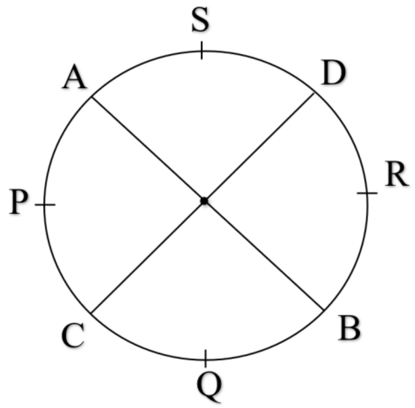
17. सरावासाठी अधिक प्रश्न



O केंद्र असलेल्या वर्तुळाचे रेख AB व रेख CD हे व्यास आहेत. जर $m\angle AOC = 65^0$ असेल तर खालील कंसांची मापे काढा.

(i) कंस BRD (ii) कंस ASD (iii) कंस CQB

(iv) कंस APC (v) कंस ADC (vi) कंस ACD

उकल : $m\angle AOC = 65^0$

(i) कंस BRD चे माप = m (कंस BRD)

$= m\angle BOD$....... (संगत केंद्रीय कोन)

$= m\angle AOC$....... (परस्पर विरुद्ध कोन)

$= 65^0$

(ii) कंस ASD चे माप = m (कंस ASD)

$= m\angle AOD$

$= 180^0 - m\angle AOC$...(रेषीय जोडीतील कोन)

$= 180 - 65^0$

$= 115^0$

(iii) कंस CQB चे माप = m (कंस CQB)

$= m\angle COB$

$= 180^0 - m\angle AOC$......(रेषीय जोडीतील कोन)

$= 180^0 - 65^0$

$= 115^0$

(iv) कंस APC चे माप = m (कंस APC)

$= m\angle AOC$

$= 65^0$........ (दिलेले आहे)

(v) कंस ADC चे माप = m (कंस ADC)

$= 360^0 -$ m (कंस APC)

$= 360^0 - m\angle AOC$

$= 360^0 - 65^0$

$= 295^0$

(vi) कंस ACD चे माप = m (कंस ACD)

$= 360^0 -$ m (कंस ASD)

$= 360^0 - m\angle AOD$

परंतु $m\angle AOD = 180 - m\angle AOC$......(रेषीय जोडीतील कोन)

$= 360 - (180 - m\angle AOC)$

$= 360^0 - 180 + m\angle AOC$

$= 180^0 - m\angle AOC$

$= 180^0 + 65^0$

$= 245^0$

∴ कंसांची मापे खालीलप्रमाणे आहेत :

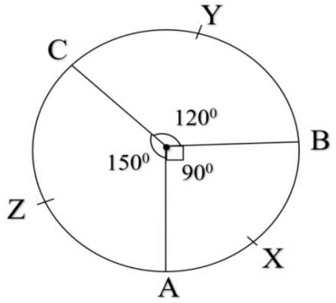
(i) कंस BRD = 65^0 (ii) कंस ASD = 115^0 (iii) कंस CQB = 115^0

(iv) कंस APC = 65^0 (v) कंस ADC = 295^0 (vi) कंस ACD = 245^0

2. शेजारील आकृतीमध्ये रेख **OA ,** रेख **OB** आणि रेख **OC** या केंद्र **O** असलेल्या वर्तुळाच्या त्रिज्या आहेत.

जर रेख **OB ⊥** रेख **OA** आणि **m ∠ BOC = 120^0**

तर खालील कंसांची मापे काढा.



(i) m (कंस AXB) (ii) m (कंस BYC) (iii) m (कंस CZA)

(iv) m (कंस ABC) (v) m (कंस BAC) (vi) m (कंस BCA)

उकल : दिलेल्या बाबी :

m ∠ BOC = 120^0 , m ∠ AOC = 150^0, m ∠ (AOB) = 90^0

(i) m (कंस AXB) = m ∠ AOB = 90^0...... (दिलेले आहे.)

(ii) m (कंस BYC) = m ∠ BOC = 120^0...... (दिलेले आहे.)

(iii) m (कंस CZA) = m ∠ AOC = 150^0...... (दिलेले आहे.)

(iv) m (कंस ABC) = 360^0 – m (कंस CZA)

= 360^0 – m (∠ AOC)

= 360^0 – 150^0

= 210^0

(v) m (कंस BAC) = 360^0 – m (कंस BYC)

= 360^0 – m ∠ BOC

$= 360^0 - 120^0$

$= 240^0$

(vi) m (कंस BCA) = 360^0 – m (कंस AXB)

$= 360^0 - m\angle AOB$

$= 360^0 - 90^0$

$= 270^0$

∴ कंसांची मापे खालीलप्रमाणे आहेत :

(i) m (कंस AXB) = 90^0 **(ii) m (कंस BYC) = 120^0**

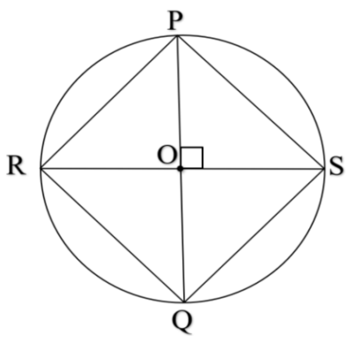
(iii) m (कंस CZA) = 150^0 **(iv) m (कंस ABC) = 210^0**

(v) m (कंस BAC) = 240^0 **(vi) m (कंस BCA) = 270^0**

3. केंद्र **O** असलेल्या वर्तुळाचे रेख **PQ** आणि रेख **RS** हे व्यास काटकोनात छेदतात. त्यावरुन

(i) जीवा **PS** ≅ जीवा **SQ** हे दाखवा.

(ii) जीवा **PR** ≅ जीवा **RQ** हे दाखवा.



उकल : **(i)** केंद्र **O** असलेल्या वर्तुळाचे रेख **PQ** आणि रेख **RS** हे व्यास काटकोनात छेदतात.

∴ रेख **PQ** ⊥ रेख **RS**

$\therefore m\angle POS = m\angle SOQ = m\angle QOR = m\angle ROP = 90^0$

$m\angle POS = m\angle SOQ = 90^0$

∴ **m** कंस **PS** = **m** कंस **SQ......** (समान मापाचे कंस)

∴ कंस PS ≅ कंस SQ

∴ जीवा PS ≅ जीवा SQ......(एका वर्तुळाच्या एकरुप कंसांशी निगडित असलेल्या जीवा एकरुप असतात.)

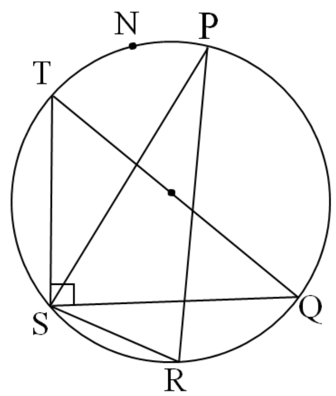
(ii) $m\angle POR = m\angle ROQ = 90^0$

∴ m कंस PR = m कंस RQ...... (समान मापाचे कंस)

∴ कंस PR ≅ कंस RQ

∴ जीवा PR ≅ जीवा RQ......(एका वर्तुळाच्या एकरुप कंसांशी निगडित असलेल्या जीवा एकरुप असतात.)

