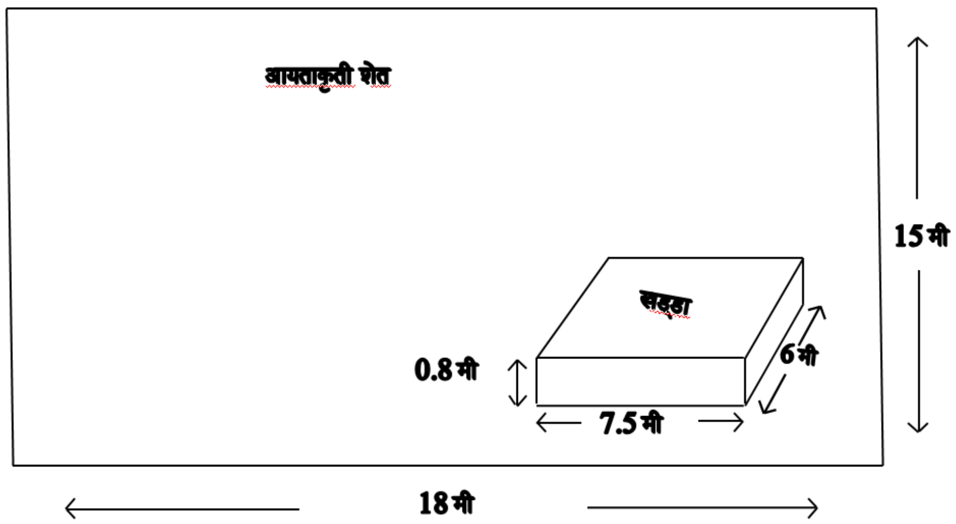
16. सरावासाठी अधिक प्रश्न

1.एका आयताकार शेतामध्ये **7.5** मी लांब, **6** मी रुंद आणि **0.8** मी खोल असा इष्टिकाचिती आकाराचा खड्डा खणून त्यातील माती **18** मी लांब आणि **15** मी रुंद आयताकार शेतात समान पसरली तर त्या मातीचा किती जाडीचा थर तयार होईल ?

उकल : शेताची लांबी **(L)** = **18** मी, शेताची रुंदी **(B)** = **15** मी,

खड्ड्याची लांबी **(*l*)** = **7.5** मी, खड्ड्याची रुंदी **(b)** = **6** मी.

खड्ड्याची उंची **(h)** = **0.8** मी.



पसरलेल्या मातीचे घनफळ = इष्टिकाचितीचे घनफळ

$= l \times b \times h$

$= 7.5 \times 6 \times 0.8$

= 36 मी^{3}

पसरलेल्या मातीचे क्षेत्रफळ = माती पसरलेल्या जमिनीचे क्षेत्रफळ = आयताकार शेताचे क्षेत्रफळ - इष्टिकाचिती आकाराच्या खड्ड्याचे क्षेत्रफळ

प्रथम आयताकार शेताचे क्षेत्रफळ काढू.

∴ आयताकार शेताचे क्षेत्रफळ = शेताची लांबी $\times$ शेताची रुंदी

$= 18 \times 15 = 270$ मी ...... **(I)**

आता इष्टिकाचिती आकाराच्या खड्ड्याचे क्षेत्रफळ काढू. परंतु इष्टिकाचितीचे पृष्ठ आयताकार असते.

∴ खड्ड्याचे क्षेत्रफळ = खड्ड्याची लांबी $\times$ खड्ड्याची रुंदी

$= 7.5 \times 6$

$= 45$ चौमी .... **(II)**

∴ पसरलेल्या मातीचे क्षेत्रफळ = आयताकार शेताचे क्षेत्रफळ – खड्ड्याचे क्षेत्रफळ

$= 270 - 45$ .... **[(I) व (II) वरुन]**

$= 225$ मी ^{2}

$$\therefore \text{पसरलेल्या मातीच्या थराची जाडी} = \frac{\text{पसरलेल्या मातीचे घनफळ}}{\text{पसरलेल्या मातीचे क्षेत्रफळ}}$$

$$= \frac{36 \text{ मी}^3}{225 \text{ मी}^2}$$

$$= \frac{4}{25} \text{ मी.}$$

$$= 0.16 \text{ मी.}$$

परंतु , 1 मी. = 100 सेमी

0.16 मीटरचे सेमीमध्ये रुपांतर करु,

∴ 0.16 मी. = 0.16×100 सेमी = 16 सेमी

∴ 16 सेमी जाडीचा मातीचा थर तयार होईल.

2. एका बंदिस्त लाकडी खोक्याच्या बाहेरील बाजूची लांबी 48 सेमी, रुंदी 36 सेमी व उंची 30 सेमी आहे. त्याची जाडी 1.5 सेमी आहे. तर 6 सेमी लांबी, 3 सेमी रुंदी व 0.75 सेमी उंचीच्या किती विटा लाकडी खोक्यामध्ये मावतील ?

उकल : बंदिस्त लाकडी खोक्याच्या बाहेरील बाजूची लांबी (L) = 48 सेमी,

रुंदी (B) = 36 सेमी, उंची (H) = 30 सेमी

लाकडी खोक्याची जाडी (t) = 1.5 सेमी

विटांची लांबी (l) = 6 सेमी, रुंदी (b) = 3 सेमी, उंची (h) = 0.75 सेमी

आता बंदिस्त लाकडी खोक्याच्या आतील बाजूची लांबी, रुंदी आणि उंची काढू.

∴ लांबी (l_1) = बंदिस्त लाकडी खोक्याच्या बाहेरील बाजूची लांबी − लाकडी खोक्याच्या 2 लांबी आणि 2 रुंदींची जाडी

$= L - 2t$

$= 48 - 2 \times 1.5$

$= 48 - 3$

= 45 सेमी

रुंदी (b_1) = बंदिस्त लाकडी खोक्याच्या बाहेरील बाजूची रुंदी − लाकडी खोक्याच्या 2 लांबी आणि 2 रुंदींची जाडी

$= B - 2t$

$= 36 - 2 \times 1.5$

$= 36 - 3$

= 33 सेमी

उंची (h_1) = बंदिस्त लाकडी खोक्याच्या बाहेरील बाजूची उंची − लाकडी खोक्याच्या 2 लांबी आणि 2 रुंदींची जाडी

$= H - 2t$

$= 30 - 2 \times 1.5$

$= 30 - 3$

= 27 सेमी

खोक्याचे घनफळ $= l_1 \times b_1 \times h_1$ .... (सूत्र)

= $(45 \times 33 \times 27)$ घसेमी .... (I)

एका विटेचे घनफळ = $l \times b \times h$ .... (सूत्र)

= $(6 \times 3 \times 0.75)$ घसेमी .... (II)

∴ विटांची संख्या = $\dfrac{\text{खोक्याचे घनफळ}}{\text{एका विटेचे घनफळ}}$

$= \dfrac{45 \times 33 \times 27}{6 \times 3 \times 0.75}$ .... (I) व (II) वरुन

$= \dfrac{45 \times 33 \times 9}{6 \times 0.75}$

$= \dfrac{45 \times 11 \times 9}{2 \times 0.75}$

$= \dfrac{45 \times 11 \times 9}{1.5}$

$$= \frac{45 \times 11 \times 9}{\frac{15}{10}} \ldots \left[1.5 = \frac{1.5}{1} = \frac{1.5 \times 10}{1 \times 10} = \frac{15}{10}\right]$$

$$= \frac{45 \times 11 \times 9 \times 10}{15}$$

$$= 3 \times 11 \times 9 \times 10$$

$$= 2970$$

∴ त्या लाकडी खोक्यामध्ये **2970** विटा मावतील.

