8. चौकोन रचना व चौकोनाचे प्रकार

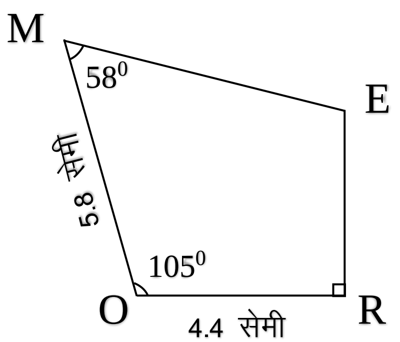
सरावसंच 8.1

1. खालील मापे दिली असता चौकोनांच्या रचना करा.

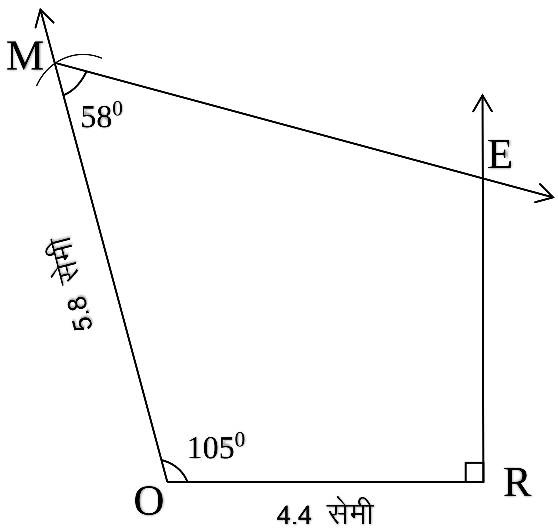
1. □ MORE मध्ये, l(MO) = 5.8 सेमी, l(OR) = 4.4 सेमी, $m\angle M = 58^0$, $m\angle O = 105^0$, $m\angle R = 90^0$.

उकल :

कच्ची आकृती :



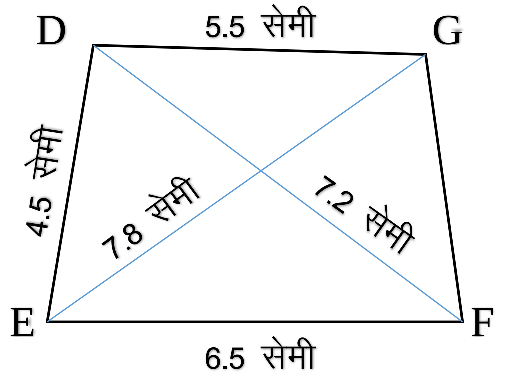
इष्ट आकृती :



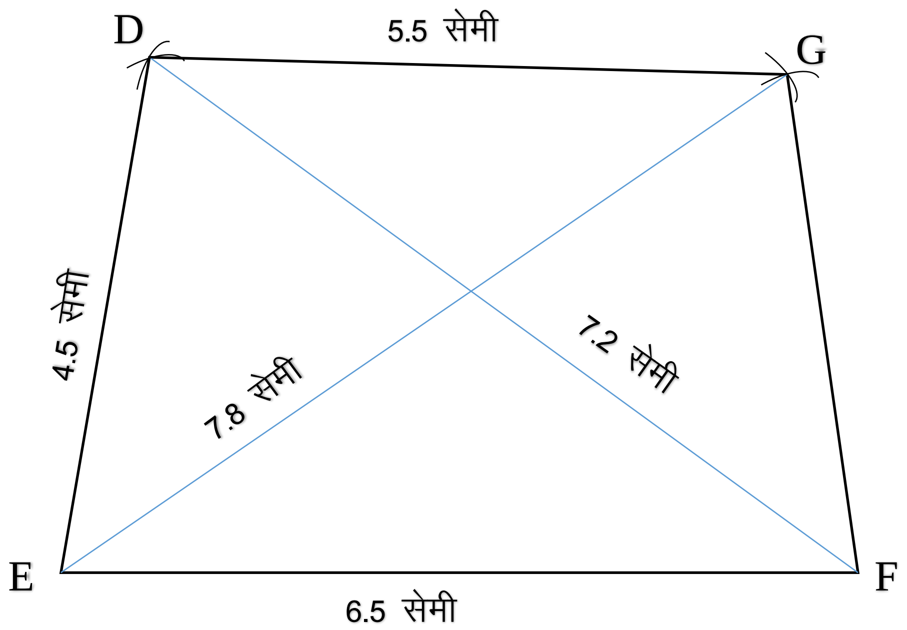
2. □ DEFG असा काढा की, *l*(DE) = 4.5 सेमी, *l*(EF) = 6.5 सेमी, *l*(DG) = 5.5 सेमी, *l*(DF) = 7.2 सेमी, *l*(EG) = 7.8 सेमी.