4. सोबतच्या आकृतीचे निरीक्षण करुन खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.



(i) काटकोन त्रिकोणाचे नाव लिहा.

(ii) कंस SRQ शी निगडित कोनाचे नाव लिहा.

(iii) कंस SNP ने तयार केलेला कोन कोणता ?

(iv) कंस TPQ ने तयार केलेला कोन कोणता ?

(v) कंस SR ने तयार झालेला कोन कोणता ?

(vi) कंस PQ शी निगडित कोन कोणता ?

उकल : **(i)** आकृतीमध्ये, ∠ TSQ हा काटकोन त्रिकोण आहे कारण $m\angle TSQ = 90^0$

(ii) ∠ STQ हा कंस SRQ शी निगडित कोन आहे.

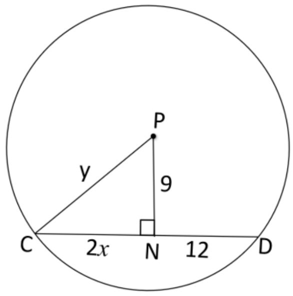
(iii) ∠ PRS हा कंस SNP ने तयार केलेला कोन आहे.

(iv) कंस TPQ ने तयार केलेला ∠ TSQ हा आहे.

(v) कंस **SR** ने तयार केलेला ∠ **SPR** हा आहे.

(vi) ∠ **PSQ** हा कंस **PQ** शी निगडित कोन आहे.

5. आकृतीमध्ये, केंद्र **P** असलेल्या वर्तुळाची जीवा **CD** चा **N** हा मध्यबिंदू आहे. $l(CN) = 2x$, $l(ND) = 12$, $l(PN) = 9$ आणि $l(PC) = y$ तर x व y च्या किंमती काढा.



उकल : **P** केंद्र असलेल्या वर्तुळात रेख **CD** ही जीवा आहे.

रेख **PN** ⊥ जीवा **CD**

∴ बिंदू **N** हा जीवा **CD** चा मध्यबिंदू आहे....... (वर्तुळ जीवा गुणधर्म)

∴ $l(CN) = l(ND)$

परंतु $l(CN) = 2x$, $l(ND) = 12$..... (दिलेले आहे.)

∴ $2x = 12$

∴ $\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$ .... (दोन्हीं बाजूला 2 ने भागू.)

∴ $x = 6$

∴ $CN = 2x = 2 \times 6 = 12$

Δ **PNC** हा काटकोन त्रिकोण आहे.

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$(CP)^2 = (PN)^2 + (CN)^2$

∴ $y^2 = (9)^2 + (12)^2$

∴ $y^2 = 81 + 144$

∴ $y^2 = 225$

$\therefore\ y^2 = (15)^2$

$\therefore\ y = 15$

$\therefore\ x = 12$ आणि $y = 15.$

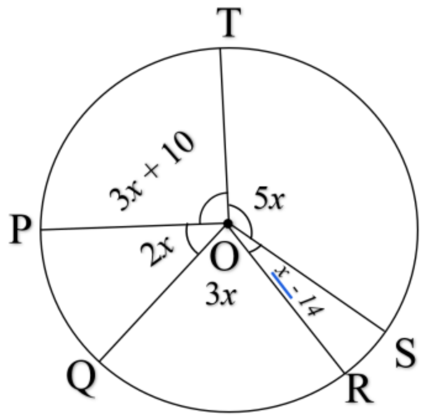
6. सोबतच्या आकृतीमध्ये, O हे वर्तुळकेंद्र आहे.

$m\angle POQ = 2x$, $m\angle QOR = 3x$,

$m\angle ROS = x - 14$, $m\angle TOS = 5x$,

$m\angle POT = 3x + 10$, तर x ची किंमत काढा.

त्यावरुन सर्व कोनांची मापे लिहा.



उकल : पूर्ण वर्तुळाचे माप 360^0 असते.

$m\angle POQ = 2x$, $m\angle QOR = 3x$, $m\angle ROS = x - 14$,

$m\angle TOS = 5x$, $m\angle POT = 3x + 10$

$\therefore\ m\angle POQ + m\angle QOR + m\angle ROS + m\angle TOS + m\angle POT = 360$

$\therefore\ 2x + 3x + (x - 14) + 5x + (3x + 10) = 360$

$\therefore\ 14x - 14 + 10 = 360$

$\therefore\ 14x - 4 = 360$

$\therefore\ 14x = 360 + 4$

$\therefore\ 14x = 364$

$\therefore\ x = \frac{364}{14}$

$\therefore\ x = 26$

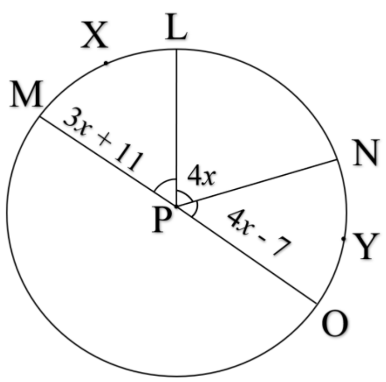
$\therefore\ m\angle POQ = 2x = 2 \times 26 = 52^0$

$\therefore$ m $\angle$ QOR = $3x$ = $3 \times 26 = 78^0$

$\therefore$ m $\angle$ ROS = $x - 14 = 26 - 14 = 12^0$

$\therefore$ m $\angle$ TOS = $5x = 5 \times 26 = 130^0$

$\therefore$ m $\angle$ POT = $3x + 10 = 3 \times 26 + 10 = 88^0$



7. शेजारच्या आकृतीमध्ये, **P** हे वर्तुळकेंद्र आहे.

m $\angle$ MPL = $3x - 11$, m $\angle$ LPN = $4x$,

m $\angle$ NPO = $4x - 7$, तर खालील कंसांची मापे काढा.

(i) m (कंस MXL) , **(ii) m (कंस NYO) ,**

(iii) m (कंस MON) , **(iv) m (कंस LN) ,** **(v) m (कंस MLN) .**

उकल **: P** केंद्र असलेल्या वर्तुळाचा रेख **MO** हा व्यास आहे.

वर्तुळामध्ये $\angle$ **MPO** हा अर्धवर्तुळ आहे.

अर्धवर्तुळकंसाचे माप 180^0 असते.

$\therefore$ m $\angle$ MPO $= 180^0$

परंतु, m $\angle$ MPL + m $\angle$ LPN + m $\angle$ NPO = m $\angle$ MPO

$$\therefore (3x - 11) + 4x + (4x - 7) = 180$$

$$\therefore 11x - 18 = 180$$

$$\therefore 11x = 180 + 18$$

$$\therefore 11x = 198$$

$$\therefore \frac{11x}{11} = \frac{198}{11}$$

… (दोन्हीं बाजूंना 11 ने भागून)

$\therefore x = 18$

$\therefore m\angle MPL = 3x - 11 = (3 \times 18) - 11$

$= 54 - 11 = 43^0$

$m\angle LPN = 4x = 4 \times 18 = 72^0$

$m\angle NPO = 4x - 7 = (4 \times 18) - 7 = 72 - 7 = 65^0$

(i) m (कंस MXL) $= m\angle MPL = 43^0$

(ii) m (कंस NYO) $= m\angle NPO = 65^0$

(iii) m (कंस MON) $= m\angle MPO + m\angle NPO$

$= 180^0 + 65^0 = 245^0$

(iv) m (कंस LN) $= m\angle LPN = 72^0$

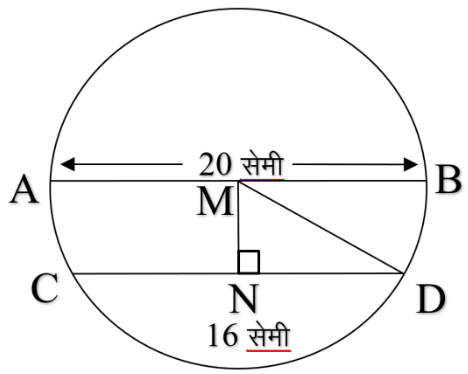
(v) m (कंस MLN) $= m\angle MPL + m\angle LPN$

$= 43^0 + 72^0 = 115^0$

8. आकृतीमध्ये **M** हा केंद्रबिंदू आहे. $MN \perp CD$

जीवा **CD = 16** सेमी, व्यास **AB = 20** सेमी तर

l(MN) = काढा.