3. 12 सेमी बाजू असलेला धातूचा एक भरीव घन वितळवून त्यापासून तीन लहान घन तयार केले. जर दोन लहान घनांच्या बाजूंची लांबी अनुक्रमे 6 सेमी आणि 8 सेमी असेल तर तिसऱ्या लहान घनाच्या बाजूची लांबी काढा.

उकल **:** भरीव घनाचे घनफळ **V,** भरीव घनाची बाजू a मानू.

लहान घनांच्या बाजू अनुक्रमे a_1, a_2, a_3, आणि त्यांचे घनफळ v_1, v_2, v_3 मानू.

$a = 12$ सेमी , $a_1 = 6$ सेमी , $a_2 = 8$ सेमी .... दिलेले आहे.

भरीव घनाचे घनफळ = तीन लहान घनांच्या घनफळांची बेरीज

$$\therefore V = v_1 + v_2 + v_3$$

घनाचे घनफळ = (बाजू)^3 .... सूत्र

∴ (बाजू)^3 $= a^3 = (a_1)^3 + (a_2)^3 + (a_3)^3$

$$\therefore (12)^3 = (6)^3 + (8)^3 + (a_3)^3$$

$$1728 = 216 + 512 + (a_3)^3$$

$$\therefore 1728 = 728 + (a_3)^3$$

$$\therefore (a_3)^3 = 1728 - 728$$

$$= 1000$$

$$(a_3)^3 = (10)^3$$

$\therefore \quad a_3 = 10$ सेमी

∴ तिसऱ्या लहान घनाची बाजू **10** सेमी असेल.

4. एका सभागृहाची रुंदी उंचीच्या दुप्पट आणि लांबीच्या निम्मी आहे. जर सभागृहाचे घनफळ **1728** घडेसी असेल तर त्याची मीटरमध्ये मिती काढा.

उकल **:** सभागृहाची लांबी l , रुंदी **b** , उंची **h** , आणि घनफळ **V** मानू.

सभागृहाची रुंदी उंचीच्या दुप्पट आहे.

∴ सभागृहाची रुंदी **(b) = 2h** $\quad \therefore h = \frac{b}{2}$

सभागृहाची रुंदी लांबीच्या निम्मी आहे म्हणजेच लांबी रुंदीच्या दुप्पट आहे.

∴ सभागृहाची लांबी **(l) = 2b**

सभागृहाचे घनफळ **1728** घडेसी दिलेले आहे.

सभागृहाचे घनफळ **(V)** $= l \times b \times h$

$$1728 = 2b \times b \times \frac{b}{2}$$

$$1728 = b \times b \times b$$

$$1728 = b^3$$

$$\therefore (12)^3 = b^3$$

$\therefore \quad b = 12$ डेसी

डेसी चे रुपांतर मीटरमध्ये करु.

1 डेसी = 0.1 मी

$\therefore b = \frac{12}{10}$ मी.

$\therefore b = 1.2$ मी.

∴ सभागृहाची रुंदी (b) 1.2 मी. आहे.

आता, सभागृहाची उंची = (h) $= \frac{b}{2}$

$= \frac{1.2}{2}$

$= 0.6$ मी.

∴ सभागृहाची उंची (h) 0.6 मी आहे.

सभागृहाची लांबी = l = 2b

$= 2. \times 1.2$

$= 2.4$ मी.

∴ सभागृहाची लांबी (l) 2.4 मी आहे.

∴ सभागृहाची मिती $2.4 \times 1.2 \times 0.6$ मी आहे.

टीप : या उदाहरणामध्ये इष्टिकाचितीची मिती म्हणजे इष्टिकाचितीची लांबी, रुंदी आणि उंची होय.

5. एका लाकडी घनाकृती कपाटाची बाजू **0.4** मी आहे. **8** सेमी लांबी, **4** सेमी रुंदी व **1** सेमी उंची असणारी किती पुस्तके त्या कपाटामध्ये बसतील ?

उकल : कपाटाची बाजू = 0.4 मी = 0.4×100 = 40 सेमी ....[1मी =100 सेमी]

पुस्तकाची लांबी (l) = 8 सेमी, रुंदी (b) = 4 सेमी, उंची (h) = 1 सेमी

कपाटाचे घनफळ = (बाजू)^3 = $(40)^3$

= $40 \times 40 \times 40$

= 64000 सेमी^{3}

एका पुस्तकाचे घनफळ = $l \times b \times h$

= $8 \times 4 \times 1$

= 32 सेमी^{3}

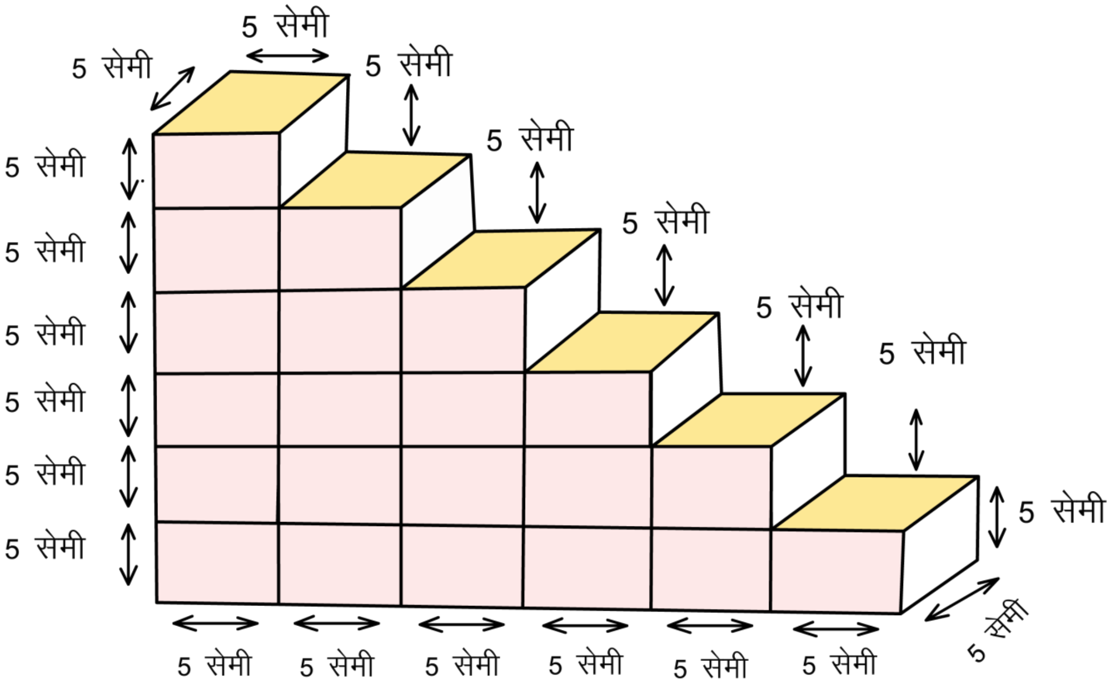
$\therefore$ पुस्तकांची संख्या = $\dfrac{\text{कपाटाचे घनफळ}}{\text{एका पुस्तकाचे घनफळ}}$

$= \dfrac{64000}{32}$

= 2000

$\therefore$ लाकडी कपाटामध्ये 2000 पुस्तके बसतील.