उकल :

कच्ची आकृती :



इष्ट आकृती :

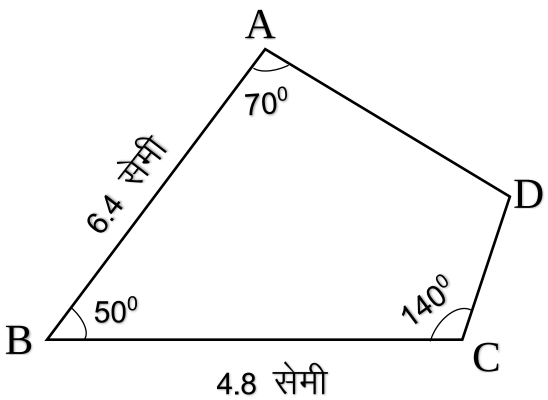


3. □ ABCD मध्ये, *l*(AB) = 6.4 सेमी, *l*(BC) = 4.8 सेमी,

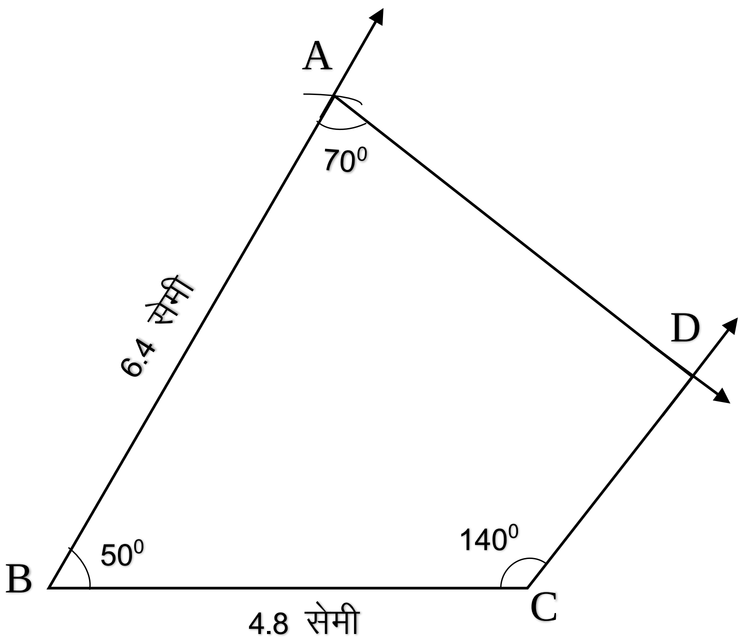
$m\angle A = 70^0$, $m\angle B = 50^0$, $m\angle C = 140^0$.

उकल :

कच्ची आकृती :



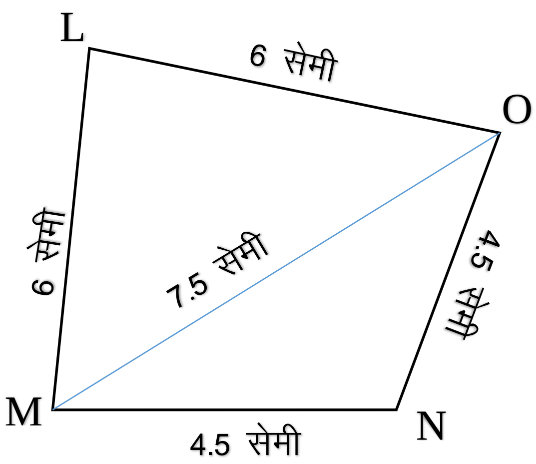
इष्ट आकृती :



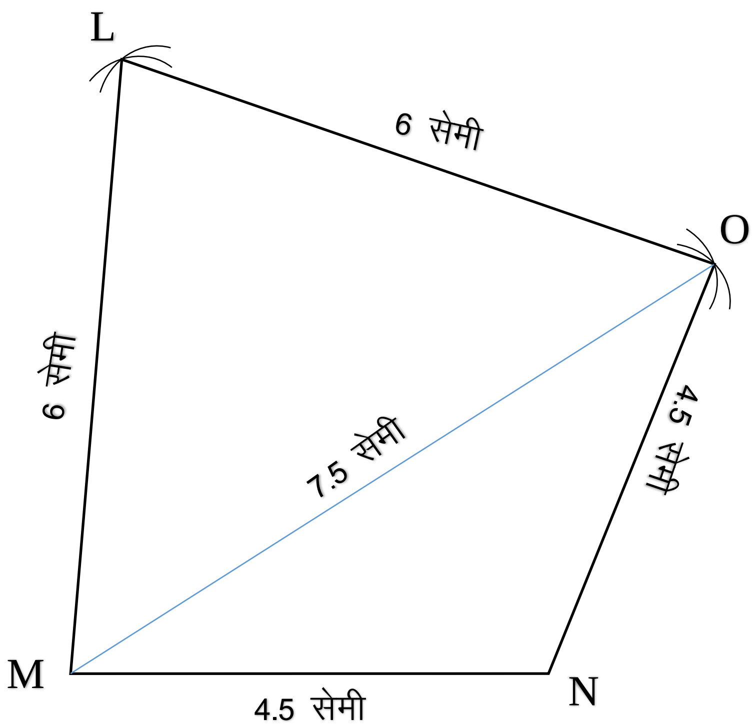
4. □LMNO काढा. *l*(LM) = *l*(LO) = 6 सेमी, *l*(ON) = *l*(NM) = 4.5 सेमी, *l*(OM) = 7.5 सेमी.

