7. चलन

सरावसंच 7.1

1. चलनाचे चिन्ह वापरुन लिहा :

(1) वर्तुळाचा परीघ (c) त्याच्या त्रिज्येशी (r) समप्रमाणात असतो.

उत्तर : वर्तुळाचा परीघ = c , त्रिज्या = r

$c \alpha r$

(2) मोटारमध्ये भरलेले पेट्रोल (l) व तिने कापलेले अंतर (d) समचलनात असतात.

उत्तर : मोटारमध्ये भरलेले पेट्रोल = l , अंतर = d $l \alpha d$

2. सफरचंदांची किंमत व सफरचंदाची संख्या यांत समचलन आहे. यावरुन खालील सारणी पूर्ण करा :

सफरचंदांची संख्या (x)	1	4	.....	12	......
सफरचंदांची किंमत (y)	8	32	56	.....	160

उकल : सफरचंदांची किंमत (y) व सफरचंदांची संख्या (x) यामध्ये समचलन आहे.

$\therefore y \alpha x$

$\therefore y = kx$ ...(k हा चलनाचा स्थिरांक) ...(i)

$x = 1$ तेव्हा $y = 8$ हे दिले आहे.

$\therefore 8 = k \times 1$

$\therefore 8 = k$

$\therefore k = 8$ ...(चलनाचा स्थिरांक)

$k = 8$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

$\therefore y = 8x$ ...(चलनाचे समीकरण)

(i) $y = 56$ तेव्हा $x =$?

$y = 8x$ ...(चलनाचे समीकरण)

$\therefore 56 = 8x$

$\therefore x = \frac{56}{8}$

$\therefore\ x\ =\ 7.$

$\therefore$ y = 56 तेव्हा x = 7.

(ii) x = 12 तेव्हा y = ?

y = 8x ...(चलनाचे समीकरण)

$\therefore$ y = 8 $\times$ 12

$\therefore$ y = 96

$\therefore$ x = 12 तेव्हा y = 96

(iii) y = 160 तेव्हा x = ?

y = 8x ...(चलनाचे समीकरण)

$\therefore\ 160 = 8x$

$\therefore\ x = \frac{160}{8}$

$\therefore\ x\ =\ 20$

$\therefore$ y = 160 तेव्हा x = 20

सारणी :

सफरचंदांची संख्या (x)	1	4	7	12	20
सफरचंदांची किंमत (y)	8	32	56	96	160

3. जर m α n आणि m = 154 असताना n = 7; n=14 असताना, m ची किंमत काढा.

उकल : m α n

$\therefore$ m = kn ...(k हा चलनाचा स्थिरांक) ...(i)

$\therefore$ k = $\frac{m}{n}$

m = 154 ...(दिले आहे)

$\therefore k = \frac{154}{7}$

$\therefore k = 22$

$k = 22$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

$\therefore m = 22n$ ...(चलनाचे समीकरण)

$n = 14$ असताना $m = ?$

$\therefore m = 22 \times 14$

$\therefore m = 308$

$\therefore n = 14$ असताना, m ची किंमत 308 आहे.

4. n हे m शी समचलनात आहे, तर पुढील सारणी पूर्ण करा.

m	3	5	6.5	....	1.25
n	12	20	....	28	....

उकल : n हे m शी समचलनात आहे.

$\therefore n \, \alpha \, m$

$\therefore n = km$ ...(k हा चलनाचा स्थिरांक) ...(i)

$m = 3$ आणि $n = 12$ या किंमती समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

$\therefore 12 = k \times 3$

$\therefore k = \frac{12}{3}$

$\therefore k = 4$

$k = 4$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

$\therefore n = 4m$ ...(चलनाचे समीकरण)

(i) $m = 6.5$ असताना $n = ?$

$n = 4m$ ...(चलनाचे समीकरण)

$\therefore n = 4 \times 6.5$

$n = 26.0$

$\therefore$ $m = 6.5$ असताना $n = 26$ आहे.

(ii) $n = 28$ असताना $m =$?

$n = 4m$ ...(चलनाचे समीकरण)

$\therefore 28 = 4m$

$\therefore m = \frac{28}{4}$

$\therefore m = 7$

$\therefore$ $n = 28$ असताना $m = 7$ आहे.

(iii) $m = 1.25$ असताना $n =$?