उकल : l(CD) = 14 सेमी, l(AB) = 20 सेमी

आकृतीमध्ये M हा केंद्रबिंदू आहे.

AB हा वर्तुळाचा व्यास आहे.

l(AB) = 20 सेमी

∴ त्रिज्या = $\frac{20}{2}$ = 10 सेमी

∴ l(MB) = l(MD) = 10 सेमी

तसेच रेख MN ⊥ जीवा CD

वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला दुभागतो.

∴ l(ND) = $\frac{1}{2} \times l$(CD)

∴ l(ND) = $\frac{1}{2} \times 16$

∴ l(ND) = 8 सेमी

Δ MND हा काटकोन त्रिकोण आहे.

∴ Δ MND मध्ये,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(\mathrm{MD})^2 = l(\mathrm{MN})^2 + l(\mathrm{ND})^2$

∴ $(10)^2 = l(\mathrm{MN})^2 + (8)^2$

∴ $l(\mathrm{MN})^2 = (10)^2 - (8)^2$

∴ $l(\mathrm{MN})^2 = 100 - 64$

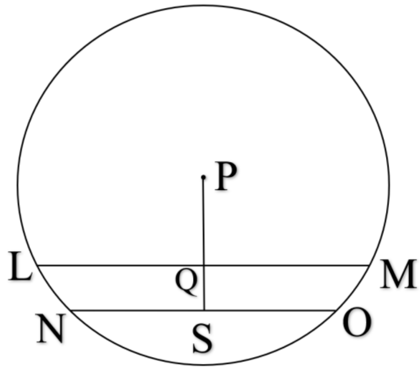
∴ $l(\mathrm{MN})^2 = 36$

∴ $l(\mathrm{MN})^2 = (6)^2$

∴ $l(\mathrm{MN}) = 6$

∴ $l(\mathrm{MN}) = 6$ सेमी आहे.

9. सोबतच्या आकृतीमध्ये, रेख PQ ⊥ जीवा LM , रेख PS ⊥ जीवा NO , l(LM) = 16 सेमी, l(NO) = 12 सेमी आणि वर्तुळाची त्रिज्या 10 सेमी आहे तर l(QS) काढा.

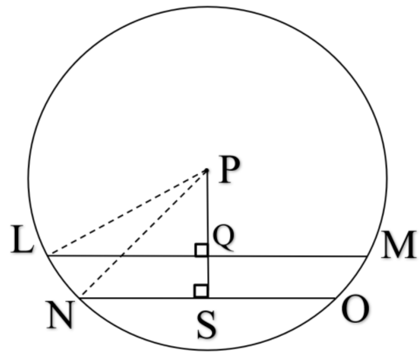


उकल : रेख PL आणि रेख PN जोडा. l(LM) = 16 सेमी,

l(NO) = 12 सेमी आणि वर्तुळाची त्रिज्या 10 सेमी आहे.

रेख PQ ⊥ जीवा LM

वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंबजीवेला दुभागतो.



$\therefore l(LQ) = \frac{1}{2} l(LM)$

$\therefore l(LQ) = \frac{1}{2} \times 16$

$\therefore l(LQ) = 8$ सेमी

वर्तुळाची त्रिज्या = l(PL) = 10 सेमी

Δ PQL हा काटकोन त्रिकोण आहे.

∴ Δ PQL मध्ये,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार ,

$l(PL)^2 = l(LQ)^2 + l(PQ)^2$

$\therefore (10)^2 = (8)^2 + l(PQ)^2$

$\therefore l(PQ)^2 = (10)^2 - (8)^2$

$\therefore l(PQ)^2 = 100 - 64$

$\therefore l(PQ)^2 = 36$

$\therefore l(PQ)^2 = (6)^2$

$\therefore\ l\ (PQ)\ = 6$ सेमी...... (I)

तसेच, रेख PS $\perp$ जीवा NO

वर्तुळकेंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला दुभागतो.

$\therefore\ l(NS)\ = \frac{1}{2}\ l(NO)$

$\therefore\ l(NS)\ = \frac{1}{2}\ \times 12$

$\therefore\ l(NS)\ = 6$ सेमी

येथे वर्तुळाची त्रिज्या $= l(PN)\ =\ 10$ सेमी

Δ PSN हा काटकोन त्रिकोण आहे.

$\therefore\ \Delta$ PSN मध्ये,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(PN)^2 =\ l(NS)^2 +\ l(PS)^2$

$(10)^2 = (6)^2 +\ l(PS)^2$

$\therefore\ l(PS)^2 =\ (10)^2 -\ (6)^2$

$\therefore\ l(PS)^2 =\ 100 - 36$

$\therefore\ l(PS)^2 =\ 64$

$\therefore\ l(PS)^2 =\ (8)^2$

$\therefore\ l\ (PS)\ = 8$ सेमी....... (II)

आता, $l(PS)\ = l(PQ) + l(QS)$

$\therefore 8 =\ 6 + l(QS)$....... (I) व (II) वरुन

$\therefore\ l(QS)\ = 8 - 6$

$\therefore\ l(QS)\ = 2$

$\therefore\ l(QS)\ \ = 2$ सेमी

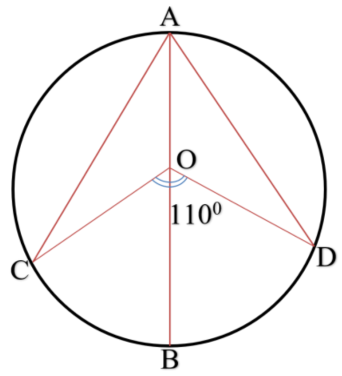
10. सोबतच्या आकृतीमध्ये केंद्र O असलेल्या वर्तुळाचा रेख AB हा व्यास आहे. $m\angle COD = 110^0$,

$m\angle COB = m\angle BOD$.

तर (i) ∠ AOD आणि ∠ AOC यांची मापे काढा.

(ii) कंस AC ≅ कंस AD दाखवा.

(iii) जीवा AC ≅ जीवा AD दाखवा.



उकल : O केंद्र असलेल्या वर्तुळाचा रेख AB हा व्यास आहे.

$m\angle COD = 110^0$...... दिलेले आहे.