उकल :

कच्ची आकृती :



इष्ट आकृती :



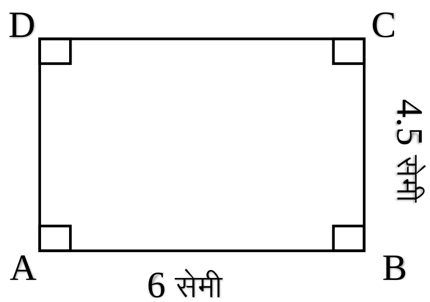
*****

सरावसंच 8.2

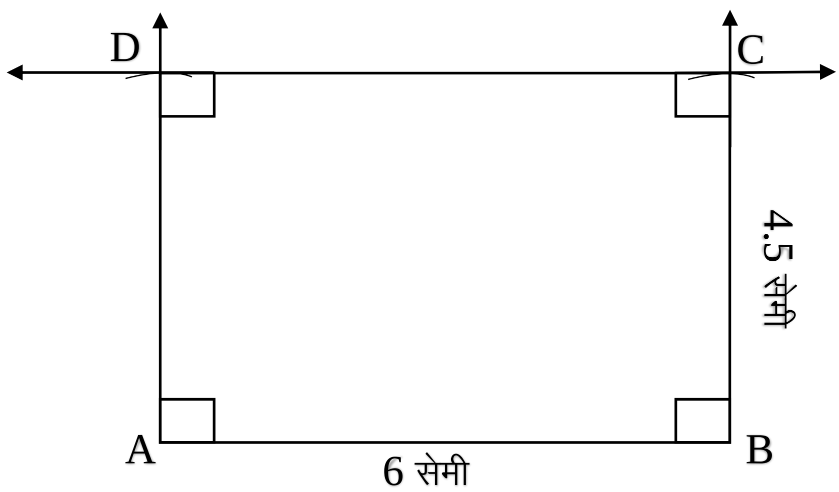
1. *l*(AB) = 6.0 सेमी आणि *l*(BC) = 4.5 सेमी असा आयत ABCD काढा.

उकल :

कच्ची आकृती :



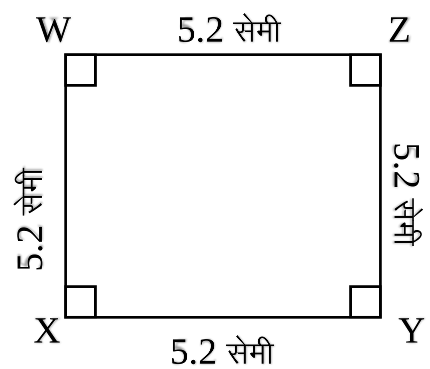
इष्ट आकृती :



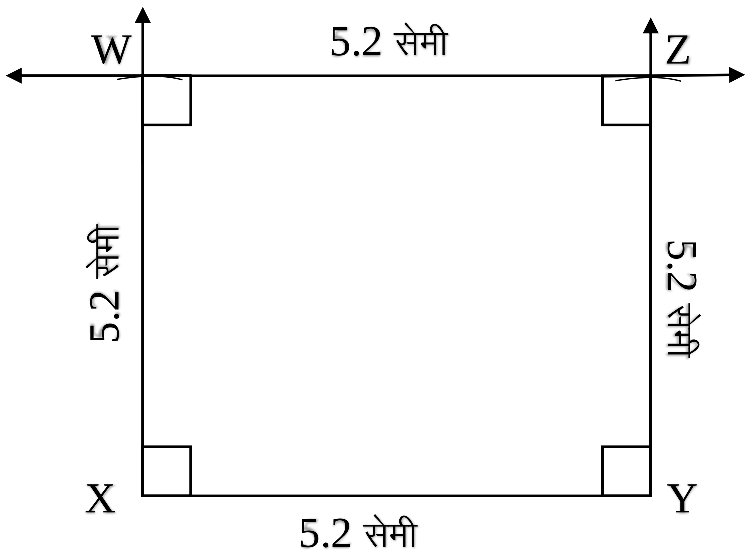
2. बाजू 5.2 सेमी असलेला चौरस WXYZ काढा.