$n = 4m$ ...(चलनाचे समीकरण)

$\therefore n = 4 \times 1.25$

$\therefore n = 5.00$

$\therefore$ $m = 1.25$ असताना $n = 5$ आहे.

सारणी :

m	3	5	6.5	7	1.25
n	12	20	26	28	5

5. y हे x च्या वर्गमुळाच्या समचलनात बदलते आणि जेव्हा $x = 16$ तेव्हा $y = 24$ तर, चलनाचा स्थिरांक काढा व चलनाचे समीकरण लिहा.

उकल : y हे x च्या वर्गमुळाच्या समचलनात बदलते.

$\therefore y \propto \sqrt{x}$

$\therefore y = k\sqrt{x}$ ...(k हा चलनाचा स्थिरांक)... (i)

$x = 16$ आणि $y = 24$ या किंमती समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

$24 = k \times \sqrt{16}$

$\therefore\ 24 = k \times 4$

$\therefore\ k = \frac{24}{4}$

$\therefore\ k = 6$

$k = 6$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

$\therefore\ y = 6\sqrt{x}$ ...(चलनाचे समीकरण)

$\therefore$ चलनाचा स्थिरांक : $k = 6$ आणि चलनाचे समीकरण : $y = 6\sqrt{x}$.

6. सोयाबीनचे पीक काढण्यासाठी 4 मजुरांना ₹ 1000 मजुरी द्यावी लागते. जर मजुरीची रक्कम आणि मजुरांची संख्या समचलनात असतील तर 17 मजुरांना किती मजुरी द्यावी लागेल ?

उकल : मजुरांची संख्या x आणि प्रत्येकी मजुरी ₹y मानू. मजुरीची रक्कम आणि मजुरांची संख्या यामध्ये समचलन आहे.

$\therefore\ y \propto x$

$\therefore\ y = kx$ ...(k हा चलनाचा स्थिरांक) ... (i)

$x = 4$ असताना $y = 1000$ दिले आहे.

$\therefore\ 1000 = k \times 4$

$\therefore\ k = \frac{1000}{4}$

$\therefore\ k = 250$ ...(चलनाचा स्थिरांक)

$k = 250$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

चलनाचे समीकरण : $y = 250x$

$x = 17$ असताना $y = ?$

$y = 250x$

$\therefore\ y = 250 \times 17 = 4250$

$\therefore$ 17 मजुरांना ₹ 4250 मजुरी द्यावी लागेल.

*****

सरावसंच 7.2

1. एक काम पूर्ण करण्यासाठी लावलेल्या मजुरांची संख्या आणि काम पूर्ण होण्यासाठी लागणारे दिवस यांची माहिती खालील सारणीत दिली आहे. ती सारणी पूर्ण करा.

मजुरांची संख्या	30	20	.....	10	.....
दिवस	6	9	12	.....	36

उकल : मजुरांची संख्या आणि काम पूर्ण होण्यासाठी लागणारे दिवस यांच्यामध्ये कोणते चलन आहे ते काढू.

मजुरांची संख्या n आणि दिवस d मानू,

मजुरांची संख्या (n) = 30 असताना दिवस (d) = 6

$n \times d = 30 \times 6 = 180$

तसेच मजुरांची संख्या (n) = 20 असताना दिवस (d) = 9

$n \times d = 20 \times 9 = 180$

येथे, n आणि d यांचा गुणाकार स्थिर आहे.

$\therefore$ n आणि d यांच्यात व्यस्तचलन आहे.

$n \times d = 180$ ... (चलनाचे समीकरण)

(i) $d = 12$ असताना $n = ?$

$n \times d = 180$ ... (चलनाचे समीकरण)

$\therefore n \times 12 = 180$

$\therefore n = \frac{180}{12}$

$\therefore n = 15$

$\therefore$ $d = 12$ असताना $n = 15$ आहे.

(ii) $n = 10$ असताना $d = ?$

$n \times d = 180$ ... (चलनाचे समीकरण)

$\therefore 10 \times d = 180$

$\therefore d = \frac{180}{10}$

$\therefore d = 18$

$\therefore$ $n = 10$ असताना $d = 18$ आहे.