$m\angle COD = m\angle COB + m\angle BOD$

परंतु $m\angle COB = m\angle BOD$

$\therefore m\angle COD = m\angle BOD + m\angle BOD$

$110^0 = 2\,m\angle BOD$

$\therefore m\angle BOD = \frac{110}{2}$

$\therefore m\angle BOD = 55^0$

∴ ∠ AOB हा वर्तुळाचे अर्धवर्तुळ आहे.

अर्धवर्तुळकंसाचे माप 180^0 असते.

$\therefore m\angle AOB = 180^0$

(i) $m\angle AOD = m\angle AOB - m\angle BOD$

$\therefore m\angle AOD = 180^0 - 55^0$

$\therefore m\angle AOD = 125^0$ .... (I)

$m\angle AOC = m\angle AOB - m\angle COD$

$\therefore$ m ∠ AOC = m ∠ AOB − m ∠ BOD .... ($\because$ m ∠ COD = m ∠ BOD)

$\therefore$ m ∠ AOC = $180^0 - 55^0$

$\therefore$ m ∠ AOC = 125^0 .... (II)

(ii) m (कंस AC) = m ∠ AOC = 125^0...... (II) वरुन

m (कंस AD) = m ∠ AOD = 125^0...... (I) वरुन

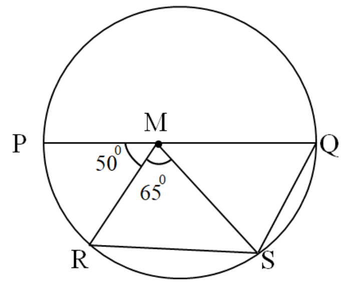
$\therefore$ m (कंस AC) = m (कंस AD) .... (I) व (II) वरुन

$\therefore$ कंस AC ≅ कंस AD.......(समान मापाचे कंस)....... (III)

(iii) कंस AC ≅ कंस AD....... (III) वरुन

$\therefore$ जीवा AC ≅ जीवा AD......(एका वर्तुळाच्या एकरुप कंसांशी निगडित असलेल्या जीवा एकरुप असतात.)

11. शेजारील आकृतीत केंद्र M असलेल्या वर्तुळाचा रेख PQ हा व्यास आहे. काही केंद्रीय कोनांची मापे दिली आहेत. त्यावरुन जीवा RS ≅ जीवा QS दाखवा.



उकल : M केंद्र असलेल्या वर्तुळाचा रेख PQ हा व्यास आहे.

m ∠ PMR = 50^0 आणि m ∠ RMS = 65^0 ...... दिले आहे.

∠ PMQ हा वर्तुळाचे अर्धवर्तुळ आहे.

अर्धवर्तुळकंसाचे माप 180^0 असते.

$\therefore$ m ∠ PMQ = 180^0

m ∠ SMQ = m ∠ PMQ − m ∠ PMR − m ∠ RMS

= $180^0 - 50^0 - 65^0$

$= 180^0 - 115^0$

$\therefore$ m $\angle$ SMQ $= 65^0$

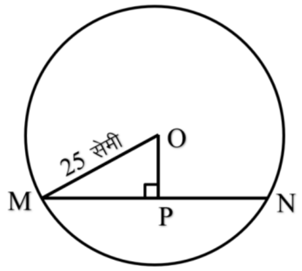
$\therefore$ m $\angle$ RMS = m $\angle$ SMQ $= 65^0$

$\therefore$ m (कंस RS) = m (कंस QS)

$\therefore$ कंस RS $\cong$ कंस QS..... (समान मापांचे कंस)

$\therefore$ जीवा RS $\cong$ जीवा QS.....(एका वर्तुळाच्या एकरुप कंसांशी निगडित जीवा एकरुप असतात.)

12. सोबतच्या आकृतीमध्ये केंद्र O असलेल्या वर्तुळाची जीवा MN ही 40 सेमी लांबीची आहे. त्या जीवेचा P हा मध्यबिंदू आहे, तर l(OP) काढा.



उकल : वर्तुळाची त्रिज्या = l(OM) = 25 सेमी....... (दिलेली आहे)

केंद्र O असलेल्या वर्तुळाची जीवा MN आहे.

l(MN) = 40 सेमी

जीवा MN चा P हा मध्यबिंदू आहे.

$\therefore$ रेख OP $\perp$ जीवा MN

$\therefore l(MP) = \frac{1}{2}\ l\ (MN)$

$\therefore l(MP) = \frac{1}{2} \times 40$

$\therefore$ l(MP) = 20 सेमी

Δ OMP हा काटकोन त्रिकोण आहे.

Δ **OMP** मध्ये,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(\mathrm{OM})^2 = l(\mathrm{OP})^2 + l(\mathrm{MP})^2$

$\therefore (25)^2 = l(\mathrm{OP})^2 + (20)^2$

$\therefore l(\mathrm{OP})^2 = (25)^2 - (20)^2$

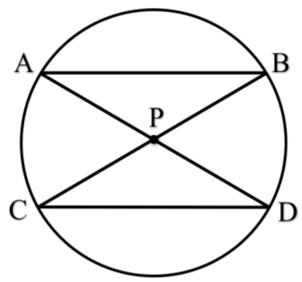
$\therefore l(\mathrm{OP})^2 = 625 - 400$

$\therefore l(\mathrm{OP})^2 = 225$

$\therefore l(\mathrm{OP})^2 = (15)^2$

$\therefore l(\mathrm{OP}) = 15$ सेमी

13. शेजारील आकृतीत, **P** केंद्र असलेल्या वर्तुळाचा **$m\angle APB = 130^0$** आहे. तर **$m\angle CPD$** आणि **$m\angle BCD$** काढा.



उकल : **$m\angle APB = 130^0$ .... (दिलेले आहे.)**

$\angle APB \cong \angle CPD$.......... (विरुद्ध कोन)

$\therefore m\angle APB = m\angle CPD = 120^0$

रेख PC $\cong$ रेख PD ...... (एकाच वर्तुळाच्या त्रिज्या)

$\therefore m\angle PCD = m\angle PDC$ ..... (एकरुप बाजूसमोरील कोन)

Δ **CPD** मध्ये,

$m\angle CPD + m\angle PCD + m\angle PDC = 180^0$

.... (त्रिकोणाच्या तिन्हीं कोनांच्या मापांची बेरीज 180^0 असते.)

$\therefore 120 + m\angle PCD + m\angle PDC = 180$

$\therefore 2m\angle PDC = 180 - 120$

$\therefore 2m\angle PDC = 60$

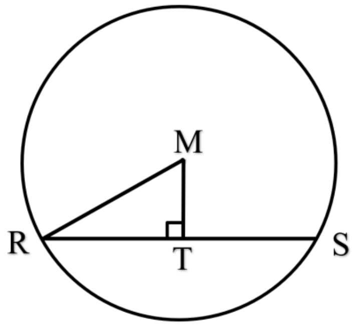
$\therefore m\angle PDC = \frac{60}{2}$

$\therefore m\angle PDC = 30^0$

14. केंद्र M असलेल्या एका वर्तुळाची त्रिज्या 26 सेमी आहे. त्या वर्तुळाची एक जीवा केंद्रापासून 10 सेमी अंतरावर आहे. तर त्या जीवेची लांबी काढा.

उकल : वर्तुळाच्या जीवेचे केंद्रापासूनचे अंतर म्हणजे केंद्रापासून त्या जीवेवर काढलेल्या लंब रेषाखंडाची लांबी होय.