6. सोबतच्या आकृतीमध्ये प्रत्येक घनाची बाजू **5** सेमी आहे तर दिलेल्या आकृतीचे घनफळ काढा.



उकल **:** एका घनाची बाजू = **5** सेमी

$\therefore$ प्रत्येक घनाचे घनफळ = (बाजू)^3

$= (5)^3 = 5 \times 5 \times 5$

$= 125$ घसेमी

आकृतीमधील घनांची एकूण संख्या = **21**

$\therefore$ आकृतीचे एकूण घनफळ = घनांची एकूण संख्या $\times$ एका घनाचे घनफळ

$= 21 \times 125$

$= 2625$ घसेमी

$\therefore$ दिलेल्या आकृतीचे घनफळ **2625** घसेमी आहे.

7. एका पोकळ वृत्तचितीचा व्यास **25**सेमी, जाडी **0.25** सेमी आणि लांबी **15** सेमी आहे. ती वितळवून तेवढ्याच घनफळाची **2** सेमी व्यास असलेली भरीव वृत्तचिती तयार करायची असेल तर त्याची लांबी किती असेल **?**

उकल **:** पोकळ वृत्तचितीचा बाहेरील व्यास = **25** सेमी

$\therefore$ पोकळ वृत्तचितीची बाहेरील त्रिज्या **(R)** = $\frac{\text{व्यास}}{2}$

$= \frac{25}{2}$ = **12.5** सेमी

पोकळ वृत्तचितीचा जाडी **(t)** = **0.25** सेमी

$\therefore$ आतील वृत्तचितीची त्रिज्या **(r)**

= पोकळ वृत्तचितीची बाहेरील त्रिज्या – पोकळ वृत्तचितीची जाडी

= **12.5 – 0.25 = 12.25** सेमी

पोकळ वृत्तचितीची लांबी **(h)** = **15** सेमी

पोकळ वृत्तचितीचे घनफळ = पोकळ वृत्तचितीचे बाहेरील बाजूचे घनफळ – पोकळ वृत्तचितीच्या आतील बाजूचे घनफळ

$$= \pi R^2 h - \pi r^2 h$$

$\therefore$ पोकळ वृत्तचितीचे घनफळ $= \pi h\,(R^2 - r^2)$

$$= \pi \times 15\,[(12.5)^2 - (12.25)^2]$$

$$= 15\pi\ [(12.5 + 12.25)(12.5 - 12.25)$$

$$.....[\because a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$$

$$= 15\pi\ [(24.75)\ (0.25)]$$

$= 15\pi \times 6.1875$ सेमी^{3}...... (I)

आता, भरीव वृत्तचितीचा व्यास = 2 सेमी

∴ भरीव वृत्तचितीची त्रिज्या = $r_1 = \frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{2}{2}$

= 1 सेमी

भरीव वृत्तचितीची लांबी h_1 मानू.

भरीव वृत्तचितीचे घनफळ $= \pi r_1^2 h_1$

$$= \pi \times (1)^2 \times (h_1)$$

$$= \pi h_1\ ....\ (II)$$

पोकळ वृत्तचिती वितळवून तेवढ्याच घनफळाची भरीव वृत्तचिती तयार करण्याची अट आहे.

∴ समीकरण (I) आणि (II) वरुन

$$\therefore \pi h_1 = 15\pi \times 6.1875$$

$$\therefore \frac{\pi h_1}{\pi} = 15 \times 6.1875$$

$\therefore h_1 = 92.8185 \cong 93$ सेमी

∴ भरीव वृत्तचितीची लांबी 93 सेमी असेल.

8. एका वृत्तचितीच्या तळाची त्रिज्या **7** सेमी असून तिची उंची **20** सेमी आहे तर

(i) वृत्तचितीचे घनफळ काढा.

(ii) वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफळ काढा.

उकल : वृत्तचितीच्या तळाची त्रिज्या **(r) = 7** सेमी

उंची **(h) = 20** सेमी.

(i) वृत्तचितीचे घनफळ = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 20$$

$$= 22 \times 7 \times 20$$

= **3080** घसेमी

वृत्तचितीचे घनफळ **3080** घसेमी आहे.

(ii) वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफळ = $2\pi r\,(h + r)$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7\,(20 + 7)$$

$$= 2 \times 22 \times 27$$

= **1188** चौसेमी

वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफळ **1188** चौसेमी आहे.

9.एका वृत्तचितीची त्रिज्या आणि उंची यांचे गुणोत्तर **3:2** आहे. त्या वृत्तचितीचे घनफळ **19404** घसेमी असेल तर तिची त्रिज्या आणि उंची काढा.

उकल : वृत्तचितीची त्रिज्या आणि उंची यांचे गुणोत्तर = **3:2**

∴ वृत्तचितीची त्रिज्या $3x$ आणि उंची $2x$ मानू.

वृत्तचितीचे घनफळ = 19404 घसेमी

∴ वृत्तचितीचे घनफळ = $\pi r^2 h$

$$19404 = \frac{22}{7} \times (3x)^2 \times (2x)$$

$$= \frac{22}{7} \times 9x^2 \times 2x$$

$$= \frac{22 \times 18x^3}{7}$$

$$\therefore 19404 = \frac{396}{7} x^3$$

$$\therefore x^3 = \frac{19404 \times 7}{396}$$

$$= \frac{3234 \times 7}{66}$$

$$= \frac{539 \times 7}{11}$$

$$= 49 \times 7$$

$$\therefore x^3 = 7 \times 7 \times 7$$

∴ x = 7 सेमी

∴ वृत्तचितीची त्रिज्या = $3x = 3 \times 7 = 21$ सेमी

∴ वृत्तचितीची उंची = $2x = 2 \times 7 = 14$ सेमी

∴ वृत्तचितीची त्रिज्या 21 सेमी आणि उंची 14 सेमी आहे.

10.एका वृत्तचिती आकाराच्या पिंपाच्या तळाची त्रिज्या **154** सेमी आहे. त्यामध्ये **3** मीटरपर्यंत पाणी आहे जर त्या पिंपामध्ये **4.5** मीटरपर्यंत पाणी भरले तर त्या वाढलेल्या पाण्याचे घनफळ किलोलीटरमध्ये काढा.