(iii) $d = 36$ असताना $n = ?$

$n \times d = 180$ ... (चलनाचे समीकरण)

$\therefore n \times 36 = \frac{180}{36}$

$\therefore n = 5$

$\therefore$ $d = 36$ असताना $n = 5$ आहे.

सारणी :

मजुरांची संख्या	30	20	15	10	5
दिवस	6	9	12	18	36

2. प्रत्येक उदाहरणात चलनाचा स्थिरांक काढा व चलनाचे समीकरण लिहा.

(1) $p \propto \frac{1}{q}$; $p = 15$ तेव्हा $q = 4$

उकल : $p \propto \frac{1}{q}$

$\therefore p = \frac{k}{q}$

$\therefore pq = k$ ...(चलनाचा स्थिरांक) ...(i)

$p = 15$ तेव्हा $q = 4$

$\therefore$ $k = 15 \times 4$

$\therefore k = 60$

$\therefore$ चलनाचा स्थिरांक : $k = 60$

$k = 60$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

$pq = 60$ ...(चलनाचे समीकरण)

$\therefore$ चलनाचा स्थिरांक : $k = 60$ आणि चलनाचे समीकरण : $pq = 60$ आहे.

(2) $z \propto \frac{1}{w}$; जेव्हा $z = 2.5$ तेव्हा $w = 24$

उकल : $z \propto \frac{1}{w}$

$\therefore z = \frac{k}{w}$

$\therefore zw = k$ ...(चलनाचा स्थिरांक) ...(i)

$z = 2.5$ तेव्हा $w = 24$

$\therefore 2.5 \times 24 = k$

$\therefore k = 60$

$\therefore$ चलनाचा स्थिरांक : $k = 60$

$k = 60$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

$zw = 60$ ...(चलनाचे समीकरण)

$\therefore$ चलनाचा स्थिरांक : $k = 60$ आणि चलनाचे समीकरण : $zw = 60$ आहे.

(3) $s \propto \frac{1}{t^2}$; जेव्हा $s = 4$ तेव्हा $t = 5$

उकल : $s \propto \frac{1}{t^2}$

$\therefore s = \frac{1}{t^2}$

$\therefore st^2 = k$ ...(चलनाचे समीकरण) ...(i)

$s = 4$ तेव्हा $t = 5$

$\therefore 4 \times (5)^2 = k$

$\therefore 4 \times 25 = k$

$\therefore k = 100$

$\therefore$ चलनाचा स्थिरांक = $k = 100$

$k = 100$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

$st^2 = 100$ ...(चलनाचे समीकरण)

$\therefore$ चलनाचा स्थिरांक : $k = 100$ आणि

चलनाचे समीकरण : $st^2 = 100$ आहे.

(4) $x \propto \frac{1}{\sqrt{y}}$; जेव्हा $x = 15$ तेव्हा $y = 9$

उकल : $x \propto \frac{1}{\sqrt{y}}$

$\therefore x = \frac{k}{\sqrt{y}}$

$\therefore x \times \sqrt{y} = k$ ...(चलनाचा स्थिरांक)...(i)

$x = 15$ तेव्हा $y = 9$

$\therefore 15 \times \sqrt{9} = k$

$\therefore 15 \times 3 = k$

$\therefore k = 45$

$\therefore$ चलनाचा स्थिरांक : $k = 45$

$k = 45$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

$\therefore x \times \sqrt{y} = 45$ ...(चलनाचे समीकरण)

$\therefore$ चलनाचा स्थिरांक : $k = 45$ आणि

चलनाचे समीकरण : $x \times \sqrt{y} = 45$ आहे.

3. सफरचंदांच्या राशीतील सर्व सफरचंदे पेटयांत भरायची आहेत. प्रत्येक पेटीत 24 सफरचंदे ठेवली तर ती भरण्यासाठी 27 पेट्या लागतात. जर प्रत्येक पेटीत 36 सफरचंदे ठेवली तर किती पेट्या लागतील?

उकल : सफरचंदांची संख्या = A आणि पेट्यांच्या संख्या = B मानू.
पेटीत भरलेल्या सफरचंदांची संख्या आणि पेटयांची संख्या व्यस्तचलन असते.

$A \propto \frac{1}{B}$

$\therefore A = \frac{k}{B}$

$\therefore A \times B = k$ ...(चलनाचा स्थिरांक)...(i)

$A = 36$ तेव्हा $B = 27$ दिले आहे.

