) = 12% , मुदत (N) = 3 वर्षे

$$\text{रास} = A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N \quad \text{............ (सूत्र)}$$

$$= 12500\left(1 + \frac{12}{100}\right)^3$$

$$= 12500\left(\frac{100 + 12}{100}\right)^3$$

$$= 12500\left(\frac{112}{100}\right)^3$$

$$= 12500 \times \frac{112}{100} \times \frac{112}{100} \times \frac{112}{100}$$

$$= \frac{125 \times 112 \times 112 \times 112}{10000}$$

$$= \frac{112 \times 112 \times 112}{80}$$

$$= \frac{14 \times 112 \times 112}{10}$$

$$= \frac{175616}{10}$$

$$= 17561.6$$

∴ समीररावांना तिसऱ्या वर्षाअखेर **17561.60** रुपयांची परतफेड करावी लागेल.

3. शलाकाने व्यवसाय सुरु करण्यासाठी द.सा.द.शे. $10\frac{1}{2}$ दराने **8000** रुपये कर्ज घेतले. तर **2** वर्षांनंतर कर्ज परतफेड करताना चक्रवाढव्याज आकारणीने तिला किती व्याज भरावे लागेल ?

उकल : मुद्दल (P) = 8000 रुपये , दर (R) = $10\frac{1}{2} = 10.5$,

मुदत (N) = 2 वर्षे

रास $= A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^N$ .... (सूत्र)

$$= 8000\left(1+\frac{10.5}{100}\right)^2$$

$$= 8000\left(\frac{100+10.5}{100}\right)^2$$

$$= 8000\left(\frac{110.5}{100}\right)^2$$

$$= 8000\times\frac{110.5}{100}\times\frac{110.5}{100}$$

$$= \frac{8\times110.5\times110.5}{10}$$

$$= \frac{97682}{10}$$

$$= 9768.2$$

आता, चक्रवाढव्याज काढू.

चक्रवाढव्याज (I) = A – P = 9768.2 – 8000 = 1768.2

∴ शलाकाला 1768.20 रुपये व्याज भरावे लागेल.

सरावसंच 14.2

1. एका उड्डाणपुलाच्या बांधकामावर सुरुवातीला 320 मजूर होते. दरवर्षी 25% मजूर वाढवण्यात आले, तर दोन वर्षांनंतर त्या कामावर किती मजूर असतील ?

उकल : सुरुवातीचे मजूर $= P = 320$, वाढीचा दर $= R =$ दरसाल 25% ,

मुदत $= N = 2$ वर्षे

दोन वर्षांनंतरची मजुरांची संख्या (A) काढू .

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N \text{....... (सूत्र)}$$

$$= 320\left(1 + \frac{25}{100}\right)^2$$

$$= 320\left(\frac{100 + 25}{100}\right)^2$$

$$= 320\left(\frac{125}{100}\right)^2$$

$$= 320 \times \frac{125}{100} \times \frac{125}{100}$$

$$= 320 \times \frac{5}{4} \times \frac{5}{4}$$

$$= 20 \times 25$$

$$= 500$$

∴ 2 वर्षांनंतर 500 मजूर कामावर असतील.

2. एका मेंढपाळाकडे 200 मेंढ्या असतील आणि दरवर्षी त्यांच्या संख्येत 10% ने वाढ होत असेल तर 2 वर्षांनंतर त्याच्याकडे किती मेंढ्या असतील ?

उकल : सुरुवातीची मेंढ्याची संख्या $= P = 200$,

वाढीचा दर $= R =$ दरसाल 10% , मुदत $= N = 2$ वर्षे.

दोन वर्षांनंतरची मेंढ्याची संख्या (A) काढू.

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N \text{....... (सूत्र)}$$

$$= 200\left(1 + \frac{10}{100}\right)^2$$

$$= 200\left(\frac{100 + 10}{100}\right)^2$$

$$= 200\left(\frac{110}{100}\right)^2$$

$$= 200 \times \frac{110}{100} \times \frac{110}{100}$$

$$= 2 \times 11 \times 11$$

$$= 242$$

∴ दोन वर्षांनंतर त्याच्याकडे 242 मेंढ्या असतील.

3. एका अभयारण्यात 40,000 झाडे आहेत. दरवर्षी 5% दराने वृक्षवाढ करण्याचे उद्दिष्ट ठरवण्यात आले असेल, तर 3 वर्षांनंतर त्या अभयारण्यातील झाडांची संख्या किती असली पाहिजे ?

उकल : सुरुवातीची झाडे = $P = 40,000$,

वृक्षवाढीचा दर = $R =$ दरवर्षी 5% , मुदत = $N = 3$ वर्षे.

3 वर्षांनंतरची झाडांची संख्या (A) काढू.