उकल **:** येथे पिंपाच्या तळाची त्रिज्या = **154** सेमी

पिंपातील पाण्याची सुरुवातीची उंची = **3** मी

= **3** × **100** सेमी........ (∵ **1**मी = **100** सेमी)

∴ पाण्याचे घनफळ = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times (154)^2 \times 3 \times 100$$

$$= \frac{22}{7} \times 154 \times 154 \times 3 \times 100$$

= **22** × **22** × **154** × **3** × **100**

= **22360800** सेमी^{3}

पाण्याची उंची **4.5** मीटरपर्यंत वाढलेली आहे, ती h_1 मानू.

∴ **4.5** मीटरपर्यंत वाढलेल्या पाण्याचे घनफळ = $\pi r^2 h_1$

परंतु **4.5**मी = **4.5** × **100** सेमी

$$= \frac{22}{7} \times (154)^2 \times 4.5 \times 100$$

$$= \frac{22}{7} \times 154 \times 154 \times 4.5 \times 100$$

$= 22 \times 22 \times 154 \times 4.5 \times 100$

$= 33541200$ सेमी^{3}

∴ वाढलेल्या पाण्याचे घनफळ = 4.5 मी. पर्यंतच्या पाण्याचे घनफळ – 3 मी.पर्यंतच्या पाण्याचे घनफळ

$= 33541200 - 22360800$

$= 11180400$ घसेमी

प्रथम घसेमी चे रुपांतर लीटरमध्ये करु,

1000 घसेमी = 1लीटर

∴ वाढलेल्या पाण्याचे घनफळ = $\frac{11,180,400}{1000}$

$= 11,180.4$ लीटर

परंतु, वाढलेल्या पाण्याचे घनफळ किलोलीटरमध्ये काढण्यास सांगितले आहे.

म्हणून 11180.4 लीटरचे रुपांतर किलोलीटरमध्ये करु,

1किलोलीटर = 1000 लीटर

∴ वाढलेल्या पाण्याचे घनफळ = $\frac{11180.4}{1000}$ कि.ली.

$= \frac{11180.4 \times 10}{1000 \times 10}$ कि.ली.

$= \frac{111804}{10000}$ कि.ली.

$= 11.1804$ कि.ली.

∴ पिंपातील वाढलेल्या पाण्याचे घनफळ 11.1804 किली आहे.

11.एका इष्टिकाचिती आकाराच्या लाकडी खोक्याची झाकणासहितबाहेरील बाजूची लांबी 40 सेमी, रुंदी 34 सेमी, आणि उंची 30 सेमी आहे जर त्याची जाडी 1 सेमी असेल तर खोके तयार करण्यासाठी किती घसेमी लाकूड लागेल ?

उकल : घनाकृती लाकडी खोक्याची बाहेरील बाजूची लांबी = 40 सेमी,

रुंदी = 34 सेमी, उंची 30 सेमी

∴ खोक्याच्या बाहेरील बाजूचे घनफळ $= l \times b \times h$

$= 40 \times 34 \times 30$

$= 40800$घसेमी

खोक्याची जाडी 1 सेमी दिलेली आहे.

∴ खोक्याची आतील बाजूची लांबी $= (40 - 2) = 38$ सेमी

आतील बाजूची रुंदी $= (34 - 2) = 32$ सेमी

आतील बाजूची उंची $= (30 - 2) = 28$ सेमी

खोक्याचे आतील बाजूचे घनफळ $= l_1 \times b_1 \times h_1$

$= 38 \times 32 \times 28$

$= 34048$ घसेमी

∴ खोके बनविण्यासाठी लागणारे लाकूड =

खोक्याच्या बाहेरील बाजूचे घनफळ – खोक्याच्या आतील बाजूचे घनफळ

$= 40800 - 34048 = 6752$ घसेमी

∴ लाकडी खोके तयार करण्यासाठी 6752 घसेमी लाकूड लागेल.

12. एका दुकानाची लांबी **8** मी, रुंदी **3** मी आणि उंची **6** मी आहे. या दुकानात पिण्याच्या पाण्याच्या बाटल्यांची खोकी ठेवायची आहेत. त्या खोक्यांची लांबी **50** सेमी, रुंदी **20** सेमी, उंची **10** सेमी आहे तर त्या दुकानात जास्तीत जास्त किती खोकी बसू शकतील ?

उकल : **1** मी = **100** सेमी

दुकानाची लांबी **8** मी = **800** सेमी, रुंदी **3** मी = **300** सेमी, उंची **6** मी = **600** सेमी

∴ दुकानाचे घनफळ = $l \times b \times h = 800 \times 300 \times 600$ घसेमी

खोक्याची लांबी = **50** सेमी, रुंदी = **20** सेमी, उंची = **10** सेमी

∴ एका खोक्याचे घनफळ = $l_1 \times b_1 \times h_1$

= $50 \times 20 \times 10$ घसेमी

∴ खोक्यांची एकूण संख्या = $\frac{\text{दुकानाचे घनफळ}}{\text{एका खोक्याचे घनफळ}}$

$= \frac{800 \times 300 \times 600}{50 \times 20 \times 10}$

$= 800 \times 6 \times 3$

= **14,400**

∴ त्या दुकानामध्ये जास्तीत जास्त **14,400** खोकी बसतील.

13. 6 सेमी बाजू असलेल्या घनाचे 1 सेमी लांबीचे घन तयार होतील असे भाग केले तर मूळ घनाचे पृष्ठफळ आणि कापलेल्या घनांचे पृष्ठफळ यांचे गुणोत्तर किती असेल ?

उकल : मूळ घनाची बाजू = 6 सेमी

कापलेल्या घनांच्या बाजूची लांबी = 1सेमी

मूळ घनाचे घनफळ = (बाजू)^3 = $(6)^3$

$= 6 \times 6 \times 6$

= 216 घसेमी

कापलेल्या एका घनाचे घनफळ $(l_1)^3 = (1)^3 = 1$घसेमी

कापलेल्या घनांची संख्या = $\dfrac{\text{मूळ घनाचे घनफळ}}{\text{कापलेल्या एका घनाचे घनफळ}}$

$= \dfrac{216}{1}$

$= 216$

आता, मूळ घनाचे पृष्ठफळ $= 6l^2$

$= 6 \times (6)^2$

$= 6 \times 36$ चौसेमी....... (I)

कापलेल्या घनाचे पृष्ठफळ $= 6l_1^2 \times 216$

$= 6 \times (1)^2 \times 216$

$= 6 \times 216$ चौसेमी....... (II)

∴ मूळ घन आणि कापलेला घन यांच्या पृष्ठफळांचे गुणोत्तर

$= \frac{6 \times 36}{6 \times 216}$ .... [(I) व (II) वरुन]

$= \frac{1}{6}$

∴ मूळ घन आणि कापलेला घन यांच्या पृष्ठफळांचे गुणोत्तर 1:6 आहे.

14. एका घनाची प्रत्येक बाजू 20 % ने वाढविली तर घनाच्या घनफळात शेकडा किती वाढ होईल ?