केंद्र M असलेल्या वर्तुळाची रेख RS ही जीवा आहे.
रेख MT ⊥ जीवा RS
∴ वर्तुळाची त्रिज्या = l(MR) = 26 सेमी
l(MT) = 10 सेमी
ΔMTR हा काटकोन त्रिकोण आहे.



∴ ΔMTR मध्ये,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(MR)^2 = l(MT)^2 + l(RT)^2$

$\therefore (26)^2 = (10)^2 + l(RT)^2$

$\therefore l(RT)^2 = (26)^2 - (10)^2$

$\therefore l(RT)^2 = 676 - 100$

$\therefore l(RT)^2 = 576$

$\therefore l(RT)^2 = (24)^2$

$\therefore l(RT)$ = 24 सेमी

वर्तुळ केंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला दुभागतो.

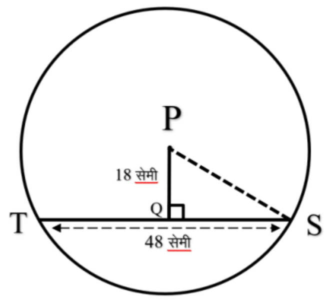
∴ l(RS) = 2 l(RT)

= 2 × 24

= 48

∴ जीवा RS ची लांबी 48 सेमी आहे.

15. केंद्र P असलेल्या वर्तुळाची एक जीवा 48 सेमी लांबीची असून ती वर्तुळ केंद्रापासून 18 सेमी अंतरावर आहे, तर त्या वर्तुळाची त्रिज्या काढा.



उकल : रेख PS जोडा.

l(PQ) = 18 सेमी...... (दिले आहे.)

केंद्र P असलेल्या वर्तुळाची जीवा TS आहे.

∴ l(TS) = 48 सेमी...... (दिले आहे.)

बिंदू Q हा जीवेचा मध्यबिंदू आहे.

रेख PQ ⊥ जीवा TS

वर्तुळ केंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला दुभागतो.

∴ $l(QS) = \frac{1}{2}\ l(TS)$

∴ $l(QS) = \frac{1}{2} \times 48$ सेमी

∴ l(QS) = 24 सेमी

ΔPQS हा काटकोन त्रिकोण आहे.

ΔPQS या काटकोन त्रिकोणामध्ये,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(PS)^2 = l(PQ)^2 + l(QS)^2$

$\therefore l(PS)^2 = (18)^2 + (24)^2$

$= 324 + 576$

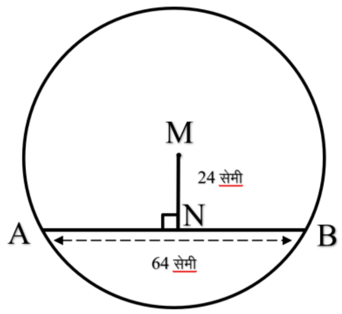
$= 900$

$\therefore l(PS)^2 = (30)^2$

$\therefore l(PS) = 30$ सेमी

$\therefore$ वर्तुळाची त्रिज्या 30 सेमी आहे.

16. केंद्र **M** असलेल्या वर्तुळाची एक जीवा **64** सेमी लांबीची असून ती वर्तुळ केंद्रापासून **24** सेमी अंतरावर आहे, तर त्या वर्तुळाच्या सर्वात मोठ्या जीवेची लांबी काढा.

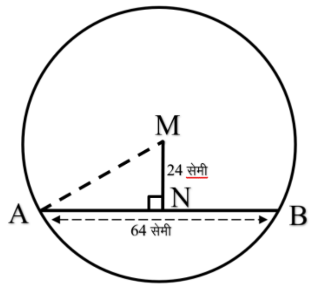


उकल : रेख MA जोडा. $l(AB) = 64$ सेमी, $l(MN) = 24$ सेमी M केंद्र असलेल्या वर्तुळाची जीवा AB आहे.

बिंदू N हा जीवेचा मध्यबिंदू आहे.

रेख MN $\perp$ जीवा AB

वर्तुळ केंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला दुभागतो.



$\therefore l(AN) = \frac{1}{2} l(AB)$

$\therefore l(AN) = \frac{1}{2} \times 64$

$\therefore l(AN) = 32$ सेमी

ΔMNA हा काटकोन त्रिकोण आहे.

$\therefore \Delta MNA$ या काटकोन त्रिकोणामध्ये,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$\therefore l(MA)^2 = l(MN)^2 + l(AN)^2$

$\therefore l(MA)^2 = (24)^2 + (32)^2$

$= 576 + 1024$

$= 1600$

$\therefore l(MA)^2 = (40)^2$

$\therefore l(MA) = 40$ सेमी

वर्तुळाचा व्यास हा वर्तुळाची सर्वात मोठी जीवा असते.

$\therefore$ वर्तुळाचा व्यास $= 2 \times$ त्रिज्या

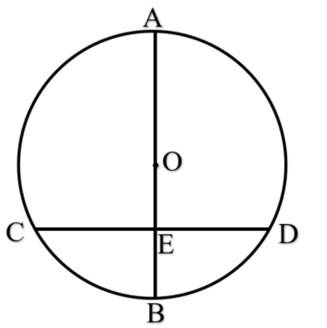
$= 2 \times l(MA)$

$= 2 \times 40$

$= 80$ सेमी

$\therefore$ वर्तुळाच्या सर्वात मोठ्या जीवेची लांबी **80** सेमी आहे.

17. केंद्र **O** असलेल्या वर्तुळाचा रेख **AB** हा व्यास असून रेख **CD** ही जीवा आहे. रेख **AB** आणि रेख **CD** हे बिंदू **E** मध्ये छेदतात. $l(CD) = 24$ सेमी आणि त्रिज्या **20** सेमी असेल तर **AE** ची लांबी काढा.



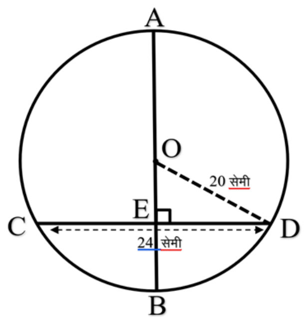
उकल **: OD** जोडा.

$l(OD) = 20$ सेमी, $l(CD) = 24$ सेमी

व्यास **AB** आणि जीवा **CD** चा मध्यबिंदू **E** हा आहे.

$\therefore$ रेख **AB** $\perp$ जीवा **CD**

वर्तुळ केंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला दुभागतो.



$\therefore\ l(ED) = \frac{1}{2}\ l(CD)$

$\therefore\ l(ED) = \frac{1}{2} \times 24$

$\therefore\ l(ED)$ = 12 सेमी

ΔOED हा काटकोन त्रिकोण आहे.