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N \text{ .... (सूत्र)}$$

$$= 40000\left(1 + \frac{5}{100}\right)^3$$

$$= 40000\left(\frac{100 + 5}{100}\right)^3$$

$$= 40000\left(\frac{105}{100}\right)^3$$

$$= 40000 \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100} \times \frac{105}{100}$$

$$= \frac{4 \times 105 \times 105 \times 105}{100}$$

$$= \frac{105 \times 105 \times 105}{25}$$

$$= 21 \times 21 \times 105$$

$$= 46305$$

$\therefore$ 3 वर्षांनंतर अभयारण्यात 46, 305 झाडे असतील.

4. आज एक मशीन 2,50,000 रुपयांना खरेदी केले. घसाऱ्याचा दर दरवर्षी 10% असल्यास दोन वर्षांनंतर मशीनची किंमत खरेदीपेक्षा किती कमी होईल ?

उकल : मशीनची सुरुवातीची किंमत $= P = 2,50,000$,

घसाऱ्याचा दर $= R =$ दरवर्षी -10% , मुदत $= N = 2$ वर्षे.

2 वर्षांनंतरची मशीनची किंमत (A) काढू.

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^{N} \text{....... (सूत्र)}$$

$$= 250000\left(1 + \frac{(-10)}{100}\right)^{2}$$

$$= 250000\left(1 - \frac{10}{100}\right)^{2}$$

$$= 250000\left(\frac{100-10}{100}\right)^{2}$$

$$= 250000\left(\frac{90}{100}\right)^{2}$$

$$= 250000 \times \frac{90}{100} \times \frac{90}{100}$$

$$= 25 \times 90 \times 90$$

$$= 2,02,500$$

$\therefore$ 2 वर्षांनंतर मशीनची कमी झालेली किंमत $= 2,50,000 - 2,02,500$

$= 47,500$

$\therefore$ 2 वर्षांनंतर मशीनची किंमत $47,500$ रुपयांनी कमी होईल.

5. एका मुद्दलाची द.सा.द.शे. **16** दराने चक्रवाढव्याजाने दोन वर्षांची रास **4036.80** रुपये झाली. तर दोन वर्षांत झालेले व्याज किती ?

उकल : रास $= A = 4036.80$, दर $= R =$ द.सा.द.शे. 16,

मुदत $= N = 2$ वर्षे

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^{N} \text{ .... (सूत्र)}$$

$$\therefore 4036.80 = P\left(1 + \frac{16}{100}\right)^{N}$$

$$\therefore 4036.80 = P\left(\frac{100 + 16}{100}\right)^{2}$$

$$\therefore 4036.80 = P\left(\frac{116}{100}\right)^{2}$$

$$\therefore 4036.80 = P \times \frac{116}{100} \times \frac{116}{100}$$

$$\therefore P = \frac{4036.80 \times 100 \times 100}{116 \times 116}$$

$$\therefore P = \frac{40368000}{116 \times 116}$$

$$\therefore P = \frac{10092000}{29 \times 116}$$

$$\therefore P = \frac{2523000}{29 \times 29}$$

$$\therefore P = \frac{87000}{29}$$

$$= 3000$$

∴ मुद्दल 3000 रुपये आहे.

चक्रवाढव्याज = रास − मुद्दल

$$= 4036.80 - 3000$$

$$= 1036.80$$

∴ दोन वर्षांत झालेले व्याज **1036.80** रुपये आहे.

6. 15000 रुपये चक्रवाढव्याजाने द.सा.द.शे. 12 दराने कर्जाऊ घेतले. तर 3 वर्षांनी कर्ज फेडताना किती रुपये द्यावे लागतील ?

उकल :

मुद्दल = P = 15000 रुपये, दर = R = द.सा.द.शे. 12,

मुदत = N = 3 वर्षे

चक्रवाढव्याजाने होणारी रास काढू.

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N \text{.........} \text{ (सूत्र)}$$

$$= 15000\left(1 + \frac{12}{100}\right)^3$$

$$= 15000\left(\frac{100 + 12}{100}\right)^3$$

$$= 15000\left(\frac{112}{100}\right)^3$$

$$= 15000 \times \frac{112}{100} \times \frac{112}{100} \times \frac{112}{100}$$

$$= \frac{15 \times 112 \times 112 \times 112}{1000}$$

$$= \frac{3 \times 112 \times 112 \times 112}{200}$$

$$= \frac{3 \times 56 \times 112 \times 112}{100}$$

$$= \frac{2107392}{100}$$

$$= 21073.92$$

$\therefore$ कर्ज फेडताना $21,073.92$ रुपये द्यावे लागतील.

7. द.सा.द.शे. 18 दराने चक्रवाढव्याजाने एका मुद्दलाची 2 वर्षांची रास $13,924$ रुपये झाली, तर मुद्दल किती होते ?

उकल : मुद्दल $= P =$ $13,924$ रुपये, दर $= R =$ द.सा.द.शे. 18,

मुदत $= N = 2$ वर्षे.