उकल : घनाची बाजू 100 एकक मानू.

∴ घनाचे घनफळ $= (100)^3 = 100 \times 100 \times 100$

$= 1000000$ घनएकक

घनाची प्रत्येक बाजू 20 % ने वाढविली.

∴ नवीन घनाची बाजू $= 100 + 20 = 120$ एकक

∴ नवीन घनाचे घनफळ $= (120)^3 = 120 \times 120 \times 120$

$= 1728000$ घएकक

∴ घनाचे वाढलेले घनफळ $= 1728000 - 1000000$

$= 728000$

∴ घनाचे वाढलेले शेकडा घनफळ $= \frac{728000}{1000000} \times 100$

$= \frac{728}{10}$

$= 72.8$

∴ घनाच्या घनफळात शेकडा 72.8 ने वाढ होईल.

15. एक तोंड उघडे असलेल्या वृत्तचिती आकाराचे भांडे पूर्ण भरण्यासाठी **3080** घसेमी पाणी लागते. तेच भांडे **5** सेमीने कमी भरण्यासाठी **2310** घसेमी पाणी लागते तर

(i) भांड्याची त्रिज्या काढा.

(ii) भांड्याची उंची काढा.

(iii) पाण्याने भरलेल्या अर्ध्या भांड्याचे पृष्ठफळ काढा.

उकल **: (i)** वृत्तचितीची त्रिज्या **r** आणि उंची **h** मानू.

भांड्याच्या काठोकाठ मावणारे पाणी = **3080** घसेमी

भांड्याचे घनफळ = भांड्यात मावणारे पाणी

$$\therefore \quad \pi r^2 h = 3080$$

$$\therefore \frac{22}{7} \times r^2 \times h = 3080$$

$$\therefore r^2 \times h = \frac{3080 \times 7}{22}$$

$$\therefore r^2 \times h = 140 \times 7$$

$$\therefore r^2 \times h = 980 \ldots\ldots\ldots (I)$$

भांडे **5** सेमीने कमी भरण्यासाठी **2310** घसेमी पाणी लागते.

∴ **5** सेमी उंची कमी असलेल्या भांड्याचे घनफळ

= भांड्याच्या काठोकाठ मावणारे पाणी − भांडे **5** सेमीने कमी

भरण्यासाठी लागणारे पाणी = **3080 – 2310 = 770**

$$\therefore \pi r^2 h_1 = 770$$

$$\therefore \frac{22}{7} \times r^2 \times 5 = 770$$

$$\therefore r^2 = \frac{770 \times 7}{22 \times 5}$$

$$= \frac{70 \times 7}{2 \times 5}$$

$$= \frac{35 \times 7}{5}$$

$$\therefore r^2 = 7 \times 7$$

$\therefore$ r = 7 सेमी

$\therefore$ भांड्याची त्रिज्या 7 सेमी आहे.

(ii) r = 7 ही किंमत समीकरण **(I)** मध्ये ठेवू,

$$r^2 \times h = 980$$

$$\therefore (7)^2 \times h = 980$$

$$\therefore 49 \times h = 980$$

$$\therefore h = \frac{980}{49}$$

$$= \frac{140}{7}$$

$\therefore$ h = 20 सेमी

भांड्याची उंची 20 सेमी आहे.

(iii) अर्ध्या भांड्याची उंची h_2 मानू.

अर्ध्या भांड्याची उंची (h_2) $= \frac{h}{2} = \frac{20}{2} = 10$ सेमी

पाण्याने भरलेल्या अर्ध्या भांड्याचे पृष्ठफळ = भांड्याचे वक्रपृष्ठ + भांड्याच्या एका तोंडाचे क्षेत्रफळ

$$= 2\pi r h_2 + \pi r^2$$

$$= [2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 10] + [\frac{22}{7} \times 7 \times 7]$$

$= [2 \times 22 \times 10] + [22 \times 7]$

$= 440 + 154$

$= 594$ चौसेमी

∴ पाण्याने भरलेल्या अर्ध्या भांड्याचे पृष्ठफळ 594 चौसेमी आहे.

16.एका वृत्तचिती आकाराच्या पाण्याच्या टाकीचा व्यास **2.8** सेमी आणि उंची **4.2** मी आहे. त्या टाकीमध्ये **7** सेमी व्यास असलेल्या नळाने पाणी भरले जर पाण्याच्या प्रवाहाचा वेग **2 m /s** असेल तर ती टाकी पूर्ण भरण्यासाठी किती मिनिटे लागतील **?**

उकल **:** वृत्तचिती आकाराच्या पाण्याच्या टाकीचा व्यास = **2.8** सेमी

टाकीची त्रिज्या = $\frac{\text{व्यास}}{2}$

$= \frac{2.8}{2}$

$= 1.4$ मी

टाकीची उंची = **4.2** मी

∴ पाणी भरलेल्या टाकीचे घनफळ = $\pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \times 4.2$

$= 22 \times 0.2 \times 1.4 \times 4.2$

$= 25.872$ घमी....... **(I)**

नळाच्या पाईपचा व्यास $= 7$ सेमी

$\therefore$ नळाच्या पाईपची त्रिज्या(r_1) $= \dfrac{\text{व्यास}}{2} = \dfrac{7}{2}$ सेमी

नळाच्या पाईपची लांबी h_1 मानू.

$\therefore$ नळाच्या पाईपचे घनफळ $= \pi r_1^2\ h_1$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times h_1$$

$$= \frac{77}{2} h_1 \text{ घसेमी } \ldots\ldots\ldots \text{(II)}$$

$\therefore$ समीकरण (I) आणि (II) वरुन

पाणी भरलेल्या टाकीचे घनफळ = पाणी भरलेल्या नळाचे घनफळ

$$\therefore\ 25.872 \text{ घमी } = \frac{77}{2} h_1 \text{ घसेमी}$$

घमीटरचे घसेमी मध्ये रुपांतर करु

1घमी $= 100^3$ घसेमी

$$\therefore\ 25.872\ \times 100^3 \text{ घसेमी } = \frac{77}{2} h_1 \text{ घसेमी}$$

$$\therefore\ h_1 = \frac{25.872 \times 100^3 \times 2}{77}$$

$$\therefore\ h_1 = \frac{25.872 \times 100 \times 100 \times 100 \times 2}{77}$$

$$= \frac{3.696 \times 100 \times 100 \times 100 \times 2}{11}$$

$= 0.336 \times 100 \times 100 \times 100 \times 2$

$= 0.672 \times 100 \times 100 \times 100$

$= 67200$ घसेमी

परंतु पाण्याच्या प्रवाहाचा वेग 2 m / s मध्ये दिलेला आहे.

$\therefore$ 672000 घसेमीचे मीटरमध्ये रुपांतर करु.

1 मी = 100 सेमी

$\therefore h_1 = \frac{672000}{100}$

$\therefore h_1 = 6720$ मी.

पाण्याच्या प्रवाहाचा वेग 2 m / s असताना लागणारा वेळ

$= \frac{6720}{60 \times 2}$ .... (1मिनिट = 60 सेकंद)

$= \frac{112}{2}$

= 56 मिनिटे

$\therefore$ पाण्याची टाकी पूर्ण भरण्यासाठी 56 मिनिटे लागतील.