$\therefore 24 \times 27 = k$

$\therefore k = 648$

$\therefore$ चलनाचा स्थिरांक : k = 648

k = 648 ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

चलनाचे समीकरण : $A \times B = 648$

A = 36 तेव्हा B = ?

$\therefore 36 \times B = 648$

$\therefore B = \frac{648}{36} = 18$

$\therefore$ प्रत्येक पेटीत 36 सफरचंदे ठेवली तर 18 पेट्या लागतील

4. खालील विधाने चलनाचे चिन्ह वापरुन लिहा.

(1) ध्वनीची तरंगलांबी (l) आणि वारंवारता (f) यांमध्ये व्यस्तचलन असते.

उत्तर : ध्वनीची तरंगलांबी = l आणि वारंवारता = f

$$l \propto \frac{1}{f}$$

(2) दिव्याच्या प्रकाशाची तीव्रता (I) आणि दिवा व पडदा यांमधील अंतराचा (d) वर्ग यांमध्ये व्यस्त चलन असते.

उत्तर : दिव्याच्या प्रकाशाची तीव्रता = I आणि दिवा व पडदा यांमधील अंतराचा वर्ग = d^2

$$I \propto \frac{1}{d^2}$$

5. $x \propto \frac{1}{\sqrt{y}}$ आणि $x = 40$ असताना y = 16, तर $x = 10$ तेव्हा y किती?

उकल : $x \propto \frac{1}{\sqrt{y}}$

$\therefore x = \frac{k}{\sqrt{y}}$

$\therefore x \times \sqrt{y} = k$ ...(चलनाचा स्थिरांक) ...(i)

A = 40 असताना y = 16 या किंमती समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

$\therefore 40 \times \sqrt{16} = k$

$\therefore 40 \times 4 = k$

$\therefore k = 160$

∴ चलनाचा स्थिरांक : $k = 160$.

$k = 160$ ही किंमत समीकरण (i) मध्ये ठेवू,

∴ चलनाचे समीकरण : $x \times \sqrt{y} = 160$

$\therefore 10 \times \sqrt{y} = 160$

$\therefore \sqrt{y} = \frac{160}{10}$

$\therefore \sqrt{y} = 16$

दोन्ही बाजूंचा वर्ग करु,

$\therefore \left(\sqrt{y}\right)^2 = (16)^2$

$\therefore y = 256$

∴ $x = 10$ तेव्हा $y = 256$

6. x आणि y या राशींमध्ये व्यस्तचलन आहे. $x = 15$ तेव्हा $y = 10$ असते, $x = 20$ असताना y = किती?

उकल : $x \propto \frac{1}{y}$

$\therefore x = \frac{k}{y}$

$\therefore x \times y = k$

$x = 15$ तेव्हा $y = 10$

$\therefore 15 \times 10 = k$

$\therefore k = 150$ ...(चलनाचा स्थिरांक)

∴ चलनाचे समीकरण : $x \times y = 150$

$x = 20$ असताना $y = ?$

$\therefore 20 \times y = 150$

$$\therefore y = \frac{150}{20} = 7.5$$

$\therefore x = 20$ असताना $y = 7.5$

*****

सरावसंच 7.3

1. खालीलपैकी कोणती उदाहरणे व्यस्त चलनाची आहेत?

(1) मजुरांची संख्या व त्यांना काम पूर्ण करण्यासाठी लागणारा वेळ.

उत्तर :
मजुरांची संख्या वाढली, की त्यांना काम पूर्ण करण्यासाठी कमी वेळ लागतो.
∴ हे व्यस्तचलनाचे उदाहरण आहे.

(2) हौद भरण्यासाठी असलेल्या एकसारख्या नळांची संख्या व हौद भरण्यासाठी लागणारा वेळ.

उत्तर :
हौद भरण्यासाठी असलेल्या एकसारख्या नळांची संख्या वाढली, की तो हौद भरण्यासाठी कमी वेळ लागतो.
∴ हे व्यस्तचलनाचे उदाहरण आहे.

(3) वाहनात भरलेले पेट्रोल व त्याची किंमत.
उत्तर :
वाहनात भरलेल्या पेट्रोलचे आकारमान (लीटर) वाढले, की त्याची किंमतही वाढते.
∴ हे व्यस्तचलनाचे उदाहरण नाही.