उकल :

कच्ची आकृती :



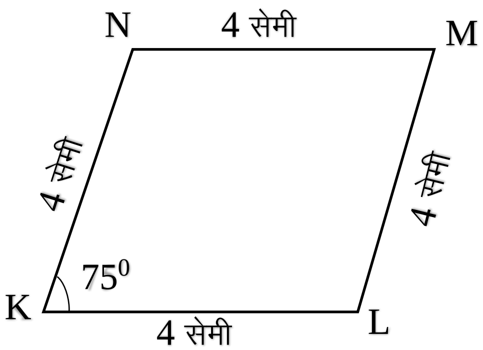
इष्ट आकृती :



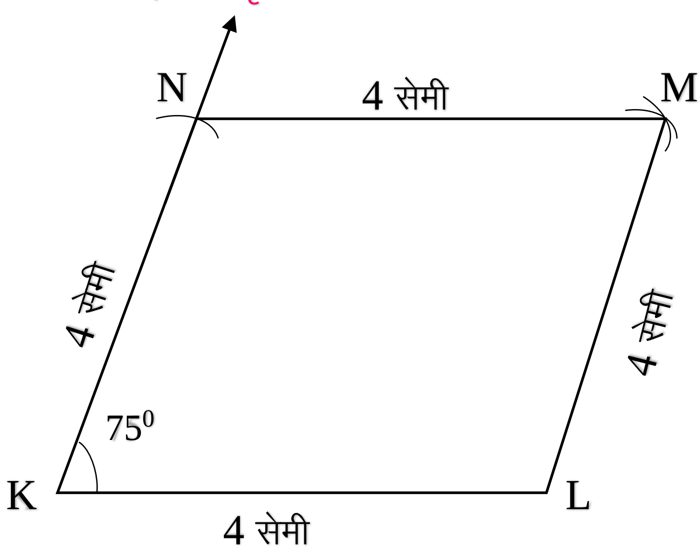
3. बाजू 4 सेमी आणि $m\angle K = 75^0$ असा समभुज □KLMN काढा.

उकल :

कच्ची आकृती :

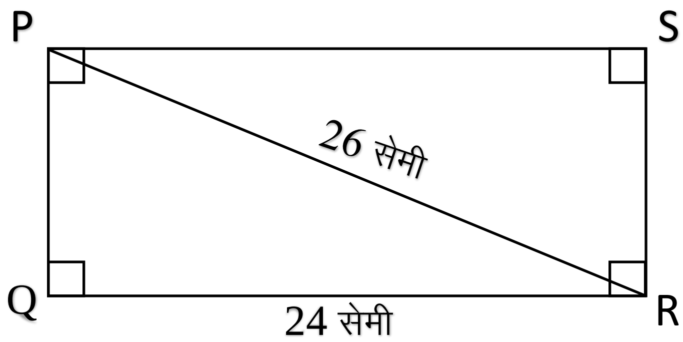


इष्ट आकृती :



4. एका आयताचा कर्ण **26** सेमी असून त्याची एक बाजू **24** सेमी आहे, तर त्याची दुसरी बाजू काढा.

उकल :



□ **PQRS** हा आयत आहे असे मानू,

$l(PR) = 26$ सेमी, $l(QR) = 24$ सेमी .... (दिलेले आहे)

$m\angle PQR = 90^0$

△ **PQR** हा काटकोन त्रिकोण आहे.

∴ पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(PR)^2 = l(PQ)^2 + l(QR)^2$

$\therefore\ (26)^2 = l(PQ)^2 + (24)^2$

$\therefore\ l(PQ)^2 = (26)^2 - (24)^2$

$\therefore\ l(PQ)^2 = 676 - 576 = 100$

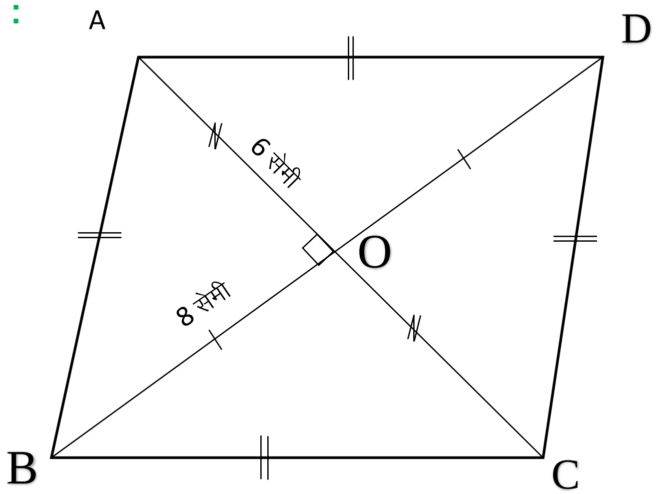
$\therefore\ l(PQ) = \sqrt{100}$ ...(वर्गमूळ घेऊन)

$\therefore\ l(PQ) = 10$ सेमी.

∴ आयताची दुसरी बाजू **10** सेमी आहे.

5. समभुज □ABCD च्या कर्णांची लांबी 16 सेमी व 12 सेमी आहेत, तर त्या समभुज चौकोनाची बाजू व परिमिती काढा.

उकल :



□ ABCD हा समभुज चौकोन आहे असे मानू,

$l(AC) = 12$ सेमी व $l(BD) = 16$ सेमी.

समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांचे लंबदुभाजक असतात.

$l(OA) = l(OC) = \frac{1}{2}\ l(AC) = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ सेमी.

व $l(OB) = l(OD) = \frac{1}{2}\ l(BD) = \frac{1}{2} \times 16 = 8$ सेमी.