17.एका वृत्तचिती आकाराच्या पिंपाच्या तळाचा व्यास **84** सेमी आहे. त्यामध्ये पाणी आहे. त्या पाण्यात **44** सेमी लांब , **42** सेमी रुंद आणि **21** सेमी उंच असलेला धातूचा ठोकळा टाकला असता पिंपातील पाण्याची उंची किती वाढेल **?**

उकल **:**

धातूच्या ठोकळ्यांची लांबी = **44** सेमी, रुंदी = **42** सेमी, उंची = **21** सेमी

∴ धातूच्या ठोकळ्याचे घनफळ $= lbh$

$= 44 \times 42 \times 21 \ldots\ldots (I)$

पिंपाच्या तळाचा व्यास = **84** सेमी

∴ तळाची त्रिज्या (r_1) $= \dfrac{\text{व्यास}}{2} = \dfrac{84}{2} = 42$ सेमी

पिंपातील पाण्याची उंची h_1 मानू.

∴ पिंपातील पाण्याचे घनफळ $= \pi r_1^2 h_1$

$= \dfrac{22}{7} \times 42 \times 42 \times h_1$

$= 22 \times 6 \times 42 \times h_1 \ldots\ldots (II)$

∴ समीकरण **(I)** आणि **(II)** वरुन

धातूच्या ठोकळ्याचे घनफळ = पिंपातील पाण्याचे घनफळ

$$44 \times 42 \times 21 = 22 \times 6 \times 42 \times h_1$$

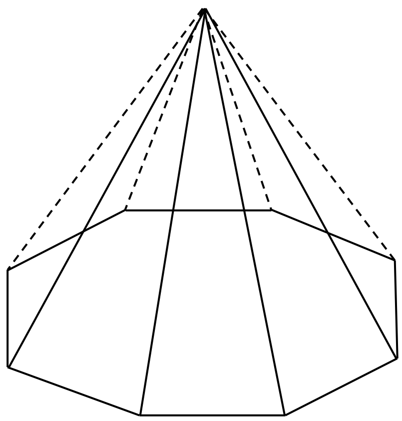
$$\therefore \quad h_1 = \frac{44 \times 42 \times 21}{22 \times 6 \times 42}$$

$$\therefore \quad h_1 = 7$$ सेमी

∴ पिंपातील पाण्याची उंची 7 सेमी ने वाढेल.

18. अष्टकोनी सूचीची आकृती काढा त्यात पृष्ठे (F) शिरोबिंदू (V) , कडा (E) मोजा आणि ऑयलरच्या सूत्राचा पडताळा घ्या.

उत्तर : नाव : अष्टकोनी सूची



अष्टकोनी सूचीची पृष्ठे (F) = 9 , शिरोबिंदू (V) = 9 , कडा (E) = 16

ऑयलरचे सूत्र = $V + F = E + 2$

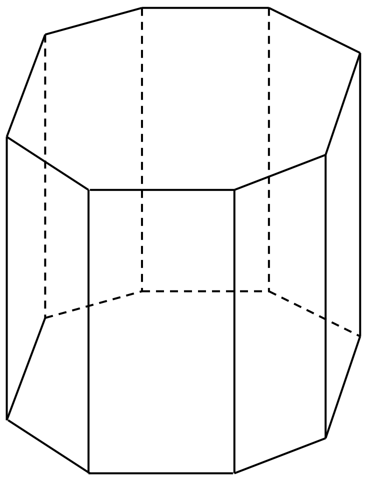
$$\therefore \quad 9 + 9 = 16 + 2$$

$$\therefore \quad 18 = 18 \ldots\ldots\ldots (I)$$

∴ (I) वरुन ऑयलरच्या सूत्राचा पडताळा येतो.

19. अष्टकोनी चितीची आकृती काढा त्यात पृष्ठे **(F)** , शिरोबिंदू **(V)** , कडा **(E)** मोजा आणि ऑयलरच्या सूत्राचा पडताळा घ्या.

उत्तर :



अष्टकोनी चितीची पृष्ठे **(F) = 10** , शिरोबिंदू **(V) = 16** , कडा **(E) = 24**

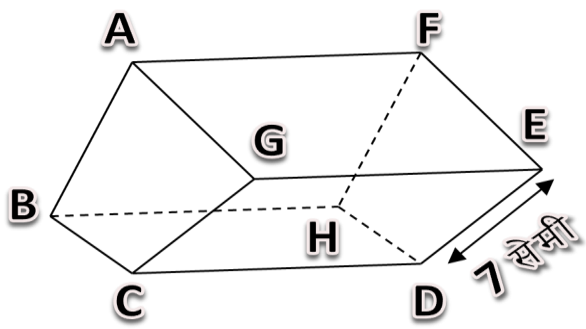
ऑयलरचे सूत्र $= V + F \quad = E + 2$

$= 16 + 10 = 24 + 2$

$\therefore \; 26 = 26 ......(I)$

$\therefore$ **(I)** वरुन ऑयलरच्या सूत्राचा पडताळा येतो.

20. सोबतच्या आकृतीमध्ये **A (BCDH) = 45** चौसेमी, l **(DE) = 7** सेमी आहे तर तळाचे क्षेत्रफळ × उंची या सूत्राचा उपयोग करुन घनफळ काढा.



उत्तर :

A (BCDH) = तळाचे क्षेत्रफळ = **45** चौसेमी,

l **(DE)** = उंची = **7** सेमी

∴ दिलेल्या आकृतीचे घनफळ = तळाचे क्षेत्रफळ × उंची

= **45 × 7**

= **315** घसेमी

∴ दिलेल्या आकृतीचे घनफळ **315** घसेमी आहे.

21. एका वृत्तचितीची त्रिज्या 3 सेमी, उंची 4 सेमी आणि दुसऱ्या वृत्तचितीची त्रिज्या 2 सेमी, उंची 9 सेमी आहे. तर

(I) त्यांचे घनफळ काढा. निरीक्षण नोंदवा

(II) त्यांचे वक्र पृष्ठफळ काढा. निरीक्षण नोंदवा.

उकल : **(I)** पहिल्या वृत्तचितीची त्रिज्या $(r) = 3$ सेमी आणि उंची $(h) = 4$ सेमी

$\therefore$ पहिल्या वृत्तचितीचे घनफळ $= \pi r^2 h$

$= \pi \times 9 \times 4$

$= 36\pi$ ....(I)

दुसऱ्या वृत्तचितीची त्रिज्या $(r_1) = 2$ सेमी आणि उंची $(h_1) = 9$ सेमी

दुसऱ्या वृत्तचितीचे घनफळ $= \pi r_1^2 h_1$

$= \pi \times 4 \times 9$

$= 36\pi$ .... (II)

निरीक्षण :

$\therefore$ (I) व (II) वरुन दोन वृत्तचितींचे घनफळ समान आहे.