(4) वर्तुळाचे क्षेत्रफळ व त्या वर्तुळाची त्रिज्या.

उत्तर :
वर्तुळाची त्रिज्या वाढली, की त्या वर्तुळाचे क्षेत्रफळ वाढते.
∴ हे व्यस्तचलनाचे उदाहरण नाही.

2. जर 15 मजुरांना एक भिंत बांधण्यास 48 तास लागतात, तर 30 तासांत ते काम पूर्ण करण्यासाठी किती मजूर लागतील?

उकल : मजुरांची संख्या = $\mathbf{n}$ आणि वेळ = $\mathbf{t}$ मानू.
मजुरांची संख्या आणि भिंत बांधण्यास लागणारा वेळ यामध्ये व्यस्तचलन आहे.

$$\therefore n \propto \frac{1}{t}$$

$\therefore n = \frac{k}{t}$

$n \times t = k$

$n = 15$ असताना, $t = 48$ ....(दिले आहे)

$\therefore 15 \times 48 = k$

$\therefore k = 720$ ...(चलनाचा स्थिरांक)

$\therefore$ चलनाचे समीकरण : $n \times t = 720$

$t = 30$ असताना $n = ?$

$n \times 30 = 720$

$\therefore n = \frac{720}{30} = 24$

$\therefore$ 30 तासांत काम पूर्ण करण्यासाठी 24 मजूर लागतील.

3. पिशवीत दूध भरण्याच्या यंत्राद्वारे 3 मिनिटांत अर्ध्या लीटरच्या 120 पिशव्या भरल्या जातात तर 1800 पिशव्या भरण्यासाठी किती वेळ लागेल ?

उकल : वेळ t आणि पिशव्यांची संख्या b मानू.

दूध भरण्यास लागणारा वेळ आणि पिशव्यांची संख्या यामध्ये समचलन आहे.

$\therefore t \propto b$

$\therefore t = kb$

$\therefore k = \frac{t}{b}$ ...(चलनाचा स्थिरांक)...(i)

$t = 3$ असताना $b = 120$ या किंमती समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

$\therefore k = \frac{3}{120}$

$\therefore k = \frac{1}{40}$

$\therefore$ चलनाचे समीकरण : $t = \frac{1}{40} \times b$

$b = 1800$ असताना $t = ?$

$\therefore t = \frac{1}{40} \times 1800$

$\therefore t = 45$

∴ 1800 पिशव्या भरण्यासाठी 45 मिनिटे लागतील.

4. एका कारचा सरासरी वेग 60 किमी/तास असताना काही अंतर जाण्यास 8 तास लागतात , जर तेच अंतर साडेसात तासांत कापायचे असेल तर कारचा सरासरी वेग किती वाढवावा ?

उकल : कारचा वेग v आणि अंतर कापण्यास लागणारा वेळ t मानू.
कारचा वेग आणि ठरावीक अंतर कापण्यास लागणारा वेळ यामध्ये व्यस्तचलन आहे.

$\therefore v \propto \frac{1}{t}$

$\therefore v = \frac{k}{t}$

$v \times t = k$ ...(चलनाचा स्थिरांक)...(i)

$v = 60$ असताना, $t = 8$ या किंमती समीकरण (i) मध्ये ठेवू.

$\therefore 60 \times 8 = k$

$\therefore k = 480$

∴ चलनाचे समीकरण : $v \times t = 480$

t = साडेसात = 7.5 असताना, $v = ?$

$\therefore v \times 7.5 = 480$

$$\therefore v = \frac{480}{7.5} = \frac{480}{\frac{75}{10}} \quad .....\left(\because 7.5 = \frac{7.5 \times 10}{10} = \frac{75}{10}\right)$$

$$= 480 \times \frac{10}{75}$$

$$= \frac{4800}{75} = 64.$$

∴ तेच अंतर साडेसात तासांत कापण्यासाठी कारचा सरासरी वेग 64 किमी/तास असायला हवा.

कारचा वाढवावा लागणारा सरासरी वेग = कारने 7.5 तासांत कापलेले अंतर – कारने 8 तासांत कापलेले अंतर = 64 – 60 = 4

∴ कारचा वेग पूर्वीपेक्षा 4 किमी/तास ने वाढवावा लागेल.

*****