$m\angle AOB = 90^0$

$\triangle AOB$ हा काटकोन त्रिकोण आहे.

$\therefore$ पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(AB)^2 = l(OA)^2 + l(OB)^2$

$= (6)^2 + (8)^2$

$= 36 + 64 = 100$

$\therefore l(AB) = \sqrt{100}$ ...(वर्गमूळ घेऊन)

$= 10$ सेमी.

□ **ABCD** ची परिमिती = **4** × बाजू

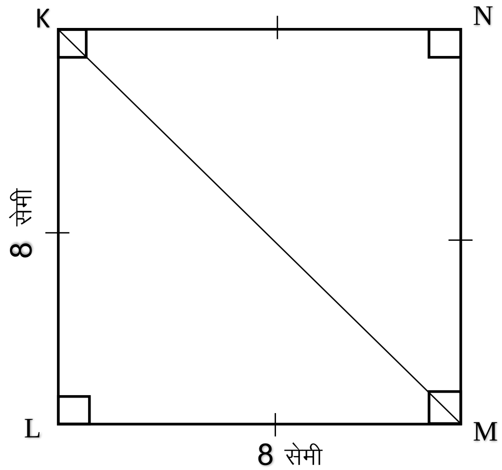
= **4** × ***l*****(AB)**

= **4** × **10** = **40** सेमी.

∴ समभुज चौकोनाची बाजू **10** सेमी व **40** सेमी परिमिती आहे.

6. बाजू **8** सेमी असलेल्या चौरसाच्या कर्णाची लांबी काढा.

उकल :



□**KLMN** हा चौरस आहे असे मानू.

l**(KL) = 8** सेमी.

चौरसाच्या सर्व बाजू एकरुप असतात.

∴ ***l*****(KL)** = ***l*****(LM)**

चौरसाचा प्रत्येक कोन काटकोन असतो.

$m\angle KLM = 90^0$.

Δ **KLM** हा काटकोन त्रिकोण आहे.

∴ पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(KM)^2 = l(KL)^2 + l(LM)^2$

$= (8)^2 + (8)^2 = 64 + 64 = 128$

$\therefore l(KM) = \sqrt{128}$

$= \sqrt{64 \times 2}$

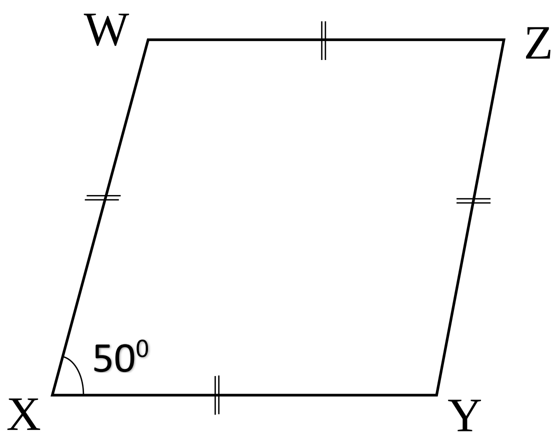
$= \sqrt{64} \times \sqrt{2}$

$= 8\sqrt{2}$ सेमी.

$\therefore$ चौरसाच्या कर्णाची लांबी $8\sqrt{2}$ सेमी आहे.

7. एका समभुज चौकोनाच्या एका कोनाचे माप 50^0 आहे, तर त्याच्या इतर तीन कोनांची मापे काढा.

उकल :



□WXYZ हा चौकोन आहे असे मानू.

$m\angle WXY = 50^0$

समभुज चौकोनाच्या संमुख बाजू समांतर असतात.

बाजू WZ $\parallel$ बाजू XY व रेख WX ही छेदिका आहे.

$\therefore m\angle WXY + m\angle XWZ = 180^0$ …(आंतर कोन)

$50^0 + m\angle XWZ = 180^0$

$\therefore m\angle XWZ = 180^0 - 50^0$

$\therefore m\angle XWZ = 130^0$

समभुज चौकोनाचे संमुख कोन एकरुप असतात.

$\therefore m\angle WXY = m\angle WZY$

$\therefore m\angle WZY = 50^0$

तसेच, $\therefore m\angle XWZ = m\angle XYZ$

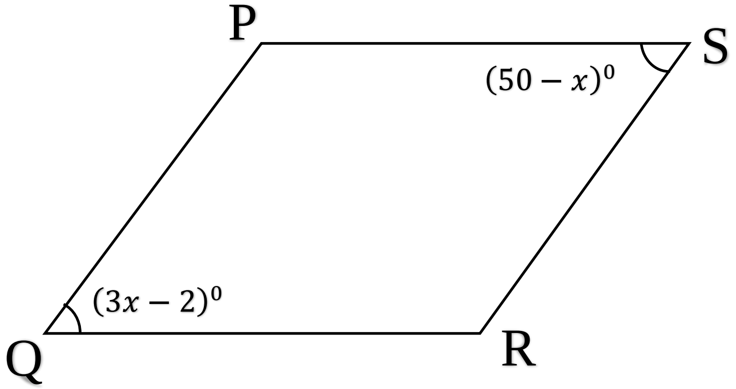
$\therefore m\angle XYZ = 130^0$

$\therefore$ समभुज चौकोनाच्या इतर तीन कोनांची मापे अनुक्रमे 130^0, 50^0 व 130^0 आहेत.