(II) पहिल्या वृत्तचितीची त्रिज्या $(r) = 3$ सेमी आणि उंची $(h) = 4$ सेमी

$\therefore$ पहिल्या वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ $= 2\pi rh$

$= 2 \times \pi \times 3 \times 4$

$= 24\pi$ .... (III)

दुसऱ्या वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ $= 2\pi r_1 h_1$

$= 2 \times \pi \times 2 \times 9$

$= 36\pi$ .... (IV)

निरीक्षण :

(III) व (IV) वरुन दोन वृत्तचितींचे वक्रपृष्ठफळ वेगवेगळी आहेत.

22. एका सभागृहाची लांबी 70 मी, रुंदी 25 मी आणि उंची 18 मी आहे. प्रत्येक माणसाला 90 घमी हवा लागते. तर त्या सभागृहात एकूण किती माणसे बसू शकतील हे काढण्यासाठी खाली दिलेली कृती पूर्ण करा.

सभागृहाची लांबी = □ मी, रुंदी = □ मी, उंची = □ मी आहे.

सभागृहाचे घनफळ = लांबी × रुंदी × उंची

= □ × □ × □

प्रत्येक माणसाला 90 घमी हवा लागते

माणसांची संख्या = $\dfrac{\text{सभागृहाचे घनफळ}}{\square}$

$= \dfrac{\square \times \square \times \square}{\square}$

= □

∴ सभागृहात □ माणसे बसू शकतील.

उकल :

सभागृहाची लांबी = $\boxed{70}$ मी, रुंदी = $\boxed{25}$ मी, उंची = $\boxed{18}$ मी आहे.

सभागृहाचे घनफळ = लांबी × रुंदी × उंची

= $\boxed{70} \times \boxed{25} \times \boxed{18}$

प्रत्येक माणसाला 90 घमी हवा लागते

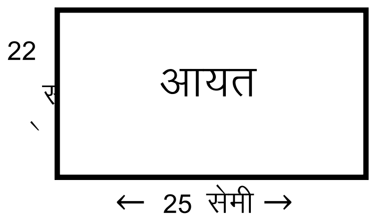
∴ माणसांची संख्या = $\dfrac{\text{सभागृहाचे घनफळ}}{\boxed{\text{एका माणसाला लागणाऱ्या हवेचे घनफळ}}}$

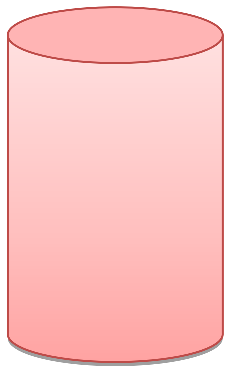
$$= \frac{\boxed{70} \times \boxed{25} \times \boxed{18}}{\boxed{90}}$$

$$= \boxed{350}$$

∴ सभागृहात $\boxed{350}$ माणसे बसू शकतील.

23. 25 सेमी लांबी आणि 22 सेमी रुंदी असलेला एक आयताकृती कागद त्याच्या लांबीच्या बाजूने गुंडाळला, असता तयार होणाऱ्या आकाराचे वक्रपृष्ठफळ काढण्यासाठी खाली कृती दिली आहे ती पूर्ण करा :





वृत्तचिती

आयताकृती कागद त्याच्या लांबीच्या बाजूने गुंडाळला असता .... तयार होते.

आयताची लांबी = $\boxed{}$ सेमी, आयताची रुंदी = $\boxed{}$ सेमी

वृत्तचितीच्या वर्तुळाचा तळाचा परीघ = आयताची लांबी

$$2\pi r = \boxed{} \text{ सेमी}$$

$$\therefore r = \frac{1}{2} \times \boxed{} \times \boxed{}$$

$\therefore r = \square$ सेमी

आता, वृत्तचितीची उंची = आयताची रुंदी

$\therefore h = \square$ सेमी

वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ $= 2 \times \square$ ……. (सूत्र)

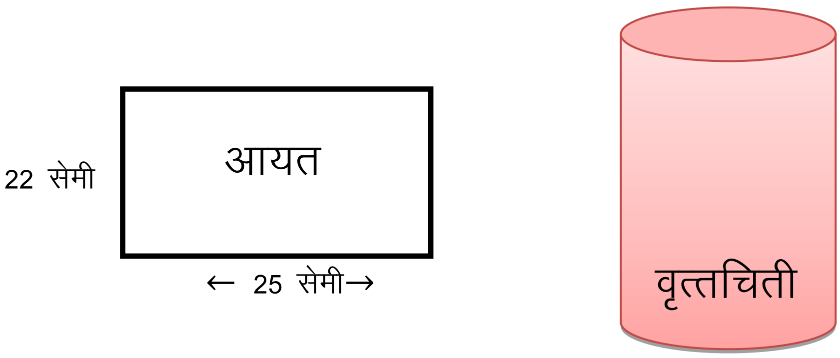
$= 2 \times \frac{22}{7} \times \square \times \square$

$= \square \times 22$

$= \square$ चौसेमी

$\therefore$ वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ $\square$ चौसेमी आहे.

उकल :



आयताकृती कागद त्याच्या लांबीच्या बाजूने गुंडाळला असता वृत्तचिती तयार होते.

आयताची लांबी = $\boxed{25}$ सेमी, आयताची रुंदी = $\boxed{22}$ सेमी

वृत्तचितीच्या वर्तुळाचा तळाचा परीघ = आयताची लांबी

$$2\pi r = \boxed{25} \text{ सेमी}$$

$$\therefore r = \frac{1}{2} \times \boxed{\frac{7}{22}} \times \boxed{25}$$

$$\therefore r = \boxed{\frac{175}{44}} \text{ सेमी}$$

आता, वृत्तचितीची उंची = आयताची रुंदी

$$\therefore \mathbf{h} = \boxed{22} \text{ सेमी}$$

वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ $= 2 \times \boxed{\pi r h}$ ... (सूत्र)

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \boxed{\frac{175}{44}} \times \boxed{22}$$

$$= \boxed{25} \times 22$$

$$= \boxed{550} \text{ चौसेमी}$$

$\therefore$ वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ $\boxed{550}$ चौसेमी आहे.

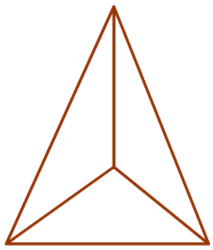
24. खाली दिलेली सारणी पूर्ण करा. त्यामध्ये N = आकृतीचे नाव, F = पृष्ठे, V = शिरोबिंदू, E = कडा लिहा. ऑयलरच्या सूत्राचा पडताळा घ्या.

N :

F :

V :

E :



सूत्र : V + F = E + 2

∴ ____ = ____ + 2

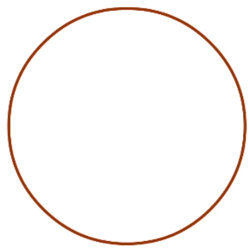
पडताळा : ....

N :

F :

V :

E :



सूत्र : V + F = E + 2

∴ ____ = ____ + 2

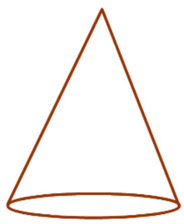
पडताळा : ....