रास $= A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N$ ……… (सूत्र)

$$\therefore 13924 = P\left(1 + \frac{18}{100}\right)^2$$

$$\therefore 13924 = P\left(\frac{100 + 18}{100}\right)^2$$

$$\therefore 13924 = P\left(\frac{118}{100}\right)^2$$

$$\therefore 13924 = P \times \frac{118}{100} \times \frac{118}{100}$$

$$\therefore P = \frac{13924 \times 100 \times 100}{118 \times 118}$$

$$= \frac{6962 \times 100 \times 100}{59 \times 118}$$

$$= \frac{3481 \times 100 \times 100}{59 \times 59}$$

$$= 100 \times 100$$

$$= 10000$$

$\therefore$ मुद्दल $10,000$ रुपये होते.

8. शहराच्या एका उपनगराची लोकसंख्या विशिष्ट दराने वाढते. आजची व दोन वर्षांनंतरची लोकसंख्या अनुक्रमे 16000 व 17640 असतील, तर लोकसंख्या वाढीचा दर काढा.

उकल : सुरुवातीची आणि 2 वर्षांनंतरची लोकसंख्या दिली आहे.

$\therefore$मुद्दल $= P = 16000$,रास $= A = 17640$,

मुदत $= N = 2$ वर्षे

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N \text{ .... (सूत्र)}$$

$$\therefore\ 17640 = 16000\left(1 + \frac{R}{100}\right)^2$$

$$\therefore\ 17640 = 16000\left(\frac{100 + R}{100}\right)^2$$

$$\therefore\ 17640 = 16000 \times \frac{(100 + R)^2}{10000}$$

$$\therefore\ 17640 = \frac{8(100 + R)^2}{5}$$

$$\therefore\ (100 + R)^2 = \frac{17640 \times 5}{8}$$

$\therefore\ (100 + R)^2 = 2205 \times 5$

$\therefore\ (100 + R)^2 = 11025$

$\therefore\ (100 + R)^2 = 25 \times 441$

$\therefore\ 100 + R = 5 \times 21$.......... (दोन्ही बाजूंची वर्गमुळे घेऊन)

$\therefore\ 100 + R = 105$

$\therefore\ R = 105 - 100 = 5$

$\therefore$ लोकसंख्या वाढीचा दर 5% आहे.

9. 700 रुपयांची द.सा.द.शे. 10 दराने किती वर्षांत 847रुपये रास होईल ?

उकल : $P = 700$, $R =$ द.सा.द.शे. 10, रास $= A = 847$

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^N \text{ .... (सूत्र)}$$

$$\therefore\ 847 = 700\left(1 + \frac{10}{100}\right)^N$$

$$\therefore\ 847 = 700\left(\frac{110}{100}\right)^N$$

$$\therefore\ \frac{847}{700} = \left(\frac{110}{100}\right)^N$$

$$\therefore\ \frac{121}{100} = \left(\frac{11}{10}\right)^N$$

$$\therefore\ \left(\frac{11}{10}\right)^2 = \left(\frac{11}{10}\right)^N$$

येथे, दोन घातांकित संख्यांचा पाया समान आहे व किंमत समान आहे.

∴ त्यांचे घातांकदेखील समान असले पाहिजेत.

∴ $N = 2$

∴ दोन वर्षांत 847 रुपये रास होईल.

10. द.सा.द.शे. 8 दराने होणारे 20,000 रुपयांवरील 2 वर्षांचे सरळव्याज आणि चक्रवाढव्याज यांतील फरक काढा.

उकल : मुद्दल $= P = 20{,}000$, दर $= R =$ द.सा.द.शे. 8,

मुदत $= N = 2$ वर्षे

प्रथम सरळव्याज काढू.

सरळव्याज $= I = \dfrac{PNR}{100}$ .... (सूत्र)

$$= \frac{20000 \times 2 \times 8}{100}$$

$$= 200 \times 16$$

$= 3200$ रुपये

आता चक्रवाढव्याज काढू.

$A = P\left(1 + \dfrac{R}{100}\right)^N$ .... (सूत्र)

$$= 20000\left(1 + \frac{8}{100}\right)^2$$

$$= 20000\left(\frac{100 + 8}{100}\right)^2$$

$$= 20000\left(\frac{108}{100}\right)^2$$

$$= 20000 \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100}$$

$$= 2 \times 108 \times 108$$

$$= 23328$$

∴ चक्रवाढव्याज = रास – मुद्दल

= 23328 – 20000 = 3,328 रुपये

चक्रवाढव्याज आणि सरळव्याज यांमधील फरक = चक्रवाढव्याज – सरळव्याज

= 3328 – 3200 =128 रुपये

∴ चक्रवाढव्याज आणि सरळव्याज यांतील फरक 128 रुपये आहे.

*****