सरावसंच 8.3

1. एका समांतरभुज चौकोनाच्या संमुख कोनांची मापे $(3x-2)^0$आणि $(50-x)^0$ आहेत, तर चौकोनाच्या प्रत्येक कोनाचे माप काढा.

उकल :



□PQRS हा समांतरभुज चौकोन आहे असे मानू.

समांतरभुज चौकोनाच्या संमुख कोनांची मापे समान असतात.

$m\angle PQR = m\angle PSR$ ...(i)

$\therefore 3x - 2 = 50 - x$

$\therefore 3x + x = 50 + 2$

$\therefore 4x = 52$

$\therefore x = \frac{52}{4} = 13$

$\therefore m\angle PQR = (3x - 2)^0 = (3 \times 13 - 2)^0 = (39 - 2)^0 = 37^0$

व $m\angle PSR = 37^0$ ...[(i) वरुन]

समांतरभुज चौकोनाच्या संमुख भुजा परस्परांना समांतर असतात.

बाजू PS || बाजू QR व रेख PQ ही छेदिका.

$m\angle PQR + m\angle QPS = 180^0$ ...(आंतर कोन)

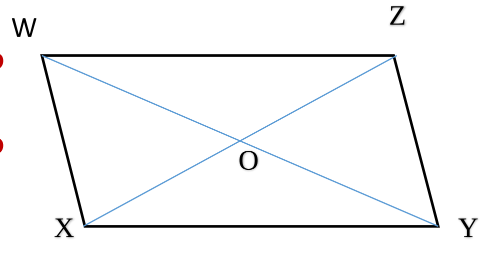
$\therefore 37^0 + m\angle QPS = 180^0$

$\therefore m\angle QPS = 180^0 - 37^0$

$\therefore m\angle QPS = 143^0$ ..... ($\angle QPS$ चा संमुख कोन)

$\therefore$ समांतरभुज चौकोनाच्या कोनांची मापे अनुक्रमे 143^0, 37^0, 143^0 व 37^0 आहेत.

2. शेजारील समांतरभुज चौकोनाच्या आकृतीवरुन खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.



(1) जर $l(WZ) = 4.5$ सेमी तर $l(XY) = ?$

(2) जर $l(YZ) = 8.2$ सेमी तर $l(XW) = ?$

(3) जर $l(OX) = 2.5$ सेमी तर $l(OZ) = ?$

(4) जर $l(WO) = 3.3$ सेमी तर $l(WY) = ?$

(5) जर **$m\angle WZY = 120^0$** तर **$m\angle WXY = ?$**

आणि **$m\angle XWZ = ?$**

उकल :

(i) समांतरभुज चौकोनाच्या संमुख बाजूंची लांबी समान असते.

$\therefore$ जर $l(WZ) = 4.5$ सेमी तर $l(XY) = 4.5$ सेमी

(ii) समांतरभुज चौकोनाच्या संमुख बाजूंची लांबी समान असते.

जर $l(YZ) = 8.2$ सेमी तर $l(XW) = 8.2$ सेमी

(iii) समांतरभुज चौकोनाचे कर्ण एकमेकांना दुभागतात.

$\therefore l(OX) = l(OZ)$

$\therefore l(OX) = 2.5$ सेमी ...[$l(OZ) = 2.5$ सेमी]

जर $l(OX) = 2.5$ सेमी तर $l(OZ) = 2.5$ सेमी

(iv) समांतरभुज चौकोनाचे कर्ण एकमेकांना दुभागतात.

$$l(WO) = \frac{1}{2} l(WY)$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times l(WY) = 3.3$$

$$\therefore l(WY) = 3.3 \times 2 = 6.6 \text{ सेमी.}$$

जर $l(WO) = 3.3$ सेमी तर $l(WY) = 6.6$ सेमी

(v) समांतरभुज चौकोनात संमुख कोनांची मापे समान असतात.

$m\angle WZY = m\angle WXY$

$\therefore m\angle WXY = 120^0$ ...($m\angle WZY = 120^0$)

बाजू $WZ \parallel$ बाजू XY

रेख WX ही त्यांची छेदिका आहे.

$m\angle WXY + m\angle XWZ = 180^0$ …(आंतर कोन)

$120^0 + m\angle XWZ = 180^0$

$\therefore m\angle XWZ = 180^0 - 120^0$

$\therefore m\angle XWZ = 60^0$

जर $m\angle WZY = 120^0$ तर $m\angle WXY = 120^0$

आणि $m\angle XWZ = 60^0$

3. □ABCD हा समांतरभुज चौकोन असा काढा की, $l(BC) = 7$ सेमी, $\angle ABC = 40^0$, $l(AB) = 3$ सेमी.