$\therefore\ \Delta OED$ या काटकोन त्रिकोणात,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$\therefore\ l(OD)^2 = l(OE)^2 + l(ED)^2$

$\therefore\ (20)^2 = l(OE)^2 + (12)^2$

$\therefore\ l(OE)^2 = (20)^2 - (12)^2$

$\therefore\ l(OE)^2 = 400 - 144$

$\therefore\ l(OE)^2 = 256$

$\therefore\ l(OE)^2 = (16)^2$

$\therefore\ l(OE)$ = 16 सेमी

आता, $l(AE) = l(AO) + l(OE)$

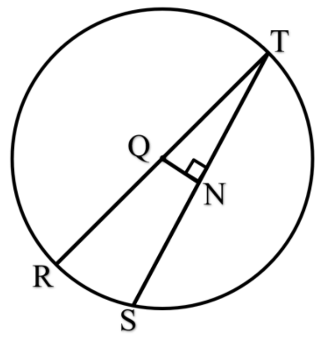
परंतु , $l(AO) = l(OD) =$ वर्तुळाची त्रिज्या

$\therefore\ l(AE) = 20 + 16$

$\therefore\ l(AE)$ = 36 सेमी

$\therefore$ AE ची लांबी 36 सेमी आहे.

18. सोबतच्या आकृतीमध्ये, केंद्र **Q** असलेल्या वर्तुळात रेख **RT** हा व्यास आणि रेख **ST** ही जीवा आहे. $l(QN) = 25$ सेमी, $l(ST) = 120$ सेमी, तर रेख **RT** ची लांबी काढा.



उकल : **Q** केंद्र असलेल्या वर्तुळात रेख **RT** हा व्यास आणि रेख **ST** ही जीवा आहे.

$l(QN) = 25$ सेमी, $l(ST) = 120$ सेमी

रेख $QN \perp$ रेख ST

वर्तुळ केंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला दुभागतो.

$\therefore l(NT) = \frac{1}{2} l(ST)$

$\therefore l(NT) = \frac{1}{2} \times 120$

$\therefore l(NT) = 60$ सेमी

आता, ΔQNT हा काटकोन त्रिकोण आहे.

$\therefore \Delta QNT$ या काटकोन त्रिकोणात,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(QT)^2 = l(QN)^2 + l(NT)^2$

$\therefore l(QT)^2 = (25)^2 + (60)^2$

$\therefore l(QT)^2 = 625 + 3600$

$\therefore l(QT)^2 = 4225$

$\therefore l(QT)^2 = (65)^2$

$\therefore l(QT) = 65$ सेमी

$\therefore$ वर्तुळाची त्रिज्या $= l(QT) = 65$ सेमी

रेख **RT** हा वर्तुळाचा व्यास आहे.

∴ व्यास = 2 × त्रिज्या

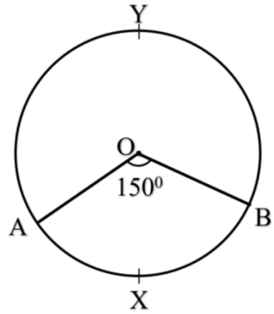
∴ l(RT) = 2 × l(QT)

∴ l(RT) = 2 × 65

∴ l(RT) = 130 सेमी

∴ रेख **RT** ची लांबी 130 सेमी आहे.

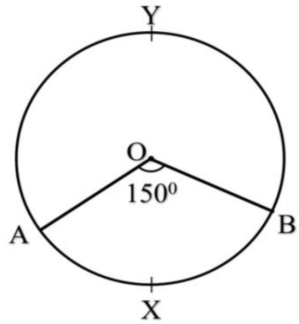
19. आकृतीत केंद्र **O** असलेल्या वर्तुळात केंद्रीय कोनाचे माप **150^0** आहे तर संगत लघुकंसाचे माप आणि संगत विशालकंसाचे माप काढा.



उकल : केंद्र **O** असलेल्या वर्तुळात केंद्रीय कोनाचे माप **150^0** आहे.

∴ **m∠AOB = 150^0**

आकृतीमध्ये, **∠AOB** या केंद्रीय कोनाशी कंस **AXB** हा लघुकंस निगडित आहे.



∴ **m (कंस AXB) = m ∠ AOB**

∴ **m (कंस AXB) = 150^0 .... (I)**

आता **∠ AOB** या केंद्रीय कोनाशी कंस **AYB** हा विशालकंस निगडित आहे.

विशालकंसाचे माप = **360^0** – संगत लघुकंसाचे माप

m (कंस AYB) = 360^0 – m (कंस AXB)

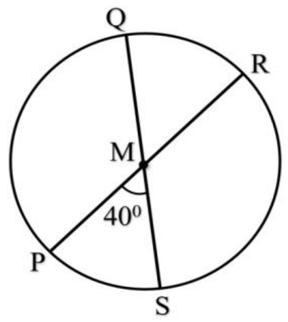
.... (कंस AXB आणि कंस AYB हे संगतकंस आहेत.)

∴ **m (कंस AYB) = 360^0 – 150^0...... (I)** वरुन

$= 210^0$

∴ संगत लघुकंसाचे माप 150^0 आणि संगत विशालकंसाचे माप 210^0 आहे.

20. केंद्र M असलेल्या वर्तुळात $m\angle PMS = 40^0$ तर



(i) कंस PS आणि कंस QR चे माप किती ?

(ii) कंस PS आणि कंस QR एकरुप आहेत का ? कारण लिहा.

(iii) कंस PQ आणि कंस SR एकरुप आहेत का ? कारण लिहा.

उकल : केंद्र M असलेल्या वर्तुळात रेख PR आणि रेख SQ हे व्यास असून केंद्रबिंदू M मध्ये छेदतात.

$m\angle PMS = 40^0$

(i) m (कंस PS) = $m\angle PMS = 40^0$...... (संगत केंद्रीय कोन)

$\angle PMS$ चा विरुद्ध कोन $\angle QMR$ आहे.

∴ $m\angle PMS = m\angle QMR = 40^0$

∴ $m\angle QMR = 40^0$

आता m (कंस QR) = $m\angle QMR$..... (संगत केंद्रीय कोन)

$= 40^0$

(ii) $m\angle PMS = 40^0$, $m\angle QMR = 40^0$

∴ m (कंस PS) = m (कंस QR)

∴ कंस PS ≅ कंस QR .... (समान मापाचे कंस)

कारण : कंस PS आणि कंस QR एकरुप आहेत कारण कंसांशी संगत केंद्रीय कोन समान मापाचे म्हणजे प्रत्येकी 40^0 आहेत.

(iii) रेख **SQ** हा व्यास आहे.

$\therefore$ $m\angle PMS + m\angle QMP = 180^0$ ..... (रेषीय जोडीतील कोन)

$\therefore$ $40^0 + m\angle QMP = 180^0$ ..... ($\because$ $m\angle PMS = 40^0$)

$\therefore$ $m\angle QMP = 180^0 - 40^0$

$\therefore$ $m\angle QMP = 140^0$

तसेच, रेख **PR** हा व्यास आहे.