N : शंकू

F :

V :

E :



सूत्र : V + F = E + 2

∴ ____ = ____ + 2

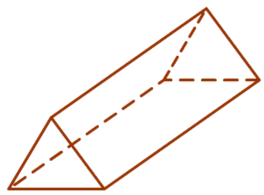
पडताळा : ....

N :

F :

V :

E :



सूत्र : V + F = E + 2

∴ ____ = ____ + 2

पडताळा : ....

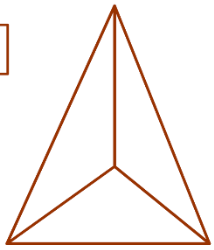
उत्तर :

N : त्रिकोण सूची

F : 4

V : 4

E : 6



सूत्र : $V + F = E + 2$

$\therefore 4 + 4 = 6 + 2$

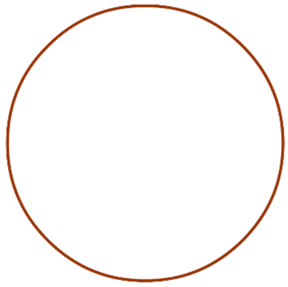
पडताळा : येतो

N : वर्तुळ

F : 1

V : 0

E : 1



सूत्र : $V + F = E + 2$

$\therefore 0 + 1 \neq 1 + 2$

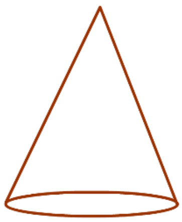
पडताळा : येत नाही

N : शंकू

F : 2

V : 1

E : 1



सूत्र : $V + F = E + 2$

$\therefore 1 + 2 = 1 + 2$

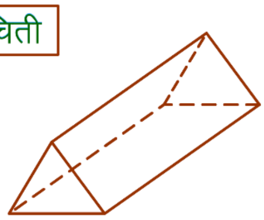
पडताळा : येतो

N : त्रिकोण चिती

F : 5

V : 6

E : 9



सूत्र : $V + F = E + 2$

$\therefore 6 + 5 = 9 + 2$

पडताळा : येतो

25. खालील विधाने चूक की बरोबर ते लिहा.

1) घनाकृतीने अवकाशातील व्यापलेल्या जागेचे माप म्हणजे त्या घनाकृतीचे पृष्ठफळ असते.

उत्तर : चूक : घनाकृती अवकाशातील व्यापलेल्या जागेचे माप म्हणजे त्या घनाकृतीचे घनफळ असते.

2) द्रवाचे आकारमान म्हणजेच द्रवाचे घनफळ असते.

उत्तर : बरोबर.

3) 1 सेमी बाजू असलेल्या घनामध्ये मावणाऱ्या पाण्याचे आकारमान 1 लीटर असते.

उत्तर : चूक : 1 सेमी बाजू असलेल्या घनामध्ये मावणाऱ्या पाण्याचे आकारमान 1 मिली असते.

4) लांबी, रुंदी आणि उंची समान असणाऱ्या आकृतीला इष्टिकाचिती म्हणतात.

उत्तर : चूक : लांबी, रुंदी आणि उंची समान असणाऱ्या आकृतीला घन म्हणतात.

5) बंदिस्त वृत्तचितीच्या तळाचे पृष्ठ आणि वरचे पृष्ठ वर्तुळाकार असते.

उत्तर : बरोबर.

6) घनाची बाजू दुप्पट केल्यास त्याचे घनफळ नऊपट होते.

उत्तर : चूक : घनाची बाजू दुप्पट केल्यास त्याचे घनफळ आठपट होते.

7) घनाची बाजू तिप्पट केल्यास त्याचे घनफळ सत्तावीस पट होते.

उत्तर : बरोबर.

8) घनांच्या दोन पृष्ठफळाचे क्षेत्रफळ समान असते.

उत्तर : बरोबर.

9) इष्टिकाचितीच्या दोन पृष्ठांचे क्षेत्रफळ समान असते.

उत्तर : चूक : इष्टिकाचितीचे पृष्ठे आयताकार असतात. त्यामुळे इष्टिकाचितीच्या समोरासमोरील पृष्ठांचे क्षेत्रफळे समान असतात.

10) दोन इष्टिकाचितींचे घनफळ समान असेल तर त्यांचे पृष्ठफळ वेगवेगळे असते.

उत्तर : बरोबर.

11) दोन वृत्तचितींचे घनफळ समान असेल तर त्यांचे वक्रपृष्ठफळ समान असते.

उत्तर : चूक :

वृत्तचितीचे घनफळ = $\pi r^2 h$ .... (I)

वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ = $2\pi rh$ .... (II)

∴ (I) व (II) वरुन दोन वृत्तचितीचे घनफळ आणि वक्रपृष्ठफळ यांची सूत्रे वेगवेगळी आहेत म्हणून दोन वृत्तचितींचे घनफळ समान असेल तर त्यांचे वक्रपृष्ठफळ वेगवेगळी असतात.

26. खालील जोड्या जुळवा.

A.

‘अ’ गट	‘ब’ गट
(1) इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ	(a) $2\pi r$ (h + r)
(2) घनाचे एकूण पृष्ठफळ	(b) $(\text{बाजू})^3$
(3) घनाचे घनफळ	(c) $2\pi rh$
(4) इष्टिकाचितीचे घनफळ	(d) V + F = E + 2
(5) वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ	(e) $6l^2$
(6) वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफळ	(f) लांबी × रुंदी × उंची
(7) वृत्तचितीचे घनफळ	(g) $2(lb + bh + lh)$
(8) ऑयलरचे सूत्र	(h) πr^2h

उत्तर :

‘अ’ गट	‘ब’ गट
(1) इष्टिकाचितीचे एकूण पृष्ठफळ	(g) $2(lb + bh + lh)$
(2)घनाचे एकूण पृष्ठफळ	(e) $6l^2$
(3)घनाचे घनफळ	(b) $(\text{बाजू})^3$
(4) इष्टिकाचितीचे घनफळ	(f) लांबी × रुंदी × उंची
(5) वृत्तचितीचे वक्रपृष्ठफळ	(c) $2\pi rh$
(6) वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफळ	(a) $2\pi r$ (h + r)
(7) वृत्तचितीचे घनफळ	(h) πr^2h
(8) ऑयलरचे सूत्र	(d) V + F = E + 2

B.

‘अ’ गट	‘ब’ गट
(1) 1 घनमीटर	(a) 1 मिलिलीटर
(2) 1 लीटर	(b) 1 घनमीटर
(3) 1000 लीटर	(c) 10,00,000 घनसेमी
(4) 1 घनसेमी	(d) 1 घन डेसेमी

उत्तर :

‘अ’ गट	‘ब’ गट
(1) 1 घनमीटर	(c) 10,00,000 घनसेमी
(2) 1 लीटर	(d) 1 घन डेसेमी
(3) 1000 लीटर	(b) 1 घनमीटर
(4) 1 घनसेमी	(a) 1 मिलिलीटर

*****