उकल : $\angle ABC$ आणि $\angle BCD$ हे एकमेकांचे आंतरकोन आहेत.

आंतरकोन पूरक कोन असतात.

$m\angle ABC + m\angle BCD = 180^0$

परंतु $m\angle ABC = 40^0$ …(दिलेले आहे)

$\therefore 40^0 + m\angle BCD = 180^0$

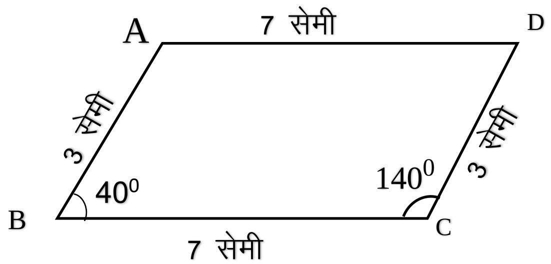
$\therefore m\angle BCD = 180^0 - 40^0$

$\therefore m\angle BCD = 140^0$

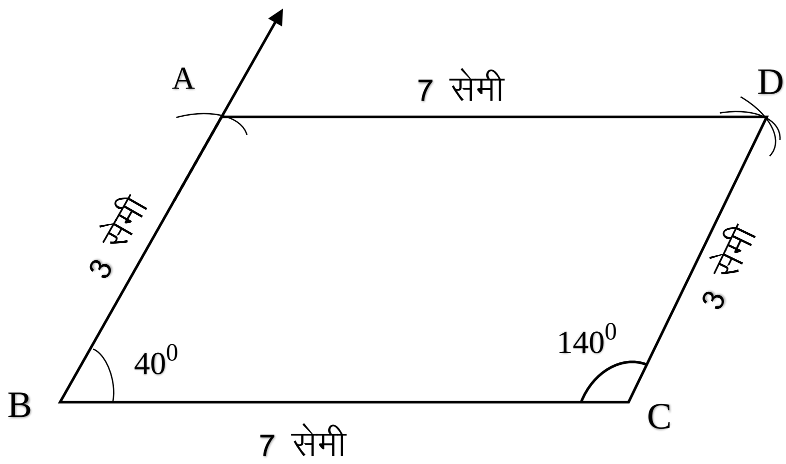
तसेच $l(AB) = l(CD) = 3$ सेमी आणि $l(BC) = l(AD) = 7$ सेमी

…(संमुख बाजू एकरुप असतात.)

कच्ची आकृती :



इष्ट आकृती :



4. एका चौकोनाच्या चार क्रमागत कोनांचे प्रमाण 1 : 2 : 3 : 4 आहे, तर तो कोणत्या प्रकाराचा चौकोन असेल? त्या चौकोनाच्या प्रत्येक कोनाचे माप काढा. कारण लिहा.

उकल :

□PQRS हा एक चौकोन मानू.

चौकोनाच्या चार क्रमागत कोनांचे प्रमाण 1: 2 : 3 : 4 दिले आहे

$\therefore m\angle P : m\angle Q : m\angle R : m\angle S = 1: 2 : 3 : 4$

$\therefore$ $\angle P, \angle Q, \angle R,$ व $\angle S$ यांची मापे अनुक्रमे, $x, 2x, 3x$ व $4x$ मानू.

चौकोनाच्या आंतरकोनांच्या मापांची बेरीज 360^0 असते.

$$\therefore x + 2x + 3x + 4x = 360$$

$$\therefore 10x = 360$$

$$\therefore x = \frac{360}{10}$$

$$\therefore x = 36.$$

$\therefore m\angle P = 36^0, m\angle Q = 2x = 2 \times 36^0 = 72^0,$

$m\angle R = 3x = 3 \times 36^0 = 108^0$ व $m\angle S = 4x = 4 \times 36^0 = 144^0$.

$m\angle P + m\angle S = 36^0 + 144^0 = 180^0$ व

$m\angle Q + m\angle R = 72^0 + 108^0 = 180^0$

जर आंतरकोन पूरक कोन असतील तर त्या बाजू समांतर असतात.

∴ बाजू **PQ** ‖ बाजू **SR.**

$m\angle P + m\angle Q = 36^0 + 72^0 = 108^0 \neq 180^0$

∴ बाजू **PS** ही बाजू **QR** ला समांतर नाही.

∴ □ **PQRS** च्या संमुख बाजूंची एकच जोडी समांतर आहे.

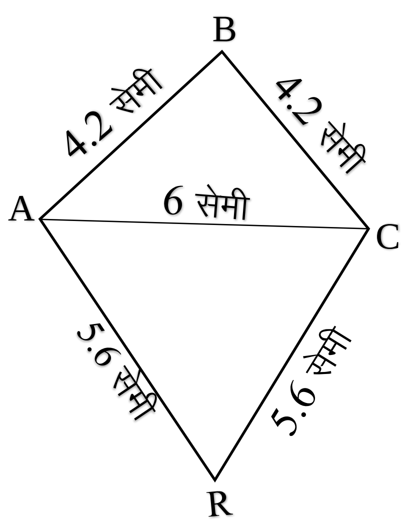
□ **PQRS** हा समलंब चौकोन आहे.