$\therefore$ $m\angle PMS + m\angle RMS = 180^0$...... (रेषीय जोडीतील कोन)

$\therefore$ $40^0 + m\angle RMS = 180^0$

$\therefore$ $m\angle RMS = 180^0 - 40^0$

$\therefore$ $m\angle RMS = 140^0$

m (कंस PQ) = $m\angle QMP = 140^0$.... (संगत केंद्रीय कोन)

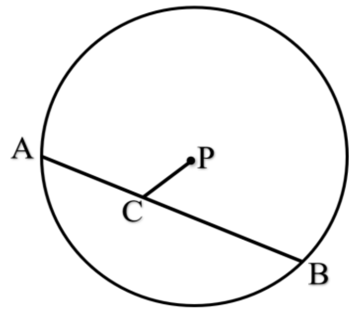
m (कंस SR) = $m\angle RMS = 140^0$.... (संगत केंद्रीय कोन)

$\therefore$ m (कंस PQ) = m (कंस SR)

$\therefore$ कंस PQ $\cong$ कंस SR .... (समान मापाचे कंस)

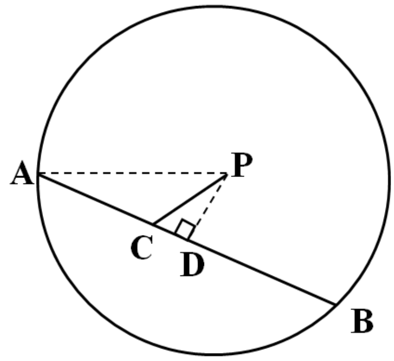
कारण : कंस **PQ** आणि कंस **SR** एकरुप आहेत कारण कंसांशी संगत केंद्रीय कोन समान मापाचे म्हणजे प्रत्येकी 140^0 आहेत.

21. सोबतच्या आकृतीत **P** केंद्र असलेल्या वर्तुळात रेख **AB** ही जीवा आहे. **l(AB) = 25** सेमी, **l(AC) = 9** सेमी, **l(PC) = 5** सेमी तर त्या वर्तुळाची त्रिज्या काढण्यासाठी खाली दिलेली कृती पूर्ण करा.



कृती : **PD $\perp$ AB** काढा. **PA** जोडा.

केंद्र **P** असलेल्या वर्तुळात रेख **AB** ही ...... आहे.



l(AB) = □ , l(AC) = □ , l(PC) = □

जीवा **AB** चा **D** हा मध्यबिंदू आहे.

$\therefore$ **l(AD)** $= \frac{1}{2} \times$ □ ...... (सूत्र)

$= \frac{1}{2} \times$ □ ...... (किंमती ठेवून)

$\therefore$ **l(AD) =** □ सेमी

परंतु **l(CD) = l(AD) – l(AC)**

$\therefore$ **l(CD) =** □ – □ ...... (किंमती ठेवून)

$\therefore$ **l(CD)** $= \frac{\square - \square}{2}$

$\therefore$ **l(CD)** $= \frac{\square}{2}$ सेमी

Δ PDC हा काटकोन त्रिकोण आहे.

$\therefore$ **Δ PDC** या काटकोन त्रिकोणात,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

l(PC)^2 = □ + □

$\therefore \square = \square + \left(\frac{7}{2}\right)^2$ .... (किंमती भरुन)

$\therefore l(PD)^2 = \square - \left(\frac{7}{2}\right)^2$

$= \square - \frac{49}{4}$

$= \frac{\square - 49}{4}$

$\therefore l(PD)^2 = \frac{\square}{4}$

$\therefore l(PD) = \frac{\square}{2}$ सेमी

आता ΔPDA हा काटकोन त्रिकोण आहे.

$\therefore$ ΔPDA या काटकोन त्रिकोणात,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$\therefore \square = l(PD)^2 + \square$

$= \left(\frac{\square}{2}\right)^2 + (\square)^2$ ...... (किंमती ठेवून)

$= \frac{\square}{4} + \square$

$= \frac{\square + \square}{4}$

$= \frac{\square}{4}$

$= \square$

$\therefore l(PA)^2 = (13)^2$

$\therefore l(PA) = \square$ सेमी

∴ वर्तुळाची त्रिज्या ...... आहे.

उकल : PD ⊥ AB काढा. PA जोडा.

केंद्र P असलेल्या वर्तुळात रेख AB ही जीवा आहे.

$l(AB) = \boxed{25 \text{ सेमी}}$, $l(AC) = \boxed{9 \text{ सेमी}}$, $l(PC) = \boxed{5 \text{ सेमी}}$

जीवा AB चा D हा मध्यबिंदू आहे.

$\therefore l(AD) = \frac{1}{2} \times \boxed{l(AB)}$ ...... (सूत्र)

$= \frac{1}{2} \times \boxed{25}$ ...... (किंमती ठेवून)

$\therefore l(AD) = \boxed{\frac{25}{2}}$ सेमी

परंतु $l(CD) = l(AD) - l(AC)$

$\therefore \quad l(CD) = \boxed{\frac{25}{2}} - \boxed{9}$...... (किंमती ठेवून)

$\therefore \quad l(CD) = \frac{\boxed{25} - \boxed{18}}{2}$

$\therefore \quad l(CD) = \frac{\boxed{7}}{2}$ सेमी

ΔPDC हा काटकोन त्रिकोण आहे.

∴ ΔPDC या काटकोन त्रिकोणात,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$l(PC)^2 = \boxed{l(PD)^2} + \boxed{l(CD)^2}$

$\therefore \boxed{(5)^2} = \boxed{l(PD)^2} + \left(\frac{7}{2}\right)^2$ .... (किंमती ठेवून)

$\therefore l(PD)^2 = \boxed{(5)^2} - \left(\frac{7}{2}\right)^2$

$$= \boxed{25} - \frac{49}{4}$$

$$= \frac{\boxed{100} - 49}{4}$$

$$\therefore l(PD)^2 = \frac{\boxed{51}}{4}$$

$$\therefore l(PD) = \frac{\boxed{\sqrt{51}}}{2} \text{ सेमी}$$

आता ΔPDA हा काटकोन त्रिकोण आहे.

$\therefore$ ΔPDA या काटकोन त्रिकोणात,

पायथागोरसच्या प्रमेयानुसार,

$$\therefore \boxed{l(PA)^2} = l(PD)^2 + \boxed{l(AD)^2}$$

$$= \boxed{\left(\frac{\sqrt{51}}{2}\right)}^2 + \boxed{\left(\frac{25}{2}\right)}^2 \text{ ...... (किंमती ठेवून)}$$

$$= \frac{\boxed{51}}{4} + \boxed{\frac{625}{4}}$$

$$= \frac{\boxed{51} + \boxed{625}}{4}$$

$$= \frac{\boxed{676}}{4}$$

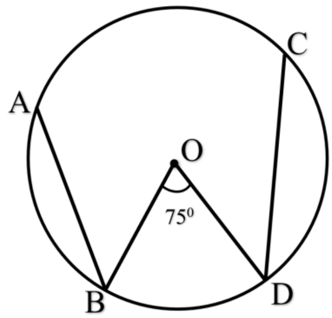
$$= \boxed{169}$$

$$\therefore l(PA)^2 = (13)^2$$

$$\therefore l(PA) = \boxed{13} \text{ सेमी}$$

$\therefore$ वर्तुळाची त्रिज्या 13 सेमी आहे.

22. शेजारील आकृतीत, **O** केंद्र असलेल्या वर्तुळात जीवा **AB** ≅ जीवा **CD** आहे. जर $m\angle BOD = 75^0$ आणि m(कंस AB) = 85^0 असेल तर



(i) कंस BD **(ii) कंस AC** **(iii) कंस ACD**

यांची मापे काढण्यासाठी खाली दिलेली कृती पूर्ण करा.

कृती :

$m\angle BOD$ = □ , m(कंस AB) = □

केंद्र O असलेल्या वर्तुळात जीवा □ ≅ जीवा □ आहे.