∴ दिलेला चौकोन हा समलंब चौकोन आहे; कारण संमुख बाजूंची एकच जोडी समांतर आहे.

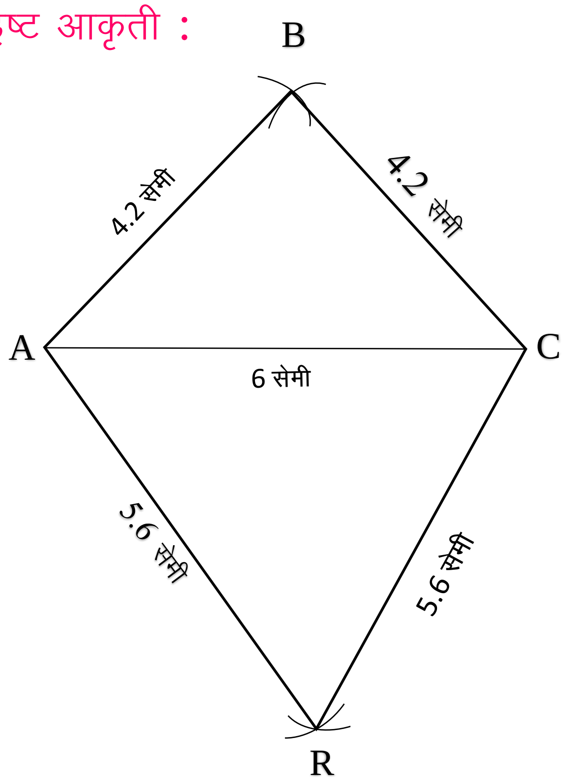
5. □BARC असा काढा की *l*(BA) = *l*(BC) = 4.2 सेमी, *l*(AC) = 6.0 सेमी, *l*(AR) = *l*(CR) = 5.6 सेमी.

उकल :

कच्ची आकृती :



इष्ट आकृती :

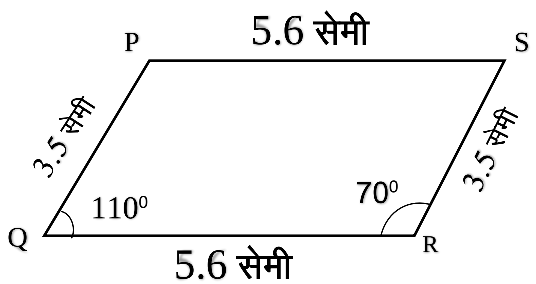


6. □PQRS असा काढा की *l*(PQ) = 3.5 सेमी, *l*(QR) = 5.6 सेमी, *l*(RS) = 3.5 सेमी, m∠Q = 110^0, m∠R = 70^0.

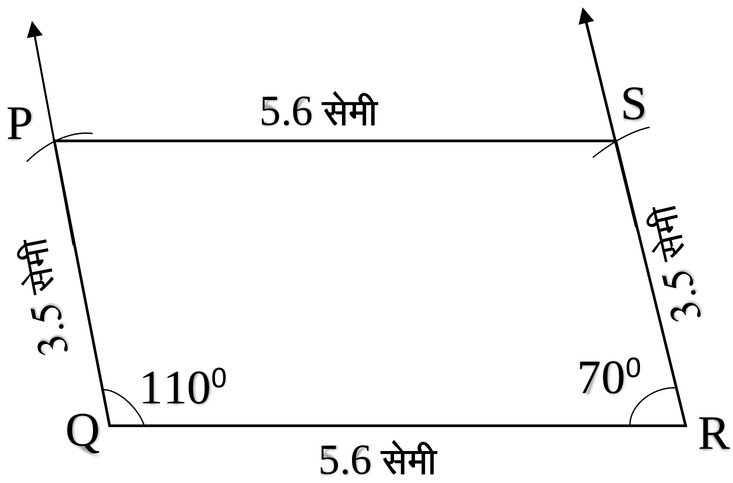
□PQRS समांतरभुज आहे ही माहिती दिल्यास वरीलपैकी कोणती माहिती देणे आवश्यक नाही ते लिहा.

उकल :

कच्ची आकृती :



इष्ट आकृती :



□**PQRS** समांतरभुज आहे ही माहिती दिल्यास,

(i) *l*(**RS**) = **3.5** सेमी या माहितीची आवश्यकता नाही;

कारण *l*(**RS**) = *l*(**PQ**). समांतरभुज चौकोनाच्या संमुख भुजा समान लांबीच्या असतात.

(ii) तसेच, $m\angle R = 70^0$ या माहितीची आवश्यकता नाही;

कारण $m\angle Q + m\angle R = 180^0$ …(आंतर कोन)

त्यामुळे ∠**Q** चे माप दिल्यास त्यावरुन ∠**R** चे माप काढता येईल.

*****