∴ कंस □ ≅ कंस □ ......(एकाच वर्तुळात एकरुप जीवांनी तयार केलेले संगत कंस एकरुप असतात.)

∴ m(कंस □) = m(कंस □)

∴ m(कंस □) = m(कंस □) = 85^0

(i) m(कंस BD) = m (∠ □) = □ ...... (संगत केंद्रीय कोन)

(ii) पूर्ण वर्तुळाचे माप 360^0 असते.

m(कंस BD) + m(कंस AB) + m(कंस AC) + m(कंस CD) = □

∴ □ + 85 + m(कंस AC) + □ = □

∴ □ + m(कंस AC) = □

∴ m(कंस AC) = □ − □ = □

(iii) m(कंस ACD) = m(कंस □) + m(कंस □)

= □ + □

$\therefore$ **m(कंस ACD) = $\boxed{}$**

उकल : **m∠BOD = $\boxed{75^0}$, m(कंस AB) = $\boxed{85^0}$**

केंद्र **O** असलेल्या वर्तुळात जीवा $\boxed{AB}$ ≅ जीवा $\boxed{CD}$ आहे.

$\therefore$ कंस $\boxed{AB}$ ≅ कंस $\boxed{CD}$ ......(एकाच वर्तुळात एकरुप जीवांनी तयार केलेले संगत कंस एकरुप असतात.)

$\therefore$ **m(कंस $\boxed{AB}$) = m(कंस $\boxed{CD}$)**

$\therefore$ **m(कंस $\boxed{AB}$) = m(कंस $\boxed{CD}$) = 85^0**

(i) m(कंस BD) = m(∠ $\boxed{BOD}$) = $\boxed{75^0}$ ...... (संगत केंद्रीय कोन)

(ii) पूर्ण वर्तुळाचे माप **360^0** असते.

m(कंस BD) + m(कंस AB) + m(कंस AC) + m(कंस CD) = $\boxed{360^0}$

$\therefore$ **$\boxed{75^0}$ + 85^0 + m(कंस AC) + $\boxed{85^0}$ = $\boxed{360^0}$**

$\therefore$ **$\boxed{245^0}$ + m(कंस AC) = $\boxed{360^0}$**

$\therefore$ **m(कंस AC) = $\boxed{360^0}$ – $\boxed{245^0}$ = $\boxed{115^0}$**

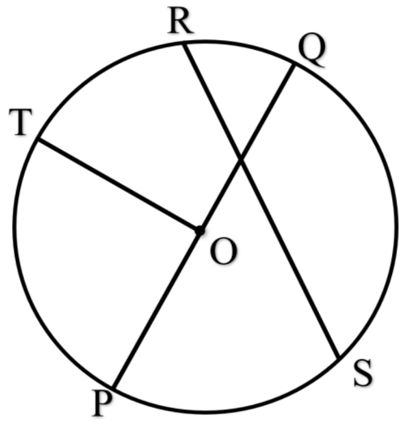
(iii) m(कंस ACD) = m(कंस $\boxed{AC}$) + m(कंस $\boxed{CD}$)

= $\boxed{115^0}$ + $\boxed{85^0}$

$\therefore$ **m(कंस ACD) = $\boxed{200^0}$**

23. रिकाम्या जागा भरा.

O केंद्र असलेल्या सोबतच्या वर्तुळामध्ये,



(1) रेख **OT** ही वर्तुळाची .... आहे.

(2) रेख **PQ** हा वर्तुळाचा .... आहे.

(3) रेख **RS** ही वर्तुळाची .... आहे.

(4) रेख **PQ** ची लांबी रेख **OT** च्या लांबीच्या .... आहे.

उत्तर :

(1) रेख **OT** ही वर्तुळाची त्रिज्या आहे.

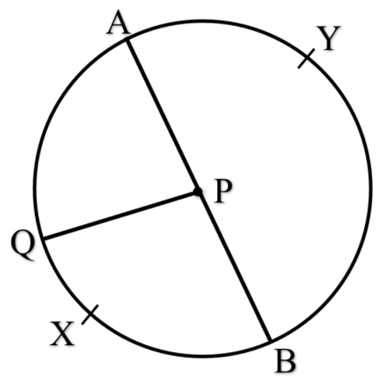
(2) रेख **PQ** हा वर्तुळाचा व्यास आहे.

(3) रेख **RS** ही वर्तुळाची जीवा आहे.

(4) रेख **PQ** ची लांबी रेख **OT** च्या लांबीच्या दुप्पट आहे.

24. सोबतच्या आकृतीत बिंदू **P** हे वर्तुळकेंद्र आहे.

आकृतीचे निरीक्षण करुन खालील विधानांतील रिकाम्या जागा भरा.



(1) .... हा केंद्रीय कोन आहे.

(2) लघुकंसाची नावे : ....

(3) विशालकंसाची नावे : ....

(4) अर्धवर्तुळकंस : ....

(5) m(कंस AQ) = m∠ ....

(6) m(कंस ABQ) = 360^0 – m∠ ....

उत्तर : (1) APQ हा केंद्रीय कोन आहे.

(2) लघुकंसाची नावे : कंस QXB , कंस AQ

(3) विशालकंसाची नावे : कंस QAB , कंस ABQ

(4) अर्धवर्तुळकंस : कंस AYB , कंस AXB

(5) m (कंस AQ) = $m\angle APQ$

(6) m (कंस ABQ) = $360^0 - m\angle APQ$

25. खालील विधाने चूक की बरोबर ते लिहा.

1. वर्तुळ केंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला काटकोन असतो.

उत्तर : चूक, वर्तुळ केंद्रातून जीवेवर टाकलेला लंब जीवेला दुभागतो.

2. वर्तुळाचे केंद्र व त्या वर्तुळातील जीवेचा मध्यबिंदू जोडणारा रेषाखंड हा त्या जीवेला लंब असतो.

उत्तर : बरोबर

3. जर एकाच वर्तुळाच्या दोन कंसांची मापे समान असतील तर ते दोन कंस 90^0 असतात.

उत्तर : चूक, जर एकाच वर्तुळाच्या दोन कंसांची मापे समान असतील तर ते दोन कंस एकरुप असतात.

4. एका वर्तुळाच्या एकरुप कंसांशी निगडित असलेल्या जीवा एकरुप असतात.

उत्तर : बरोबर

5. एका वर्तुळात दोन जीवा एकरुप असतील तर त्यांच्या संबंधित संगत लघुकंस व संगत विशालकंस एकरुप नसतात.

उत्तर : चूक, एका वर्तुळात दोन जीवा एकरुप असतील तर त्यांच्या संबंधित संगत लघुकंस व संगत विशालकंस एकरुप असतात.

6. सर्वात लांब जीवा म्हणजे वर्तुळाचा व्यास असतो.

उत्तर : बरोबर

7. वर्तुळाला मोजक्याच जीवा असतात.

उत्तर : चूक, वर्तुळाला अनंत जीवा असतात.

8. वर्तुळाला असंख्य व्यास असतात.

उत्तर : बरोबर

9. वर्तुळाला अनंत त्रिज्या असतात.

उत्तर : बरोबर

10. व्यास नसलेल्या जीवेमुळे वर्तुळाचे दोन समान भाग होतात.

उत्तर : चूक, व्यास नसलेल्या जीवेमुळे वर्तुळाचे दोन असमान भाग होतात.

*****